

APÊNDICE 2
DETERMINAÇÃO DAS DENSIDADES

Determinação das densidades

Os equipamentos utilizados foram: uma balança eletrônica Sartorius 2354, (com precisão de 0,01g e inferida de 0,005 g), um béquer com água e fio de nylon de peso insignificante, utilizado para amarrar as amostras quando estas foram mergulhadas na água. Para a correção das medidas de peso foram utilizadas as correções da variação de densidade da água em função da temperatura (Tanaka et al., 2001) e o efeito de flutuação no ar (Wunderli et al., 2003).

O procedimento de se determinar a densidade da amostra baseia-se no princípio de Arquimedes onde são tomadas três leituras de peso:

- 1) Peso da amostra (m_1)
- 2) Peso da massa de água e do béquer (m_2)
- 3) Peso da amostra pendurada totalmente submersa, sem tocar em nenhuma das paredes do béquer (m_3)

O princípio de Arquimedes postula que um corpo completo ou parcialmente imerso em um fluido é empurrado para cima com a força igual ao peso do fluido deslocado. Este princípio é a base para a determinação da densidade de um corpo mais denso que a água pela medida do seu volume indiretamente. Suponha um sólido com peso no ar e que possui uma massa M e volume V , sua densidade é M/V . Saber a sua massa é basicamente simples utilizando uma balança de precisão, o que já não pode ser dito do volume, devido a irregularidades microscópicas na superfície do sólido é difícil conhecer seu volume exatamente utilizando instrumentos de medida convencionais. Uma maneira mais simples é utilizar um líquido de densidade conhecida, mergulhar o sólido completamente nele, estando isolado do sistema de medida, e medir o peso da massa resultante. O líquido normalmente utilizado é a água, por ser de fácil obtenção e ter suas propriedades físicas bem conhecidas. Quando este corpo é pesado completamente

submerso em água, pelo princípio de Arquimedes a perda aparente de peso é devido ao peso da água deslocada. Como a densidade da água é igual a $1,0 \text{ g/cm}^3$, fica fácil conhecer o volume do sólido, pois o volume da água deslocada (= a do sólido) é o peso da água deslocada dividido pela densidade da água:

$$V_{\text{água}} = \frac{\text{peso}_{\text{água}}}{\rho_{\text{água}}} = \frac{x \text{ g}}{1 \text{ g/cm}^3} = x \text{ cm}^3 \quad (\text{A.1})$$

Deste modo pode-se utilizar diretamente o valor da perda de peso do sólido mergulhado em água como a medida do seu volume, e deste modo determinar a sua densidade, podendo ser escrita deste modo (Rodgers & Mitchell, 1964):

$$\begin{aligned} \rho_{\text{mat}} &= \frac{\text{peso no ar}}{\text{perda de peso na água}} = \\ &= \frac{\text{peso da amostra}}{\text{peso da amostra submersa} - \text{peso do b\u00e9quer com \u00e1gua}} = \frac{m_1}{m_3 - m_2} \quad (\text{A.2}) \end{aligned}$$

A perda de peso na água pode ser escrita na forma acima devido ao fato que ela é igual ao empuxo que a amostra sofre ao ser submersa (proporcional ao volume da amostra), que é igual ao aumento da leitura da balança quando a amostra se encontra submersa (Sears & Zemansky, 1963). A situação é ilustrada pela figura A1 (a), onde o b\u00e9quer e a \u00e1gua indicam um peso total W , a pedra um peso w e T a tens\u00e3o do fio que a suspende. Isolando a pedra, as for\u00e7as aplicadas est\u00e3o indicadas na figura A1 (b), onde B \u00e9 o empuxo. Como $\Sigma F_y = 0$, tem-se:

$$T + B = w \quad (\text{A.3})$$

Isolando a situa\u00e7\u00e3o do b\u00e9quer com \u00e1gua e a amostra pendurada dentro dele (fig. A.1 c), tem-se que S , a for\u00e7a exercida pela balança sobre o sistema isolado, \u00e9, pela terceira lei de Newton, igual mas de sentido contr\u00e1rio a for\u00e7a exercida sobre a balança. Para satisfazer o equil\u00edbrio tem-se que:

$$T + S = w + W \quad (\text{A.4})$$

Subtraindo as duas equações (A.3 e A.4) tem-se:

$$S = W + B \quad (A.5)$$

Demonstrando assim que o incremento na leitura da balança é igual ao empuxo exercido na amostra e pode ser utilizado para determinar a perda de peso da amostra dentro d'água.

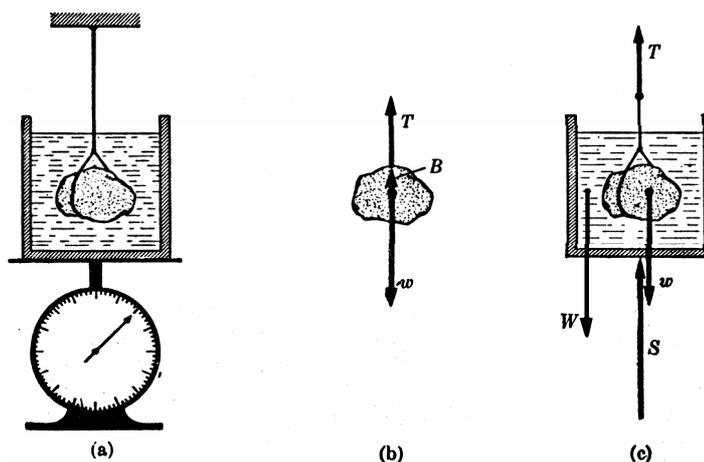


Figura A.1- a) amostra pendurada dentro d'água sem que nenhuma parte dela entre em contato com o béquer, b) forças atuando sobre a pedra, c) forças atuando sobre o conjunto pedra e béquer com água, onde W representa a força peso do béquer mais água, modificado de Sears & Zemansky (1963).

Como dito acima o pré-requisito básico deste método é que a densidade da água seja igual a $1,0 \text{ cm}^3$, mas isto só é possível quando a água é perfeitamente pura, estando há uma pressão de 1 atmosfera, a temperatura de 4°C (máxima densidade), e isenta de gases dissolvidos. A água nestas condições normalmente é chamada de Água Padrão do Meio do Oceano (**SMOW**). Nas condições do laboratório estes parâmetros não são satisfeitos, e o resultado é que a densidade da água é sempre menor do que $1,0 \text{ cm}^3$. Pela fórmula A.1 nota-se que a densidade da água influencia a medida da perda de peso da amostra submersa. Quando a densidade da água é menor, para o mesmo volume de água deslocado, o empuxo é menor, pois menos massa de água é deslocada, o resultado é um valor superestimado para a densidade do material medido. Uma solução seria usar um corpo padrão, que possua valor de densidade bem conhecido e uma constante de

dilatação volumétrica bem pequena, para haver mudanças insignificantes no seu volume. Um padrão muito usado é o quartzo que atende bem a estas exigências, e possui seu valor de densidade bem conhecido, mas é difícil de conseguir um cristal extremamente puro, normalmente existindo algumas impurezas inerentes a sua formação. Outra maneira de se corrigir as medidas é aplicar uma correção devido à variação da densidade da água em função da temperatura. Para isto foi aplicada a correção sugerida por Tanaka et al. (2001) para a variação de densidade da água entre 0°C e 40°C, que atualizam os parâmetros para a correção.

Deste modo a equação A.2 deve ser reescrita com o fator de correção:

$$\rho_{mat\ corr} = \frac{m1}{m3 - m2} * \rho_{\acute{a}gua} \quad (A.6)$$

onde

$\rho_{mat\ corr}$ = densidade aparente do material

m1 = peso da amostra

m2 = peso do béquer + água

m3 = peso do béquer + água + amostra imersa

$\rho_{\acute{a}gua}$ = densidade da água

Deste modo pode-se obter a densidade do material com um maior grau de exatidão pela correção da densidade da água. O valor da densidade da água é obtido corrigindo-se as influências da temperatura, de compressibilidade e de gases dissolvidos. A densidade da água em função da temperatura pode ser escrita deste modo:

$$\rho_{\acute{a}gua}(t) = a_5 \left[1 - \frac{(t_{\acute{a}gua} + a_1)^2 (t_{\acute{a}gua} + a_2)}{a_3 (t_{\acute{a}gua} + a_4)} \right] \quad (A.7)$$

$\rho_{\acute{a}gua}(t)$ = densidade da água corrigida em função da temperatura

$a_1/^\circ\text{C} = -3,983035 \pm 0.00067$

$$a_2/^\circ\text{C} = 301,797$$

$$a_3/^\circ\text{C} = 522528,9$$

$$a_4/^\circ\text{C} = 69,34881$$

$$a_5/(\text{kg m}^{-3}) = 999,974950 \pm 0,00084$$

$$t_{\text{água}} = \text{temperatura da água}$$

O parâmetro a_1 é a temperatura onde a água possui a maior densidade, e o parâmetro a_5 são a densidade da **SNOW** quando atua a pressão de 1 atm. nesta temperatura.

O fator de correção da compressibilidade em função da pressão pode ser escrita deste modo:

$$k_{\text{água}}(p) = [1 + (k_0 + k_1 t + k_2 t^2) \Delta p] \quad (\text{A.8})$$

onde

$k_{\text{água}}(p)$ = correção da variação da densidade da água em função da variação de pressão

$$k_0/(10^{-11} \text{ Pa}^{-1}) = 50,74$$

$$k_1/(10^{-11} \text{ Pa}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}) = -0,326$$

$$k_2/(10^{-11} \text{ Pa}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-2}) = 0,00416$$

$\Delta p = p_{\text{ar}}/\text{Pa} - 101325$ = a diferença entre a pressão do ar atuante na água e a pressão a 1 atm.

onde

$$p_{\text{ar}} = P_0 \left[\frac{t_{\text{ar}} + 273}{(t_{\text{ar}} + 273) - (-6,50 \times 10^{-3})h} \right]^{5,26} \quad (\text{A.9})$$

onde

p_{ar} = pressão atmosférica em função da temperatura do ar

t_{ar} = temperatura do ar

h = altitude do ponto de medida

Devendo ser multiplicado ao valor da densidade da água.

A variação da densidade da água em função dos gases dissolvidos pode ser escrita deste modo:

$$\Delta\rho_s / (\text{kg} / \text{m}^3) = s_0 + s_1 t_{\text{água}} \quad (\text{A.10})$$

onde

$\Delta\rho_s$ = variação da densidade da água em função dos gases dissolvidos

$$s_0 / (10^{-3} \text{ kg m}^{-3}) = -4,612$$

$$s_1 / (10^{-3} \text{ kg m}^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}) = 0,106$$

Deste modo multiplicando-se a eq. (A.7) pela eq. (A.8) e somando-se este resultado a eq. (A.10), se obtém o valor da densidade da água mais próximo ao valor real, podendo ser escrito como:

$$\rho_{\text{água}} = (\rho_{\text{água}}(t) \cdot k_{\text{água}}) + \Delta\rho_s \quad (\text{A.11})$$

Uma última correção é necessária para eliminar o efeito de empuxo que a amostra e o béquer com água sofrem por estar imersas em ar e faz com que o valor fornecido pela balança seja menor que o real, como demonstrado por Wunderli et al. (2003). Para isto aplica-se a seguinte eq.:

$$\rho_{\text{mat final}} = \rho_{\text{mat corr}} + E_{\text{ar}} \quad (\text{A.12})$$

onde

$$E_{\text{ar}} = (1 - \rho_{\text{mat corr}}) \cdot \rho_{\text{ar}} \quad (\text{A.13})$$

E_{ar} = empuxo exercido pelo ar

onde

$$\rho_{\text{ar}} = \frac{A p_{\text{ar}} + B h_r \exp(C t_{\text{ar}})}{(273,15 + t_{\text{ar}})} \quad (\text{A.14})$$

ρ_{ar} = densidade do ar

$$A = 0.34848 \text{ kg m}^{-3} \text{ mbar}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$B = -0.009024 \text{ kg m}^{-3} \%^{-1} \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$C = 0.0612 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

hr = umidade relativa do ar

Devido a falta de equipamento para medir a umidade relativa do ar, e este ser um parâmetro que oscila pouco dentro do ambiente do laboratório, foi atribuído um valor médio de 60% para o cálculo.

Deste modo obtêm-se o valor da densidade corrigido da maioria dos efeitos físicos que atuam no processo da sua determinação, podendo ser usado com mais confiança na modelagem gravimétrica.

Nas tabelas A.2, A.3 e A.5 encontram-se os valores das densidades obtidos. A densidade média encontrada para a **SVSI** é igual a 2,836 g/cm³ com um desvio padrão de 0,141 g/cm³, e para o **CNQ** igual a 3,051 g/cm³ e desvio padrão de 0,109 g/cm³, para a **SVSJ** é igual a 2,817 g/cm³, com um desvio padrão de 0,205 g/cm³; e para o **CBA** é de 3,08 g/cm³, com um desvio padrão de 0,062 g/cm³. Os valores de contraste de densidade para o valor médio da crosta da terra (2,67 g/cm³) são: 0,166 g/cm³ para **SVSI**; 0,381 g/cm³ para **CNQ**; 0,147 g/cm³ para **SVSJ**, e 0,413 g/cm³ para **CBA**.

Nas tabelas A.4 e A.6 estão os dados utilizados para se obter a média ponderada das densidades utilizando as proporções de áreas referentes a cada unidade internas dos complexos Cana Brava e Niquelândia.

Tabela A.2 - Valores de densidade determinados para as unidades do corpo **SVSI**.

Plis1	Densidade aparente	Plii3	Densidade aparente	Plii2	Densidade aparente	Plii1	Densidade aparente
40 ^a	2,692	41b	2,766	46	2,683	30a	2,918
40b	2,625	42	2,649	47	2,711	31a	3,125
39 ^a	2,773	43	2,759	48	2,670	45	3,069
39b	2,934	44	2,907	49	2,696		
39c	2,822			50	2,661		
				51	2,790		
Méd	2,769	Méd	2,770	Méd	2,702	Méd	3,021
Desv. Pad.	0,119	Desv. Pad.	0,105	Desv. Pad.	0,047	Desv. Pad.	0,146

Méd Geral	2,816
Desv. Pad.	0,141
Méd Pond	2,836

Tabela A.3 - Valores de densidade determinados para as unidades do corpo **CNQ**. Os asteriscos mostram as densidades não usadas para a média individual.

LGZ	Densidade aparente	LGZs	Densidade aparente	UGAZ	Densidade aparente
58	3,120	34b	3023	26a	3,082
58b	2,620	52	3,062	26b	3,047
59	3,089	53	3,124	26b	3,039
61	3,012	54	3,049	28a	3,073
62	3,004	65	3,108	28b	3,110
63	3,324			32a	3,020
64	3,036			32b	3,030
91	3,008			55	2,649 *
92	3,148			56	3,066
103	3,060			57	2,740 *
107	3,291			1551	2,665 *
116	2,960			1552	3,090
240	2,997				
250	3,062				
251	3,045				
253	3,143				
254	2,973				
255	3,012				
261	3,069				
1549	3,048				
1550	3,114				
1553	3,028				
1554	3,085				
1556	3,325				
1557	3,333				
1558	3,127				
1559	3,043				
1560	3,042				
Média	3,076	Média	3,073	Média	3,062
Desv. Pad.	0,138	Desv. Pad.	0,042	Desv. Pad.	0,030

LUZ	Densidade aparente	BPZ	Densidade aparente	BGZ	Densidade aparente
1563	3,208	24a	2,875	21a	3,042
1464	3,021	24b	2,887	21b	3,242
1465	2,881 *	25a	2,766	22a	3,072
1560	3,054	25b	2,691	22b	3,004
1561	3,055				
1566	2,938				
Média	3,055	Média	2,805	Média	3,090
Desv. Pad.	0,098	Desv. Pad.	0,093	Desv. Pad.	0,105

Méd geral	3,027
Desv Pad	0,109
Méd Pond	3,051

Tabela A.3 (cont).

Tabela A.4 – Área aflorante individual de cada unidade do **CNQ** e **SVSI** com seu percentual e área total para cada corpo.

CNQ	área (km ²)	%	SVSI	Área (km ²)	%
BGZ	57973715,57	8,2326	PLis3	26,04	
PBZ	52937520,66	7,5174	PLis2	136,35	
LUZ	49180638,00	6,9839	PLis1	40,98	9,6969
LGZ	282252043,33	40,0815	PLii3	80,08	18,9489
LGZs	78587605,43	11,1599	PLii2	50,50	11,9496
UGAZ	183264103,82	26,0246	PLii1	80,27	18,9939
			PLg1	8,39	1,9853
TOTAL	704195626,81	100,0000	TOTAL	422,61	61,5745

Tabela A.5 - Valores de densidade determinados para os corpos **CBA** e **SVSJ**.

CBA	Densidade aparente	SVSJ	Densidade aparente
66	3,198	72	2,690
67	3,153	73	2,649
68	3,017	74	3,066
69	3,095	75	2,740
70	3,070	76	2,665
79	3,043	77	3,090
80	2,994		
81	3,051		
82	3,092		
83	3,120		
Média	3,083	Média	2,817
Desv. Pad.	0,062	Desv. Pad.	0,205

Tabela A.6 - Área aflorante individual de cada unidade do **CCB** com seu percentual e área total.

CCB	área (km ²)	%
PICB1	68,1716	24,1731
PICB2	21,9384	7,7792
PICB3	2,7464	0,9738
PICB4	93,3940	33,1167
PICB5	87,1178	30,8912
Quartzito	0,9980	
Z. Cizalh.	7,6487	
TOTAL	282,0148	96,9340