

Universidade de São Paulo
Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas
Departamento de Astronomia

George José Martins Zilioti

**Um Estudo Sobre a Tensão Supernova -
Radiação Cósmica de Fundo e o Decaimento
do Vácuo**

São Paulo

2013

George José Martins Zilioti

**Um Estudo Sobre a Tensão Supernova -
Radiação Cósmica de Fundo e o Decaimento
do Vácuo**

Dissertação apresentada ao Departamento de
Astronomia do Instituto de Astronomia, Geofísica
e Ciências Atmosféricas da Universidade de
São Paulo como requisito parcial para a ob-
tenção do título de Mestre em Ciências.

Área de Concentração: Astronomia

Orientador: Prof. Dr. José Ademir Sales de
Lima

São Paulo

2013

Agradecimentos

Agradeço primeiramente à minha família, que sempre esteve do meu lado, à minha namorada, Cíntia, pela companhia e apoio,

Ao meu orientador, José Ademir Sales de Lima, pelo tema proposto e por sempre estar disponível para esclarecer minhas dúvidas,

Aos meus colegas do IAG e do grupo de cosmologia,

Aos professores e funcionários do IAG e da USP, por fornecer um serviço essencial não só a universidade, mas a todo o país,

E por fim à Capes, pelo apoio financeiro.

Resumo

Neste trabalho analisamos algumas consequências físicas de uma cosmologia acelerada com interação no chamado setor cósmico escuro (energia escura + matéria escura fria). A componente de energia escura é representada por uma densidade de energia do vácuo que varia com o tempo e cuja lei de decaimento tem a seguinte forma: $\Lambda = \Lambda_0 + 3\alpha/a^2$, onde Λ_0 é o termo de vácuo usual, α é um parâmetro livre e $a(t)$ o fator de escala. Nesse contexto discutimos a tensão existente entre os dados de Supernovas (que preferem um Universo fechado, $\Omega_\kappa > 0$) e os dados da radiação cósmica de fundo que favorecem um Universo espacialmente plano ($\Omega_\kappa = 0$). Considerando que o termo variável simula uma curvatura (pois ambos possuem a mesma dependência no fator de escala), mostramos que sua contribuição atua no sentido de aliviar a tensão SNe Ia-CMB existente no modelo de concordância cósmica padrão (Λ CDM, $\alpha = 0$). O modelo resolve o problema da idade do Universo e para $a \gg 1$, tal como ocorre com Λ CDM, também evolui para um estágio de Sitter. O parâmetro α é limitado através de uma análise estatística conjunta envolvendo dados de Supernovas, CMB (*shift parameter*) e oscilações acústicas dos bárions (BAO). Separando o termo de vácuo em duas componentes (Ω_{Λ_0} e Ω_α) um teste χ^2 fornece os seguintes valores para o modelo plano: $\Omega_{m0} = 0,27 \pm 0,02$, $\Omega_{\Lambda_0} = 0,74 \pm 0,02$ e $\Omega_{\alpha 0} = -0,01 \pm 0,03$.

Abstract

In this work we analyze some physical consequences of an accelerating cosmology endowed with interaction in the cosmic dark sector (dark energy + cold dark matter). The dark energy component is represented by a time-dependent vacuum energy whose decay law has the following form: $\Lambda = \Lambda_0 + 3\alpha/a^2$, where Λ_0 is the standard vacuum term, α is a free parameter and $a(t)$ is the scale factor. In this context we discuss the existing tension between Supernovas (SNe Ia, which prefer a closed Universe, $\Omega_\kappa > 0$) and the cosmic background radiation (CMB) data (which are favoring a spatially flat Universe, $\Omega_\kappa = 0$). By considering that the variable Λ -term mimics a curvature (since both terms have the same dependence on the scale factor), we show that its contribution helps to alleviate the tension SNe Ia-CMB existing in the standard cosmic concordance model. The present model solves the age of the Universe problem and for $a \gg 1$, it also evolves to a de Sitter model as occur with the Λ CDM scenario. The contribution of the α parameter is limited through a joint statistical analysis involving Supernovas, CMB (*shift parameter*) and baryon acoustic oscillations (BAO). By separating the variable vacuum term in two components (Ω_{Λ_0} e Ω_α), a χ^2 test furnishes the following values for the free parameters of the flat model: $\Omega_{m0} = 0,27 \pm 0,02$, $\Omega_{\Lambda_0} = 0,74 \pm 0,02$ and $\Omega_{\alpha 0} = -0,01 \pm 0,03$.

Lista de Figuras

3.1	Gráfico original da relação velocidade distância obtida por Hubble	40
3.2	Diagrama de Hubble para SNe do tipo Ia.	41
3.3	Espectro de corpo negro da radiação cósmica de fundo.	43
3.4	Anisotropias da radiação cósmica de fundo.	44
3.5	Espectro de potências do CMB obtido pelo WMAP9.	45
3.6	Esquematisação da oscilação acústica de bárions.	48
3.7	Contornos de confiança dos dados de SNe, CMB e BAO	50
4.1	Parâmetro de desaceleração em função do <i>redshift</i> para Λ CDM.	53
4.2	Idade do modelo Λ CDM em função da densidade de energia do vácuo. . .	54
6.1	Distribuição posterior de Ω_{m0}	79
6.2	Parâmetros de densidade em função do <i>redshift</i>	83
6.3	Parâmetro de desaceleração em função do <i>redshift</i>	84
6.4	Divisão do espaço de parâmetro $\Omega_{\Lambda 0}$ e Ω_{m0}	86
6.5	Idade do universo $H_0 t_0$ do modelo plano com decaimento do vácuo.	87
6.6	Comparação dos contornos de Confiança de SNe.	89
6.7	Contornos de confiança para os dados de SNe, CMB e BAO.	90

Lista de Tabelas

3.1	Dados de BAO.	49
5.1	Leis de Decaimento.	67
6.1	Valores de $\Delta\chi^2$	88
7.1	Comparação de diferentes resultados.	92

Sumário

1. <i>Introdução</i>	17
1.1 Apresentação	17
1.2 Organização do Trabalho	18
1.3 Notações	19
2. <i>Cosmologias Do Tipo FRW</i>	21
2.1 Equações de Einstein	21
2.2 Métrica de FRW e Equações de Friedmann	22
2.3 Componentes do Universo	27
2.3.1 Matéria Bariônica	27
2.3.2 Radiação	27
2.3.3 Matéria Escura	28
2.3.4 Vácuo	28
2.4 Modelos Cosmológicos	31
2.4.1 Modelo de Einstein	31
2.4.2 Modelo de De Sitter	32
2.4.3 Modelo de Einstein-De Sitter	33
3. <i>Distâncias e Cosmologia Observacional</i>	35
3.1 Distâncias	35
3.1.1 Distância de Luminosidade	35
3.1.2 Distância de Diâmetro Angular	37
3.1.3 Relação de Etherington	38
3.1.4 Distâncias em Função dos Parâmetros Cosmológicos	38

3.2	Cosmologia Observacional	39
3.2.1	A Velocidade de Recessão das Galáxias	39
3.2.2	Supernovas do Tipo Ia	40
3.2.3	A Radiação Cósmica de Fundo	42
3.2.4	Oscilações Acústicas de Bárions	47
3.2.5	Contornos de Confiança	49
4.	<i>O Modelo de Concordância Cósmica e Energia Escura</i>	51
4.1	O Modelo Λ CDM	51
4.2	Problemas da Constante Cosmológica	54
4.2.1	O Problema Original	54
4.2.2	Novo Problema?	55
4.3	Energia Escura	56
4.3.1	Modificações da Relatividade	56
4.3.2	Modelos X CDM	57
4.3.3	Gás de Chaplygin	58
4.3.4	Criação de Matéria Escura	58
4.3.5	Quintessência	59
5.	<i>Modelos Com Interação no Setor Escuro</i>	61
5.1	Teoria	62
5.2	Problema da Coincidência	65
5.3	Formas de Interação	66
5.3.1	Modelo $Q = A_v \rho_v + A_m \rho_m$	66
5.3.2	Modelo de Wang e Meng	68
5.3.3	Modificações na Densidade da matéria	68
5.3.4	Modelos com $\Lambda(a)$	69
6.	<i>Tensão SNe-CMB e o Decaimento do Vácuo</i>	71
6.1	Histórico	71
6.1.1	Modelo de Ozer e Taha	71
6.1.2	Modelo de Chen e Wu	73
6.1.3	Modelo de Abdel-Rahman	74

6.1.4	Modelo de Carvalho, Lima e Waga	75
6.1.5	Modelo de Lopez e Nanopoulos	75
6.1.6	Modelo de Chen e Wu Generalizado	75
6.1.7	Análise Termodinâmica	76
6.2	Motivações	77
6.2.1	Termo Constante	77
6.2.2	Tensão SNe-CMB	77
6.3	Novo Modelo: $\Lambda_0 + 3\alpha a^{-2}$	78
6.3.1	Densidade da Matéria Escura e Parâmetro de Hubble	79
6.3.2	Parâmetros de Densidade de Desaceleração	82
6.3.3	Caso Plano	85
6.3.4	Idade no Modelo Plano	85
6.4	Testes Observacionais	86
6.4.1	Teste χ^2	86
6.4.2	Contornos de Confiança e Melhor Ajuste	89
7.	<i>Conclusões e Perspectivas</i>	91
	<i>Referências</i>	95

Introdução

1.1 Apresentação

Um dos grandes desafios atuais da cosmologia bem como da física em geral é determinar a natureza da energia escura, uma forma de energia proposta para explicar a aceleração cósmica descoberta em 1998 (Riess et al., 1998; Perlmutter et al., 1999). O paradigma cosmológico atual diz que cerca de 70% da energia do universo está nesta forma, 27% na forma de matéria escura e o restante é composto pela componente bariônica, que envolve matéria ordinária e radiação.

Estas conclusões sobre a composição do universo veio com as observações resultantes da construção de grandes telescópios e o trabalho de inúmeros investigadores que conseguiram realizar o que seria impensável até duas décadas atrás. Os principais resultados estão associados com três conjuntos de dados provenientes das observações de supernovas distantes (SNe, Suzuki et al. 2012), da observação da radiação cósmica de fundo (*Cosmic Microwave Background*, CMB, Hinshaw et al. 2013; Ade et al. 2013) que permeia todo o universo e da observação de picos acústicos possível graças a estatística em grandes mapeamentos de galáxias (BAO, Eisenstein et al. 2005).

Energia escura é a denominação geral para a componente cósmica que causa a aceleração. Embora a densidade de energia do vácuo seja atualmente o melhor candidato, existem inúmeros modelos que desempenham este papel. No presente trabalho estudaremos uma classe destes modelos em que há interação no setor escuro, ou seja, entre matéria e energia escura. Mais especificamente, vamos focar num modelo em que haja decaimento do vácuo em matéria escura ou vice-versa. As motivações principais para este trabalho são:

1. Modelos com decaimento do vácuo ($\Lambda(t)$) podem lançar uma luz sobre os problemas da constante cosmológica (PCC) e também sobre o chamado problema da coincidência cósmica.
2. O modelo em particular estudado pode aliviar a tensão entre os resultados dos testes observacionais de SNe e CMB.

O PCC se trata da enorme diferença entre o valor da densidade de energia do vácuo ($\rho_v = \frac{\Lambda}{8\pi G}$) observacionalmente medido e o calculado através de teoria quântica de campos (Weinberg, 1989). O problema da coincidência procura saber porque as densidades de energia da matéria e energia escura possuem a mesma ordem de grandeza no momento cosmológico atual, pois, de acordo com o modelo padrão, estas densidades evoluem de maneira muito diferente com o tempo, logo hoje seria uma época especial da vida do universo. Na segunda motivação nos referimos as diferenças nos dados de SNe e CMB, que durante o trabalhos chamaremos de tensão SNe-CMB.

1.2 Organização do Trabalho

No capítulo 2 faremos uma revisão geral da cosmologia de Friedmann-Robertson-Walker, na seção 2.2 discutiremos a métrica de FRW, as equações dinâmicas e os parâmetros cosmológicos. Na seção 2.3 apresentaremos as componentes que constituem o universo, com isso pode-se discutir alguns modelos cosmológicos clássicos, já na seção 2.4.

As várias distâncias cosmológicas estão definidas no capítulo 3. Estas definições serão utilizadas na seção que trata das principais observações (3.2). Os testes observacionais apresentados são SNe, CMB e BAO.

No capítulo 4, trataremos do atual modelo padrão da cosmologia (Λ CDM) e outros candidatos para energia escura. Começando com o modelo padrão e os problemas associados com a constante cosmológica, fecharemos o capítulo com algumas propostas para a energia escura.

No capítulo 5 discutiremos, de maneira geral, a interação entre energia e matéria escura. Motivado pelos problemas apresentados no capítulo anterior, algumas formas de interação serão mostradas como exemplos.

Finalmente, no capítulo 6, discutiremos a tensão SNe-CMB a luz de nosso modelo com decaimento do vácuo. Faremos um estudo detalhado de suas previsões e aplicaremos

os testes observacionais discutidos em 3.2 a fim de obter os melhores ajustes para os parâmetros do modelo. No capítulo 7, apresentamos as conclusões e perspectivas do nosso trabalho.

A parte original do presente trabalho se encontra nas seções 6.2, 6.3 e 6.4.

1.3 Notações

Neste trabalho a métrica terá assinatura $(+, -, -, -)$ e o sistema de unidades usado será o natural, com $c = \hbar = 1$, exceto quando quisermos explicitá-las. Ao citar valores numéricos usaremos unidades típicas da astronomia (e.g. pc , Gyr), ou o sistema internacional de unidades.

Cosmologias Do Tipo FRW

Neste capítulo apresentaremos uma breve revisão dos fundamentos da cosmologia moderna. Concentraremos nossa atenção nos chamados modelos do tipo Friedmann-Robertson-Walker (FRW).

2.1 *Equações de Einstein*

Em 1916 Einstein apresentou a teoria da relatividade geral, sendo possível pela primeira vez na história o estudo da cosmologia¹. O primeiro modelo cosmológico foi feito pelo próprio Einstein. O universo de Einstein (como ficou conhecido o modelo) é estático e fechado, refletindo o desconhecimento da época a respeito da distribuição de matéria do universo e também do seu estado de expansão. Mais adiante discutiremos com detalhe este e outros modelos cosmológicos, nesta seção o foco será a relatividade geral, publicada em 1915 (Einstein, 1915, 1916).

A relatividade geral é uma extensão da relatividade restrita para descrever a interação gravitacional. O ponto de partida foi o chamado princípio da equivalência entre gravitação e inércia, proposto por Einstein em 1907 (Weinberg, 1972). Tal princípio nada mais é que uma generalização do fato de que por causa da equivalência entre as massas gravitacionais e inerciais, um observador em queda livre não sente os efeitos da gravitação. O princípio diz que para todo espaço-tempo gerado por um campo gravitacional arbitrário, existe um referencial inercial local no qual os efeitos de gravitação estão ausentes (Weinberg, 1972;

¹ Apesar de ter sido desenvolvida posteriormente, é possível estudar cosmologia com base na teoria newtoniana da gravitação. O artigo pioneiro é de McCrea e Milne (1934), estando a teoria descrita em detalhes em Bondi (1968), Cap. IX. Uma generalização Neo-Newtoniana foi posteriormente proposta por Lima et al. (1997).

Peebles, 1993).

A relatividade geral é uma teoria sobre a geometria do espaço-tempo, então geometrias não euclidianas são de extrema importância. As equações de Einstein da relatividade geral são (Weinberg, 1972):

$$G^{\mu\nu} = 8\pi GT^{\mu\nu}, \quad (2.1)$$

onde $G^{\mu\nu} = R^{\mu\nu} - \frac{R}{2}g^{\mu\nu}$ é o tensor de Einstein e $T_{\mu\nu}$ é o tensor energia-momento. O lado esquerdo de (2.1) representa a geometria do espaço tempo, o lado direito o conteúdo material. Tais equações dizem como as formas de energia curvam o espaço-tempo.

Para resolver estas equações é preciso fazer algumas hipóteses sobre a geometria. Por exemplo, para um espaço-tempo com simetria esférica e toda massa concentrada na origem obtemos a solução de Schwarzschild. Para aplicações cosmológicas Einstein introduziu o chamado princípio cosmológico.

2.2 Métrica de FRW e Equações de Friedmann

O princípio cosmológico é uma generalização do princípio copernicano e basicamente se traduz nos conceitos de homogeneidade e isotropia², ou seja, todos os pontos e direções do espaço são equivalentes. Com base nisso pode-se construir uma métrica, conhecida como métrica de Friedmann-Robertson-Walker (Robertson, 1935; Friedmann, 1922, 1924; Walker, 1936):

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - \kappa r^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right], \quad (2.2)$$

onde t , r , θ e ϕ são as coordenadas espaço-temporais, κ ($= 0, \pm 1$) é o parâmetro de curvatura espacial e $a(t)$ é uma função arbitrária do tempo a ser determinada pelas equações de Einstein. O parâmetro de curvatura pode assumir três valores distintos: 0, -1 ou 1 . Quando $\kappa = 0$ o universo é dito plano, ou seja, sua geometria espacial é plana. No caso

² O princípio copernicano diz que a Terra não ocupa uma posição privilegiada no universo. O termo princípio copernicano foi cunhado por Bondi (1968). Posteriormente ele também propôs o princípio cosmológico perfeito, pelo qual o universo é homogêneo e isotrópico no espaço e no tempo. Tal princípio conduziu a chamada cosmologia de estado estacionário.

$\kappa = -1$ a geometria é aberta, analogamente à uma sela, o último caso, com $\kappa = 1$, o universo é fechado, em duas dimensões a analogia é a superfície de uma esfera.

O tensor energia-momento que aparece do lado direito das equações de Einstein em geral toma a forma de um fluido perfeito, a saber (Dodelson, 2003)

$$T^{\mu\nu} = (p + \rho)u^\mu u^\nu - pg^{\mu\nu}, \quad (2.3)$$

onde p é a pressão, ρ é a densidade de energia e u_α é a quadrivelocidade do fluido.

Para um observador comóvel ($u^\mu = \delta_0^\mu$), das equações (2.1), (2.2) e (2.3) obtemos as chamadas equações de Friedmann (Weinberg, 1972):

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{\kappa}{a^2}, \quad (2.4)$$

e

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p). \quad (2.5)$$

A lei de conservação de energia ($u_\mu T^{\mu\nu}_{;\nu} = 0$) toma a seguinte forma:

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(p + \rho) = 0, \quad (2.6)$$

e pode também ser deduzida diretamente das equações de Friedmann acima. Para prosseguir é preciso determinar quem são os ingredientes que compõe o universo. As diversas componentes materiais e energéticas preenchendo o cosmos são usualmente parametrizadas através de uma equação de estado (*ω -law*):

$$p = \omega\rho, \quad (2.7)$$

onde ω é uma constante conhecida como parâmetro da equação de estado. Substituindo (2.7) em (2.6) pode-se obter a densidade de energia em função do fator de escala:

$$\rho \propto a^{-3(1+\omega)}. \quad (2.8)$$

Para $\omega = 0$, $1/3$ ou -1 , temos, respectivamente, matéria ($\rho_m \propto a^{-3}$), radiação ($\rho_r \propto a^{-4}$) e vácuo (ρ_v constante).

A curvatura é determinada pelas densidades de energia das diversas componentes comparadas com uma densidade crítica:

$$\rho_{crit} = \frac{3H^2}{8\pi G}, \quad (2.9)$$

caso a densidade total seja menor que a densidade crítica o universo é aberto, caso seja maior o universo é fechado, quando for exatamente igual o universo é plano.

Na descrição da dinâmica cosmológica, alguns parâmetros desempenham um papel especial. O primeiro deles é o próprio parâmetro de Hubble, que aparece diretamente nas equações de Friedmann:

$$H = \frac{\dot{a}}{a}, \quad (2.10)$$

outros parâmetros importantes são os chamados parâmetros de densidade, definidos como:

$$\Omega_i = \frac{8\pi G}{3H^2} \rho_i = \frac{\rho_i}{\rho_{crit}}, \quad (2.11)$$

onde utilizamos a definição da densidade crítica dada por (2.9), ou seja, o parâmetro de densidade nada mais é que a razão entre a densidade de uma certa componente “ i ” em relação à densidade crítica. De maneira similar podemos definir a curvatura em termos dos parâmetros de densidade:

$$\Omega_{total} = \sum_i \Omega_i = 1 + \frac{\kappa}{a^2 H^2}. \quad (2.12)$$

Introduzindo uma parâmetro de curvatura:

$$\Omega_\kappa = -\frac{\kappa}{a^2 H^2}, \quad (2.13)$$

podemos reescrever a primeira equação de Friedman na seguinte forma:

$$\sum_i \Omega_i + \Omega_\kappa = 1. \quad (2.14)$$

Com isso podemos ver porque a densidade crítica determina a curvatura, se a soma da densidade de todas as componentes for igual à densidade crítica, vemos que a somatória de (2.14) são iguais a um, ou seja, κ deve ser zero, caso a soma seja menor κ deve ser negativo (universo hiperbólico), caso seja maior κ será positivo (universo fechado).

Outro parâmetro cosmológico importante é o chamado parâmetro de desaceleração:

$$q = -\frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2}, \quad (2.15)$$

o sinal menos na expressão acima foi introduzido pois na época acreditava-se que o universo deveria expandir desaceleradamente, já que a gravidade é atrativa. O parâmetro de Hubble está relacionado com a primeira derivada do fator de escala, o parâmetro de desaceleração com a segunda, existem outros parâmetros associados com as derivadas de ordem superior, porém são raramente utilizados na cosmologia (Turner e Riess, 2002; Visser, 2004; Guimarães et al., 2009).

Uma prática comum em cosmologia é usar o índice 0 para se referir ao tempo atual, pois é natural usar as quantidades hoje como constantes de integração.

Em cosmologia raramente se usa o tempo como variável, em seu lugar costuma-se usar o próprio fator de escala ou o *redshift* (desvio para o vermelho, em português), cujo símbolo é z . O *redshift* é o desvio para comprimentos de onda maiores que é observado³ em objetos distantes devido a expansão cósmica, sendo diretamente associado ao fator de escala. A definição de *redshift* é:

$$z = \frac{\lambda_{emit} - \lambda_{obs}}{\lambda_{obs}} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}, \quad (2.16)$$

onde λ_{emit} é a frequência da luz emitida e λ_{obs} a da luz observada. Para estabelecer a conexão com o fator de escala considera-se um raio de luz viajando até o observador por uma direção radial, que segue um elemento de linha nulo, então usando a métrica de FRW (2.2):

$$dt = -a(t) \frac{dr}{\sqrt{1 - \kappa r^2}}, \quad (2.17)$$

com o sinal de menos porque a luz vem em direção a origem. Considerando a fonte com coordenada r_1 e o instante em que a luz é emitida t_1 segue que:

$$\int_{t_1}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - \kappa r^2}}, \quad (2.18)$$

³ Existe também o o desvio para o azul (*blueshift*), que é o desvio para comprimentos de onda menores, que ocorre para objetos que estão se aproximando de nós. Um exemplo de galáxia que tem *blueshift* é Andromeda. Tal fenômeno ocorre apenas no cosmo local, não sendo importante para a descrição do universo em larga escala.

agora considerando um fóton emitido em $t_1 + \delta t_1$ e detectado em $t_0 + \delta t_0$:

$$\int_{t_1+\delta t_1}^{t_0+\delta t_0} \frac{dt}{a(t)} = \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1-\kappa r^2}}, \quad (2.19)$$

o lado direito da equação (2.19) é o mesmo que em (2.18) porque a coordenada radial de um objeto comóvel é constante. Igualando as duas expressões e rearranjando as integrais temos:

$$\int_{t_0}^{t_0+\delta t_0} \frac{dt}{a(t)} = \int_{t_1}^{t_1+\delta t_1} \frac{dt}{a(t)}, \quad (2.20)$$

diferenciando a expressão acima e considerando que o fator de escala não varia apreciavelmente nos intervalos de tempo entre as emissões (ou recepções) sucessivas dos fótons obtém-se:

$$\frac{\delta t_1}{a(t_1)} = \frac{\delta t_0}{a_0}. \quad (2.21)$$

Se este intervalo de tempo corresponder ao comprimento de onda da radiação temos que:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_0} = \frac{a(t_1)}{a_0}, \quad (2.22)$$

utilizando (2.16) percebe-se que o lado esquerdo da equação (2.22) é $\frac{1}{1+z}$, então:

$$a(t) = \frac{a_0}{1+z}. \quad (2.23)$$

Por fim a idade do universo em dado *redshift* z pode ser calculada pela definição do parâmetro de Hubble (2.10), isolando dt e integrando:

$$t(z) = \frac{1}{H_0} \int_0^{1/1+z} \frac{da}{aE(a)}, \quad (2.24)$$

onde $E = H/H_0$. Para calcular a idade hoje basta supor $z = 0$, ou seja, $a = a_0$. Temos:

$$H_0 t_0 = \int_0^1 \frac{dx}{xE(x)}, \quad (2.25)$$

onde $x = a/a_0$. A partir da expressão de $E(a)$ obtemos de (2.24) e (2.25) as idades $t(z)$ ou t_0 em qualquer modelo cosmológico baseado na métrica do tipo FRW.

2.3 Componentes do Universo

As principais componentes que podem constituir o universo estão descritas a seguir.

2.3.1 Matéria Bariônica

A componente mais óbvia para qualquer modelo cosmológico é a matéria ordinária, que localmente constitui estrelas e planetas, normalmente chamada de matéria bariônica⁴.

A equação de estado da componente cósmica material é $p = 0$, ou seja, esta componente não contribui com pressão. Para entender o motivo desta equação de estado basta lembrar a pressão de um gás é dada por $p = \frac{nm\overline{v^2}}{3}$, onde n é a densidade numérica, m é a massa e $\overline{v^2}$ é a média da velocidade ao quadrado. O “gás” tratado em cosmologia é formado pelas galáxias e aglomerados, que possuem velocidade peculiar muito pequena (em comparação com a velocidade da luz). Assim, ao se restaurar o fator c nas equações de Friedmann vemos que a contribuição da pressão é desprezível.

O valor do parâmetro de densidade dos bárions é obtido com dados de CMB, BAO e aglomerados e vale cerca de 0,045.

2.3.2 Radiação

Outra componente óbvia são os fótons que permeiam o universo. Como será discutido adiante, a maior contribuição radiativa está associada a radiação cósmica de fundo, na região de microondas.

Qualquer partícula ultrarelativística (cuja energia cinética é muito maior que sua massa) também contribui como radiação, pois para $K_b T \gg mc^2$ a equação de estado tende para $p = \frac{1}{3}\rho$ (Groot et al., 1980).

Conforme veremos a maior contribuição para a densidade de energia dos fótons vem da radiação cósmica de fundo, que possui uma temperatura extremamente bem determinada de 2,725 K. A partir desse é fácil ver que a contribuição para o parâmetro de densidade total é de apenas $\Omega_r \approx 10^{-5}$ e portanto bem menor do que da matéria (escura ou bariônica).

⁴ O termo bárion, no contexto de física de partículas, remete ao estado ligado de três quarks, cujos exemplos mais comuns são os prótons e nêutrons. Esta denominação é usada porque praticamente toda a massa dos átomos está associada aos núcleos, ou seja, a contribuição dos elétrons (que são léptons) é desprezível.

2.3.3 Matéria Escura

Matéria escura é a denominação para qualquer tipo de matéria que não interage com a luz. De maneira geral, a matéria escura é classificada em quente, fria ou morna (HDM, CDM e WDM, respectivamente, nas siglas em inglês), a diferença é que a fria é não relativística e a quente é ultrarelativística, sendo morna no caso intermediário. Atualmente acredita-se que a matéria escura é fria, então sua equação de estado é a mesma da matéria bariônica: $p = 0$.

As primeiras observações que levaram à matéria escura foram feitas por F. Zwicky na década de 30 (Zwicky, 1933); ao estudar a velocidade de dispersão de galáxias em aglomerados ele percebeu que deveria existir muito mais massa nesses sistemas do que era estimado através da emissão de luz (massa bariônica).

As observações que definitivamente convenceram a comunidade astronômica da existência da matéria escura foram feitas por V. Rubin já na década de 1970. Ela mediu a curva de rotação de várias galáxias e concluiu que deveria existir mais massa nesse sistema do que era observado (Rubin e Ford, 1970; Rubin et al., 1985).

A rotação das galáxias espirais segue a lei de Newton:

$$v_{rot} = \left(\frac{GM}{r} \right)^{1/2}, \quad (2.26)$$

onde r é a distância ao centro e M é a massa interior ao raio r . Longe do centro, na região onde há pouca matéria visível esperamos que a velocidade de rotação tenha a forma $r^{-1/2}$ pois toda a massa do sistema está dentro do raio. No entanto V. Rubin mediu que essas velocidades se mantêm aproximadamente constantes, logo deve haver grande quantidade de massa que não emite luz nas regiões externas das galáxias. Esta matéria compõe os chamados halos de matéria escura de galáxias e aglomerados.

2.3.4 Vácuo

Antigamente entendia-se por vácuo a completa ausência de matéria ou qualquer forma de energia. Porém, com a advento da teoria quântica de campos essa concepção foi modificada. Agora se define o vácuo como sendo o estado de mais baixa energia de um campo quântico e, portanto, o vácuo carrega energia.

A energia do vácuo resultante de todos os campos quânticos existentes no universo

pode ser identificada com a chamada constante cosmológica, dada por:

$$\rho_v = \frac{\Lambda}{8\pi G}, \quad (2.27)$$

a constante cosmológica tem uma história interessante. Inicialmente este termo foi introduzido por Einstein (1917) nas equações de campo (2.1) para viabilizar seu modelo cosmológico estático (o modelo de Einstein será discutido mais a frente, na seção 2.4.1). Naquela época não se sabia que o vácuo carregava energia, então a constante cosmológica foi introduzida como um termo geométrico, ou seja, do lado esquerdo das equações. Nesta interpretação geométrica Λ aparece como uma constante de integração, normalmente tida como zero no desenvolvimento da relatividade geral padrão.

Posteriormente, quando Hubble descobriu a expansão do universo, Einstein descartou a constante cosmológica pois a considerou desnecessária (Einstein, 1931), por outro lado, as estimativas da constante de Hubble da época implicavam em uma idade do universo muito baixa comparada com algumas estimativas da idade da Via Láctea. Lemaitre argumentou que a constante cosmológica aumentava a idade do universo e poderia resolver o problema da idade. Assim Λ nunca foi totalmente abandonada⁵.

As evidências para a constante cosmológica até meados dos anos 90 eram: A identificação feita de que a energia do vácuo era efetivamente uma constante cosmológica; as baixas medidas da densidade de energia da matéria que não eram o suficiente para um universo plano, conforme indicava as observações da radiação cósmica de fundo e as teorias inflacionárias; e o problema da idade, que nunca foi totalmente resolvido mesmo quando as medidas da constante de Hubble caíram para cerca de 10% das estimativas originais. A evidência mais confiável surgiu em 1998 quando dois grupos independentes reportaram a expansão acelerada do universo (Riess et al., 1998; Perlmutter et al., 1999).

Como foi visto anteriormente Λ pode ser interpretada como a densidade de energia do vácuo. Pensando o vácuo como um fluido perfeito é fácil verificar que sua equação de estado é dada por:

$$p_v = -\rho_v, \quad (2.28)$$

para obter esta relação notamos que as propriedades do vácuo são invariantes de Lorentz,

⁵ Para uma história da constante cosmológica veja Straumann (2002); Demiański (2000); Lima (2004).

ou seja, transformações de Lorentz arbitrárias não modificam a forma do tensor de energia momento (Grøn, 1986; Cunha, 2002) e portanto, o TEM deve se transformar como:

$$T_{\mu\nu} = T_{\mu'\nu'} = L_{\mu'}^{\alpha} L_{\nu'}^{\beta} T_{\alpha\beta}, \quad (2.29)$$

primeiramente, considerando um *boost* de velocidade v na direção \hat{x} , obtém-se:

$$T_{00} = T_{0'0'} = \gamma^2 [T_{00} + v(T_{01} + T_{10} + vT_{11})], \quad (2.30)$$

onde $\gamma = (1 - v^2)^{1/2}$ é o fator de Lorentz. Isolando v lembrando que:

$$v = T_{00} + T_{11} + T_{01} + T_{10}, \quad (2.31)$$

a transformação da componente 11 resulta na mesma equação. Transformando as componentes T_{01} e T_{10} temos:

$$T_{00} + T_{11} + v(T_{01} + T_{10}) = 0, \quad (2.32)$$

obtendo:

$$T_{11} = -T_{00}, \quad (2.33)$$

e

$$T_{01} = -T_{10}. \quad (2.34)$$

As transformações de T_{02} e T_{12} resultam em:

$$T_{02} = \gamma T_{02} + \gamma v T_{12}, \quad (2.35)$$

e

$$T_{12} = \gamma v T_{02} + \gamma T_{12}, \quad (2.36)$$

o que implica que $T_{02} = T_{12} = 0$. Da mesma forma é possível determinar que:

$$T_{20} = T_{21} = T_{03} = T_{13} = T_{30} = T_{31} = 0. \quad (2.37)$$

Agora considerando um *boost* na direção \hat{y} obtém-se:

$$T_{01} = T_{10} = T_{23} = T_{32} = 0, \quad (2.38)$$

e

$$T_{22} = -T_{00}. \quad (2.39)$$

E por fim um *boost* na direção \hat{z} leva a:

$$T_{33} = -T_{00}. \quad (2.40)$$

Juntando todas estas informações:

$$T_{\mu\nu} = T_{00} \text{diag}(1, -1, -1, -1), \quad (2.41)$$

ou seja:

$$T_{\mu\nu} = T_{00} \eta_{\mu\nu}, \quad (2.42)$$

lembrando que a interpretação de T_{00} é a densidade de energia da componente considerada, neste caso o vácuo. Para uma métrica arbitrária basta substituir $\eta_{\mu\nu}$ por $g_{\mu\nu}$:

$$T_{\mu\nu} = \rho_v g_{\mu\nu}, \quad (2.43)$$

comparando com a expressão de um fluido perfeito (2.3) chega-se a relação (2.28).

De posse destes ingredientes podemos discutir os vários modelos cosmológicos, o que será feito na seção 2.4.

2.4 Modelos Cosmológicos

2.4.1 Modelo de Einstein

O modelo de Einstein foi o primeiro modelo cosmológico, proposto em 1917 (Einstein, 1917), um ano após a publicação da relatividade geral. Naquela época ainda não se tinha uma visão clara do que era uma galáxia e ainda não existiam as observações de Hubble que determinaram a expansão universal, então a visão predominante é que o universo era estático, pois essa era a impressão que o céu noturno passava. Einstein então construiu seu

modelo para ser estático, ou seja, a função $a(t)$ que aparece nas equações de Friedmann (2.4) e (2.5) é constante.

Para o conteúdo material Einstein supôs que existia apenas matéria pois era apenas isso que observavam na época, ou seja, podemos eliminar o termo de pressão em (2.5). As equações resultantes são:

$$\frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3} - \frac{\kappa}{a^2} = 0, \quad (2.44)$$

e

$$\frac{4\pi G}{3}\rho = \frac{\Lambda}{3}, \quad (2.45)$$

onde se deixou explícita a constante cosmológica. Eliminando ρ da primeira equação obtém-se uma expressão para Λ :

$$\Lambda = \frac{\kappa}{a^2}, \quad (2.46)$$

da segunda equação obtemos a densidade em função da constante cosmológica:

$$\rho = \frac{\Lambda}{4\pi G} = \frac{\kappa}{4\pi G a^2}, \quad (2.47)$$

como a densidade deve ser positiva implica que $\kappa = 1$.

2.4.2 Modelo de De Sitter

Neste modelo, proposto por de Sitter (1917), não há presença de matéria, radiação ou curvatura, somente constante cosmológica. Eliminando a densidade, a pressão e a curvatura das equações de Friedmann:

$$\dot{a} = \sqrt{\frac{\Lambda}{3}}a, \quad (2.48)$$

integrando:

$$a(t) = a_0 \exp \sqrt{\frac{\Lambda}{3}}(t - t_0), \quad (2.49)$$

neste modelo o parâmetro de Hubble é constante e vale $\frac{\Lambda}{3}$.

2.4.3 Modelo de Einstein-De Sitter

Este modelo, proposto por Einstein e de Sitter (1932), é semelhante ao modelo de Einstein pois apenas a matéria domina, não há constante cosmológica e o universo é plano. Usando a expressão (2.8) com $\omega = 0$ para obter a densidade em função do fator de escala e substituindo na primeira equação de Friedmann:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 \propto \frac{8\pi G}{3}a^{-3}, \quad (2.50)$$

resolvendo para a :

$$a(t) \propto t^{2/3}. \quad (2.51)$$

O parâmetro de Hubble é dado por:

$$H(t) = \frac{2}{3t}, \quad (2.52)$$

o que implica que a idade do universo hoje é:

$$t_0 = \frac{2}{3H_0}. \quad (2.53)$$

Por muitos anos este foi o modelo cosmológico padrão. A componente dominante corresponde tanto a matéria bariônica quanto a matéria escura, pois possuem a mesma equação de estado. Este cenário mudou com as observações que verificaram a existência de outra componente que domina sobre a matéria, chamada de energia escura. O novo modelo, chamado de Λ CDM será tratado no capítulo 4.

Vários outros modelos podem ser criados ao se adicionar outras componentes, por exemplo, no começo do universo a radiação dominava sobre todas as outras componentes, então é comum resolver as equações de Friedmann com $p = \frac{1}{3}\rho$.

Distâncias e Cosmologia Observacional

Neste capítulo discutiremos algumas expressões observacionais e resultados que serão utilizados na parte original desta dissertação (capítulo 6). Primeiramente, vamos apresentar os dois principais conceitos de distância e algumas de suas consequências para a cosmologia moderna.

3.1 Distâncias

Na cosmologia observacional é de fundamental importância entender o que é distância. Na física cotidiana este é um conceito simples, porém em escalas cosmológicas é preciso considerar que o universo está em expansão, ou seja, quando a luz de um objeto distante chega à Terra ele já não estará mais na mesma posição (embora esteja na mesma coordenada comóvel), por isso é preciso cuidado ao se definir distância em cosmologia.

Existem duas definições de distância comumente utilizadas em cosmologia: a distância de luminosidade e a de diâmetro angular. Tais distâncias são definidas com base no fluxo de energia recebido de uma vela padrão e no ângulo subtendido por uma régua padrão, respectivamente.

3.1.1 Distância de Luminosidade

A relação entre a luminosidade absoluta e aparente de um objeto é definida por:

$$\ell = \frac{L}{4\pi d^2}, \quad (3.1)$$

onde ℓ é a luminosidade aparente, L é a absoluta e d é a distância entre o observador e a fonte. Esta expressão é válida para objetos próximos, quando se considera grandes

distâncias três modificações precisam ser feitas (Weinberg, 2008):

- O fator $1/d^2$ deve ser modificado pois a área que passa pela Terra e tem o objeto como centro é $4\pi r_1^2 a^2$, onde r_1 é a coordenada do objeto visto na Terra.
- A taxa de chegada dos fótons é menor que a emitida por um fator $\frac{a(t_1)}{a(t_0)} = \frac{1}{1+z}$.
- Finalmente a energia dos fótons que chegam é menor que a energia dos fótons emitidos pelo mesmo fator de *redshift* $\frac{1}{1+z}$.

Considerando essas correções a expressão (3.1) toma a seguinte forma (Peebles, 1993):

$$\ell = \frac{L}{4\pi r_1^2 a_0^2 (1+z)^2}, \quad (3.2)$$

a distância de luminosidade é definida de tal forma que a expressão (3.2) tenha a mesma forma que (3.1):

$$\ell = \frac{L}{4\pi d_L^2}, \quad (3.3)$$

portanto,

$$d_L = a_0 r_1 (1+z). \quad (3.4)$$

Na expressão acima, a coordenada radial $r_1(z)$ depende do modelo. Observacionalmente se mede a luminosidade aparente, então ao se conhecer a luminosidade absoluta de algum objeto pode-se determinar sua distância. Estes objetos são chamados de velas padrão.

Para pequenos *redshifts* é possível achar uma expansão da distância de luminosidade que é independente do modelo. Para isto expande-se o fator de escala em uma série de potências:

$$a(t) = a_0 \left[1 + H_0(t - t_0) - \frac{1}{2} q_0 H_0^2 (t - t_0)^2 + \dots \right], \quad (3.5)$$

onde se usou o parâmetro de Hubble (2.10) e o parâmetro de desaceleração (2.15). Usando a definição de *redshift* (2.23):

$$z = H_0(t_0 - t) + \left(1 + \frac{1}{2} q_0\right) H_0^2 (t_0 - t)^2 + \dots, \quad (3.6)$$

e invertendo a expressão acima obtemos:

$$t_0 - t = \frac{1}{H_0} [z - (1 + \frac{1}{2}q_0)z^2 + \dots]. \quad (3.7)$$

Usando a equação (2.18) para relacionar a coordenada r com z :

$$\frac{1}{a_0} \int_t^{t_0} [1 + H_0(t_0 - t) + (1 + \frac{1}{2}q_0)H_0^2(t_0 - t)^2 + \dots] = r + \mathcal{O}(r^3), \quad (3.8)$$

ou seja:

$$r = \frac{1}{a_0} [(t_0 - t) + \frac{1}{2}H_0(t_0 - t)^{1/2} + \dots]. \quad (3.9)$$

Substituindo (3.7) em (3.9) segue que:

$$r = \frac{1}{a_0 H_0} [z - \frac{1}{2}(1 + q_0)z^2 + \dots], \quad (3.10)$$

por fim, substituindo em (3.4) temos:

$$d_L = \frac{1}{H_0} [z + \frac{1}{2}(1 - q_0)z^2 + \dots]. \quad (3.11)$$

3.1.2 Distância de Diâmetro Angular

É bem conhecido que no espaço euclidiano um objeto extenso ao ser observado a uma certa distância d_A subentende um ângulo dado por:

$$\theta = \frac{s}{d_A}, \quad (3.12)$$

onde s é a dimensão do objeto e d_A é a distância até ele (o objeto é considerado perpendicular ao observador). Para grandes distâncias pode-se usar a métrica (2.2) para determinar a dimensão do objeto, obtendo $s = a_1 r_1 \theta$. Da mesma maneira define-se a distância de diâmetro angular de forma a preservar a relação (3.12):

$$d_A = \frac{s}{\theta} = a_1 r_1 = \frac{a_0 r_1}{1 + z}, \quad (3.13)$$

então ao se conhecer a dimensão de um objeto e medir seu diâmetro angular pode-se determinar sua distância. Estes objetos são conhecidos como régua padrão.

3.1.3 Relação de Etherington

Comparando as expressões (3.4) e (3.13) obtemos a seguinte relação:

$$\frac{d_L}{d_A} = (1 + z)^2, \quad (3.14)$$

esta relação entre as distâncias deve ser válida para qualquer modelo cosmológico. Portanto, qualquer desvio implicaria a existência de um novo efeito físico, que pode ser tanto uma modificação na gravidade quanto efeitos astrofísicos desconhecidos. A equação (3.14) é conhecida como relação de Etherington (Etherington, 1933; Ellis, 2007; Holanda et al., 2010, 2011).

3.1.4 Distâncias em Função dos Parâmetros Cosmológicos

Para os testes observacionais é importante determinar como os parâmetros cosmológicos influenciam as distâncias. As expressões utilizadas nesta seção serão em função de $H(z)$, pois para cada modelo diferente o parâmetro de Hubble se modifica. Considerando a definição de $H = \frac{\dot{a}}{a}$, podemos escrever

$$\frac{dt}{a} = \frac{da}{a^2 H} = \frac{dx}{x^2 H(x)}, \quad (3.15)$$

onde $x = a/a_0$. Em termos do *redshift* z , temos também

$$dt = -\frac{dz}{(1+z)H(z)}. \quad (3.16)$$

Como a luz se propaga ao longo de geodésicas nulas ($ds^2 = 0$) sabemos que nas métricas do tipo FRW:

$$\int_{t_1}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - \kappa r^2}} = \begin{cases} \arcsin r & \text{para } \kappa = 1, \\ r & \text{para } \kappa = 0, \\ \operatorname{arcsinh} r & \text{para } \kappa = -1. \end{cases} \quad (3.17)$$

Desta forma:

$$r(z) = \frac{1}{a_0 H_0 \Omega_{\kappa 0}^{1/2}} \sinh \left[\Omega_{\kappa 0}^{1/2} \int_{1/(1+z)}^1 \frac{dx}{x^2 E(x)} \right], \quad (3.18)$$

onde $E(x) = H/H_0$. A equação (3.18) é válida para qualquer valor de κ , inclusive o caso plano ($\Omega_{\kappa 0} = 0$), que se reduz para a seguinte expressão

$$r = \frac{1}{a_0 H_0} \int_{1/1+z}^1 \frac{dx}{x^2 E(x)}. \quad (3.19)$$

Substituindo este resultado na expressão (3.4) temos a expressão

$$d_L(z) = \frac{1+z}{H_0 \Omega_{\kappa 0}^{1/2}} \sinh \left[\Omega_{\kappa 0}^{1/2} \int_{1/1+z}^1 \frac{dx}{x^2 E(x)} \right]. \quad (3.20)$$

3.2 Cosmologia Observacional

Em 1998, as observações astronômicas utilizando Supernovas do tipo Ia como velas-padrão indicaram que a expansão do universo está acelerada (Riess et al., 1998; Perlmutter et al., 1999), tendo a transição entre os regimes desacelerado/acelerado ocorrido em *redshifts* da ordem da unidade (Turner e Riess, 2002; Cunha e Lima, 2008; Cunha, 2009; Lima et al., 2012). Como a gravidade é uma força atrativa, este fato surpreendeu a comunidade de astrônomos e cosmólogos que acreditava numa expansão desacelerada. A descoberta da expansão acelerada do universo é de importância comparável a detecção da radiação cósmica de fundo de 3K, descoberta acidentalmente em meados dos anos 60 (Penzias e Wilson, 1965). Certamente ela provoca um impacto profundo na nossa compreensão do cosmos, abre novas perspectivas para a teoria de campos, para a física de partículas elementares, e como toda grande descoberta, lança novos desafios para a comunidade científica. Nesta seção descreveremos as principais observações que nos levaram ao atual modelo cosmológico.

3.2.1 A Velocidade de Recessão das Galáxias

Antes de 1929 se acreditava que o universo era estático, uma concepção modificada pelo trabalho pioneiro de Hubble (1929) que, usando o telescópio de 100 polegadas (2,5 metros) do observatório de Monte Wilson, mediu a velocidade de recessão de cerca de 40 galáxias e fez um gráfico em função da distância. O gráfico original de Hubble está na figura 3.1.

Com os dados acima, Hubble propôs uma relação linear entre a velocidade e distância das galáxias

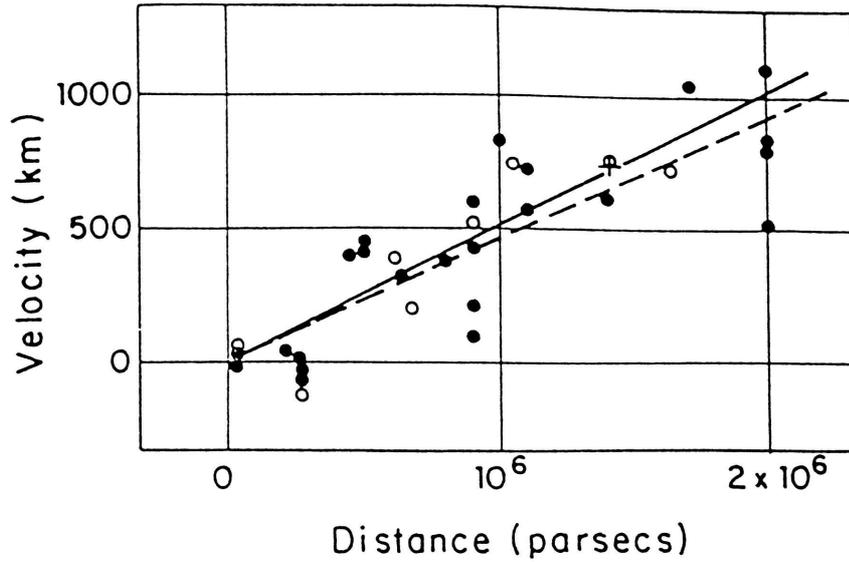


Figura 3.1: Gráfico original da relação velocidade distância obtida por Hubble (1929).

$$v = H_0 r, \quad (3.21)$$

onde a constante de proporcionalidade ficou conhecida como constante de Hubble. O valor originalmente determinado por Hubble foi de 500 km/s/Mpc , cerca de 10 vezes maior que as estimativas modernas (Riess et al., 1998).

Para medir as distâncias de luminosidade é preciso conhecer velas padrões. Normalmente, cada vela padrão tem um intervalo de *redshift* em que é possível utilizá-la, sendo que para cada novas velas são calibradas usando as anteriores, na chamada escada de distâncias cósmicas. Atualmente, as supernovas do tipo Ia representam as melhores velas padrões disponíveis em cosmologia.

3.2.2 Supernovas do Tipo Ia

Uma supernovas é chamada de tipo I quando não apresenta linhas de hidrogênio no seu espectro, o “a” refere-se a presença de uma linha de absorção de silício ionizado. Estas SNe ocorrem em sistemas binários, quando uma anã branca acreta matéria de sua companheira até o limite de Chandrasekhar ($1,38 M_\odot$), quando a anã branca torna-se instável e explode. Por causa do limite de Chandrasekhar, que é universal, há pouca variação na luminosidade dessas explosões, por isso SNe do tipo Ia são boas velas padrões.

Para serem usadas como indicadores de distância as SNe precisam ser calibradas, pois

mesmo sendo aproximadamente velas padrões há uma dispersão de 0,4 em magnitude na luminosidade de pico. Existe uma relação empírica entre o pico de luminosidade e a forma da curva de luz, quantificada por Phillips (1993), que é usada para esta calibração.

Foi através de dados de SNe que se descobriu que o universo está acelerado, os primeiros grupos a reportar isso foram o *High-z Supernova Search Team* (Riess et al., 1998) e o *Supernova Cosmology Project* (Perlmutter et al., 1999). Por estes trabalhos o prêmio nobel de 2011 foi entregue a Saul Perlmutter, Brian P. Schmidt e Adam G. Riess¹. Atualmente todos os dados de SNe estão no chamado *Union2.1 compilation* (Suzuki et al., 2012), que traz dados de 833 SNe, sendo que 580 destas são consideradas de qualidade para serem utilizadas nos diagramas do tipo Hubble.

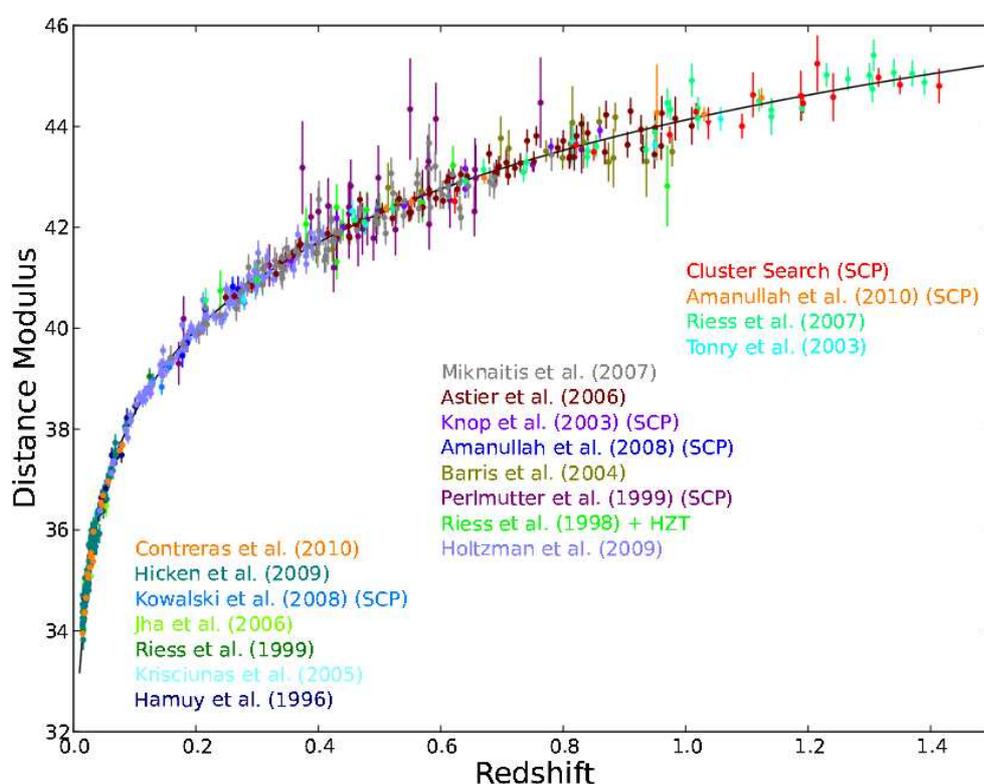


Figura 3.2: Diagrama de Hubble para SNe do tipo Ia. A figura inclui resultados das mais diversas amostras, compiladas por Suzuki et al. (2012).

Normalmente os dados de SNe são apresentados em termos do módulo de distância, definido da seguinte forma (ver figura 3.2)

$$\mu = m - M, \quad (3.22)$$

¹ "The Nobel Prize in Physics 2011". http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2011/

onde m é a magnitude aparente e M a absoluta do objeto. A magnitude absoluta é a magnitude que um objeto teria se estivesse a $10pc$ de distância, usando a equação da luminosidade (3.3) obtém-se a seguinte relação de escala (Peebles, 1993):

$$L(d_L) = \frac{L(10)}{\left(\frac{d_L}{10}\right)^2}. \quad (3.23)$$

A definição de magnitude é:

$$m = -2,5 \log_{10} L, \quad (3.24)$$

e combinando com (3.23) obtém-se o módulo de distância em função da distância de luminosidade:

$$\mu = 5 \log_{10} d_L - 5, \quad (3.25)$$

onde d_L é medido em pc . Para aplicações cosmológicas é comum utilizar Mpc como unidade de distância, com a relação acima tomando a seguinte forma:

$$\mu = 5 \log_{10} d_L + 25, \quad (3.26)$$

com d_L dado em Mpc (Peebles, 1993).

3.2.3 A Radiação Cósmica de Fundo

A radiação cósmica de fundo (CMB, na sigla em inglês) é a radiação presente em todo o universo proveniente da última superfície de espalhamento (desacoplamento entre matéria bariônica e radiação, $z \approx 1100$). Esta radiação foi inicialmente prevista por Alpher e Herman (1948), em estudos sobre a nucleossíntese cosmológica. Anos depois, em 1965, A. Penzias e R. Wilson mediram, usando um radiotelescópio, um excesso de 3,5 K de temperatura de antena no comprimento de onda de 7,5 cm (Penzias e Wilson, 1965). Por essa primeira medida da CMB eles receberam o prêmio nobel de 1978².

Posteriormente outros investigadores mediram a temperatura da CMB em diversas bandas de frequência, porém a sua natureza de corpo negro (figura 3.3) só foi estabelecida experimentalmente no anos 90 com o satélite COBE (*COsmic Background Explorer*). O projeto COBE mediu com grande precisão o espectro completo do CMB, um resultado que

² “The Nobel Prize in Physics 1978”. http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1978/

rendeu o prêmio nobel de física para seus principais investigadores, os astrofísicos George Smoot e John Mather³.

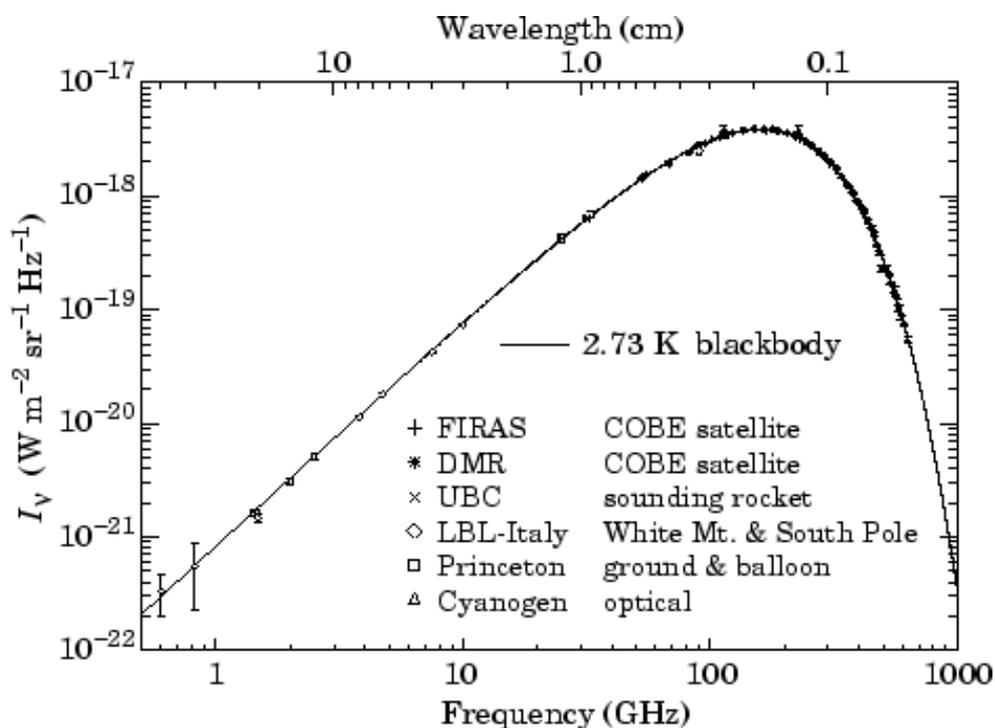


Figura 3.3: Espectro de corpo negro da radiação cósmica de fundo retirado de Smoot e Scott (1996).

Apesar do universo ser homogêneo em grande escala sabe-se que em pequenas escalas existem estruturas (galáxias, aglomerados, por exemplo), estas inhomogeneidades devem se refletir na radiação cósmica de fundo. O satélite COBE foi o primeiro a medir as anisotropias de temperatura, que são de ordem 10^{-5} , posteriormente o satélite WMAP (Wilkinson⁴ *Microwave Anisotropy Probe*) refinou estas medidas. O gráfico 3.4 mostra as anisotropias medidas pelo WMAP.

Na última superfície de espalhamento uma anisotropia de abertura angular $\delta\theta$ tem um tamanho físico que pode ser calculado utilizando a distância de diâmetro angular (3.12). As flutuações de temperatura são definidas como (Dodelson, 2003; Pigozzo, 2010):

$$\delta T(\theta, \phi) \equiv T(\theta, \phi) - \langle T \rangle, \quad (3.27)$$

onde $\langle T \rangle$ é a temperatura média do CMB, definida através da expressão

³ “The Nobel Prize in Physics 2006”. http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2006/

⁴ Em homenagem à David Todd Wilkinson (1935 - 2002), que fazia parte da equipe científica.

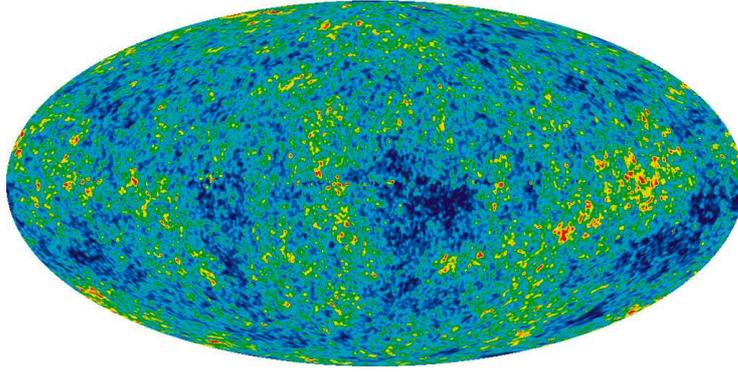


Figura 3.4: Anisotropias da radiação cósmica de fundo obtido pelo WMAP9 retirado de (<http://wmap.gsfc.nasa.gov/>).

$$\langle T \rangle \equiv \frac{1}{4\pi} \int T(\theta, \phi) \sin(\theta) d\theta d\phi. \quad (3.28)$$

Como a superfície de último espalhamento é esférica é conveniente expandir as flutuações em harmônicos esféricos

$$\delta T(\theta, \phi) = \sum_{lm} a_{lm} Y_{lm}(\theta, \phi), \quad (3.29)$$

onde a soma em l varia de 0 até ∞ e a soma em m vai de $-l$ até l . Em cosmologia o valor de apenas uma anisotropia é de pouco proveito, então seria interessante estudar a média de todas as anisotropias, porém, conforme indica as equações (3.27) e (3.28) esta média é zero. Desta forma, a quantidade não trivial mais simples para caracterizar as anisotropias é a média da correlação

$$\langle \delta T(\theta, \phi) \delta T(\theta', \phi') \rangle = \sum_{lm} \langle a_{lm} a_{l'm'} \rangle Y_{lm} Y_{l'm'}, \quad (3.30)$$

onde o valor médio dos coeficientes é dado por:

$$\langle a_{lm} a_{l'm'} \rangle = \delta_{ll'} \delta_{mm'} C_l, \quad (3.31)$$

substituindo (3.31) em (3.30) obtém-se (Dodelson, 2003; Weinberg, 1989):

$$\langle \delta T(\theta, \phi) \delta T(\theta', \phi') \rangle = \sum_l C_l \frac{2l+1}{4\pi} P_l(\cos \theta), \quad (3.32)$$

com o termo C_l relacionado a flutuação de temperatura numa dada escala angular no múltiplo l (grandes l 's correspondem a pequenas escalas).

$$\theta = \frac{\pi}{l}. \quad (3.33)$$

Resumindo, quanto maior a medida de C_l para um dado l maior será as anisotropias naquela escala. A figura 3.5 mostra o gráfico de C_l e os dados obtidos pelo WMAP.

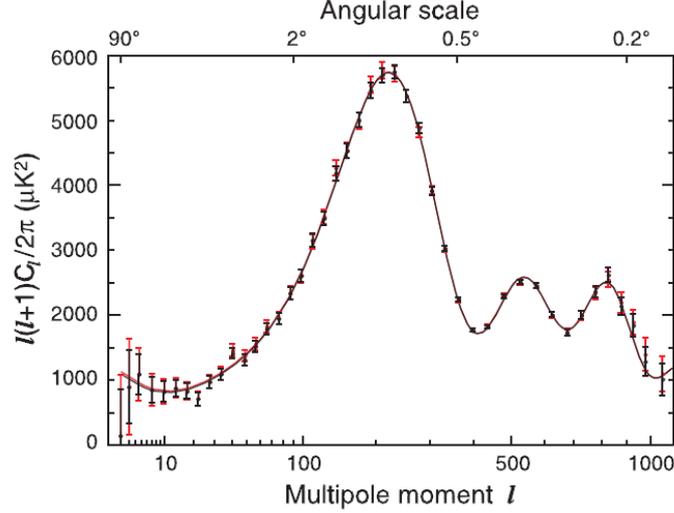


Figura 3.5: Espectro de potências do CMB obtido pelo WMAP9 retirado de Hinshaw et al. (2013).

O primeiro pico do gráfico 3.5 é de especial interesse pois fornece informações sobre a geometria do universo. A posição deste pico está relacionada com a distância máxima que uma onda acústica pode percorrer no plasma primordial, o chamado horizonte acústico (Lazkoz e Majerotto, 2007)

$$r_s = \int_0^{t_{rec}} c_s \frac{dt}{a} = \int_{z_{rec}}^{\infty} c_s \frac{dz}{H(z)}, \quad (3.34)$$

onde z_{rec} é o *redshift* de quando ocorre a recombinação. A abertura angular relacionada com (3.34) é dada por:

$$\theta_A = \frac{r_s}{d_A}, \quad (3.35)$$

onde d_A é a distância de diâmetro angular. Usando (3.33) obtém-se:

$$l_A = \frac{\pi}{\theta_A}. \quad (3.36)$$

Em geral se usa o chamado *shift parameter* (R), que é a razão entre os primeiros picos no modelo estudado e em um modelo de referência (neste caso, Einstein-De Sitter):

$$R \equiv 2 \frac{l_A}{l'_A} \approx H_0 \sqrt{\Omega_{m0}} \int_0^{z_{rec}} \frac{dz}{H(z)}, \quad (3.37)$$

onde o fator 2 é introduzido para conciliar diferentes definições usadas na literatura. Em (3.37) também é apresentada a aproximação normalmente usada, que pode ser deduzida da seguinte maneira: A equação (3.34) para um modelo composto apenas de matéria e radiação é (Lazkoz e Majerotto, 2007):

$$r'_s = \frac{1}{H_0 \sqrt{\Omega_{m0}}} \int_0^{a_{rec}} \frac{c_s da}{(a + a_{eq})^{1/2}} = \frac{2c_s}{H_0 \sqrt{\Omega_{m0}}} \left((a_{eq} + a_{rec})^{1/2} + a_{eq}^{1/2} \right), \quad (3.38)$$

onde se usou $\Omega_{r0} = \Omega_{m0} a_{eq}$, sendo a_{eq} o fator de escala em que ocorre a igualdade entre as densidades de matéria e radiação. Para o modelo de referência obtemos

$$r'_s = \frac{c_s}{H_0} a_{rec}^{1/2}, \quad (3.39)$$

enquanto a distância de diâmetro angular no modelo é dada por:

$$d'_A = \frac{2a_{rec}}{H_0}. \quad (3.40)$$

Para um modelo arbitrário sabe-se que em altos *redshifts* a matéria domina, logo é razoável desprezar os termos de energia escura no cálculo de r_s . Nesta aproximação podemos escrever

$$r_s = \frac{c_s}{H_0 \sqrt{\Omega_{m0}}} a_{rec}^{1/2}. \quad (3.41)$$

Finalmente, combinando as equações (3.39), (3.40) e (3.41) obtém-se a expressão desejada (3.37). O valor do *shift parameter* obtido pelo WMAP9⁵ foi $R = 1,728 \pm 0,016$ (Bennett et al., 2013). Convém notar que a expressão (3.37) é válida apenas para o caso plano, a expressão geral é (Davis et al., 2007)

$$R = \sqrt{\frac{\Omega_{m0}}{\Omega_{\kappa0}}} \sinh \left[\Omega_{\kappa0}^{1/2} \int_0^{z_{rec}} \frac{dz}{E(z)} \right], \quad (3.42)$$

para calcular z_{rec} utilizamos a correção sugerida por Hu e Sugiyama (1996), apêndice E.

⁵ WMAP9 significa os resultados de 9 anos de dados do satélite.

3.2.4 Oscilações Acústicas de Bárions

As oscilações acústicas de bárions (BAO, na sigla em inglês) surgem pelo mesmo fenômeno do primeiro pico do CMB, ou seja, quando os bárions e os fótons estavam acoplados as ondas acústicas do plasma imprimiram sua influência na distribuição de bárions, então deve existir uma escala de distância preferencial em que haja o aglomeramento da matéria. Da mesma forma que é feito na radiação cósmica de fundo uma análise estatística do espectro de potência da matéria deve revelar esta escala preferencial, a partir disso tem-se definida uma régua padrão. Isto significa que medir o BAO é equivalente a medir uma distância.

O gráfico 3.6 esquematiza como surge estas oscilações (Eisenstein et al., 2007): As linhas preta, azul, vermelha e verde são matéria escura, matéria bariônica, radiação e neutrinos, respectivamente. Os bárions e a radiação inicialmente estão acoplados, viajando como um pulso (onda acústica), após a recombinação (que ocorre logo após o quadro superior direito) estas componentes se desacoplam, sendo que a radiação e os neutrinos seguem livremente. A partir daí os bárions tendem a seguir os potenciais da matéria escura que haviam se formado anteriormente, a pequena sobredensidade restante da fase acústica é o fenômeno de BAO.

A escala de BAO é a distância que a onda acústica percorreu até a recombinação. Pode-se utilizar a equação (3.41) para estimar este valor (Nishimichi et al., 2007), para isso, usando $z_{rec} = 1089$, $\Omega_{m0} = 0,3$, $a_{eq} = \frac{\Omega_{r0}}{\Omega_{m0}} = \frac{10^{-5}}{0,3}$, $H_0 = 70 km/s/Mpc$ e $c_s = \frac{c}{\sqrt{3(1+R)}}$, onde $R = \frac{3\rho_b}{4\rho_\gamma} \approx \frac{\Omega_b}{(1+z)}$ Substituindo os valores obtém-se

$$r_s \approx 148 Mpc. \quad (3.43)$$

As medidas de BAO fornecem uma distância de diâmetro angular, porém, há uma diferença se o efeito for medido perpendicularmente ou paralelamente a linha de visada. Paralelamente temos a distância de diâmetro angular, equação (3.13), no caso perpendicular, a distância é apenas o *redshift* dividido pelo parâmetro de Hubble

$$d_{\parallel} = \frac{z}{H(z)}. \quad (3.44)$$

As observações, por serem estatísticas, medem ambas as distâncias, sendo que o que se obtém é uma distância efetiva a qual pode ser escrita como (Eisenstein et al., 2005):

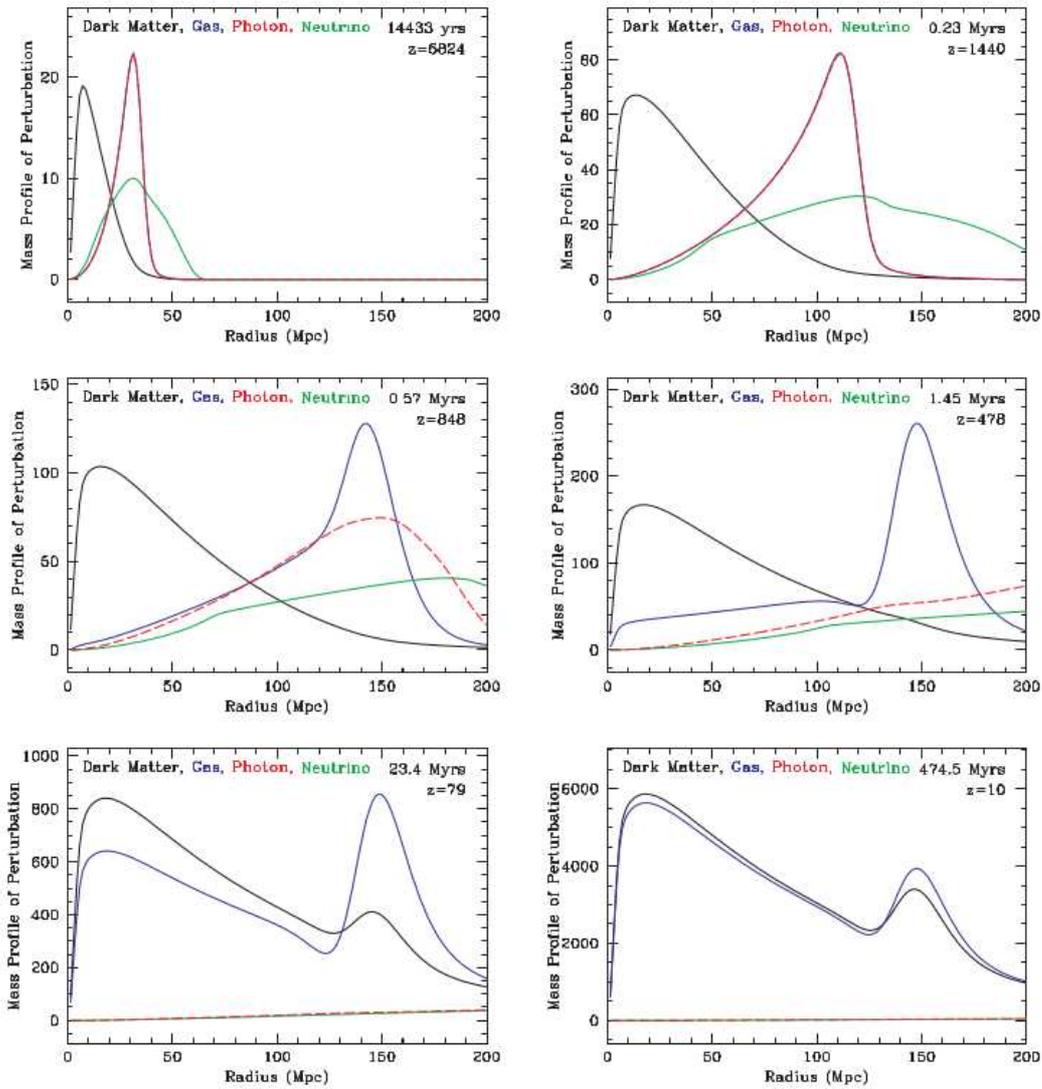


Figura 3.6: Esquematização da oscilação acústica de bárions, retirado de Eisenstein et al. (2007).

$$d_V(z) \equiv \left(\frac{(1+z)^2 d_A^2(z) z}{H(z)} \right)^{1/3}, \quad (3.45)$$

o primeiro dado de BAO foi obtido por Eisenstein et al. (2005) usando o SDSS (Sloan Digital Sky Survey) no *redshift* $z = 0,35$. Outros dados surgiram posteriormente, a tabela 3.1 mostra os valores medidos, seus *redshifts* e as referências.

Tabela 3.1 - Dados de BAO. A tabela abaixo foi retirada de Hinshaw et al. (2013).

<i>redshift</i>	$r_s/D_V(z)$	Data Set	Ref.
0,10	$0,336 \pm 0,015$	6dFGRS	Beutler et al. (2011)
0,35	$0,113 \pm 0,002$	SDSS-DR7-rec	Padmanabhan et al. (2012)
0,57	$0,073 \pm 0,001$	SDSS-DR9-rec	Anderson et al. (2013)
0,44	$0,0916 \pm 0,0071$	WiggleZ	Blake et al. (2012)
0,60	$0,0726 \pm 0,0034$	WiggleZ	Blake et al. (2012)
0,73	$0,0592 \pm 0,0032$	WiggleZ	Blake et al. (2012)

Na nossa análise estatística utilizamos apenas o dado obtido por Eisenstein através da combinação adimensional

$$A(z) = d_V(z) \frac{\sqrt{\Omega_m H_0^2}}{z}. \quad (3.46)$$

Em $z = 0,35$ a quantidade A vale $0,469 \pm 0,017$.

3.2.5 Contornos de Confiança

Para finalizar mostramos na figura 3.7 os contornos de confiança de Ω_v e Ω_m obtidos usando os dados de SNe, CMB e BAO (Amanullah et al., 2010; Suzuki et al., 2012). Apesar destas observações fornecerem resultados bem distintos, a análise conjunta restringe bastante o espaço de parâmetros, levando ao modelo Λ CDM, discutido no próximo capítulo. Os dados de BAO são praticamente independentes da densidade de energia do vácuo, enquanto CMB indica um universo aproximadamente plano. As SNe, apesar de serem compatíveis com $\kappa = 0$, apontam para um universo curvo, o que leva a chamada tensão SNe-CMB, que discutiremos com mais detalhes no capítulo 6.

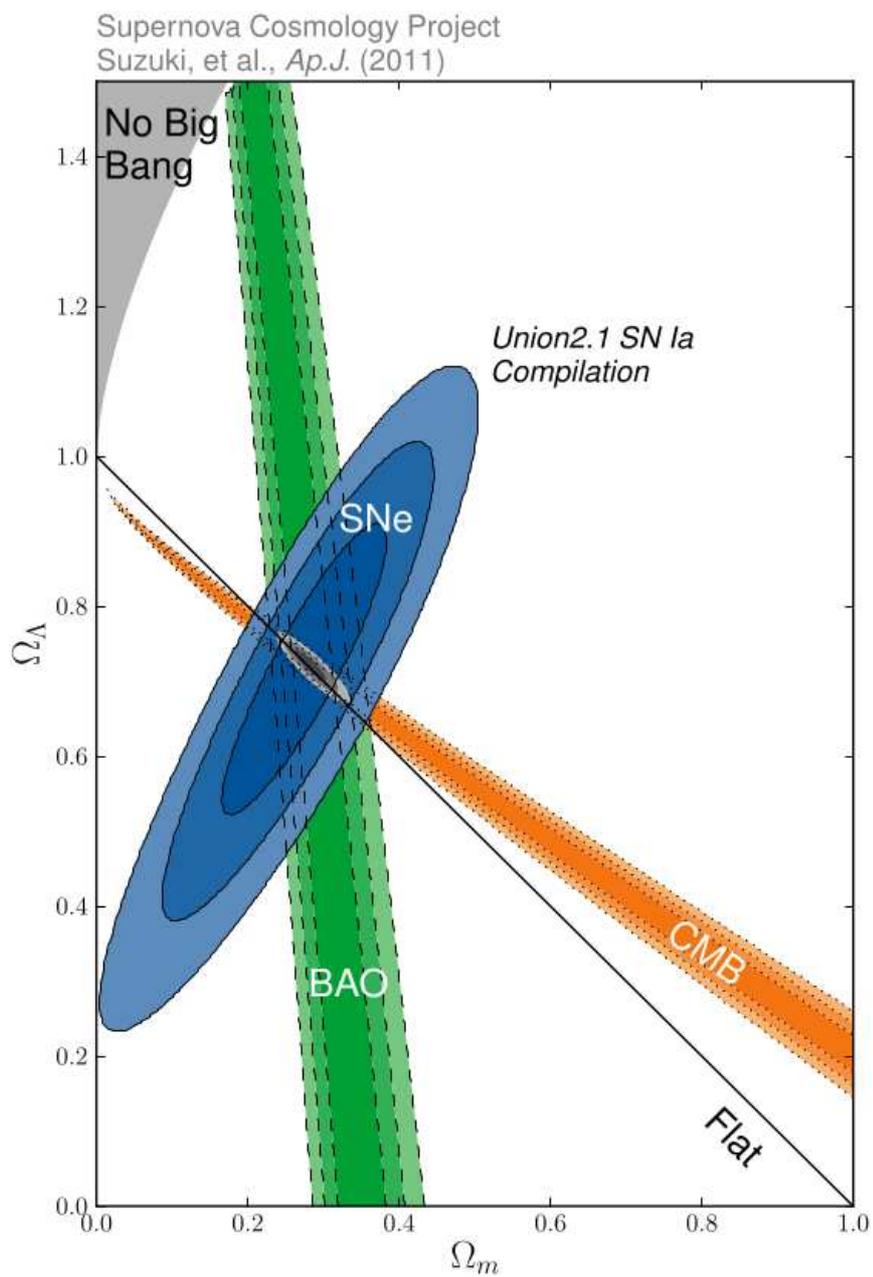


Figura 3.7: Contornos de confiança dos dados de SNe, CMB e BAO, retirado de Suzuki et al. (2012).

O Modelo de Concordância Cósmica e Energia Escura

No capítulo anterior a cosmologia padrão de FRW foi estudada, até 1998 o modelo padrão era o de Einstein-De Sitter, porém, observações recentes sugerem a presença de uma nova componente, a chamada energia escura. Neste capítulo iremos discutir o modelo Λ CDM, os seus problemas e a energia escura.

4.1 O Modelo Λ CDM

Conforme discutido anteriormente o universo é dominado por cerca de 1/3 de matéria (escura e bariônica) e 2/3 por energia escura. O candidato mais natural para a energia escura é o vácuo, porém esta não é a única possibilidade, existem diversos outros candidatos que podem fazer o papel de energia escura. Na seção 4.2 iremos discutir os problemas desse modelo, nesta seção trataremos da teoria.

O espectro angular de potências das anisotropias da radiação cósmica de fundo implica que a geometria espacial do universo é plana ($\Omega_{total} = 1$, $\Omega_{\kappa} = 0$). Este resultado obtido inicialmente pelo WMAP foi recentemente confirmado com maior precisão pelo experimento do satélite Planck (Ade et al., 2013). Desta forma, o modelo Λ CDM padrão não tem curvatura. Neste caso, a equação de Friedmann pode ser escrita como:

$$H^2 = H_0^2(\Omega_{r0}a^{-4} + \Omega_{m0}a^{-3} + \Omega_{v0}), \quad (4.1)$$

$$\Omega_{m0} + \Omega_{r0} + \Omega_{v0} = 1, \quad (4.2)$$

onde Ω_{m0} inclui tanto os bárions quanto a matéria escura, geralmente a radiação é desprezada pois ela é dominante apenas em altos *redshifts*, com as expressões acima simplificadas

para

$$H^2 = H_0^2(\Omega_{m0}a^{-3} + \Omega_{v0}), \quad (4.3)$$

onde $\Omega_{m0} + \Omega_{v0} = 1$. É possível integrar a equação acima e obter uma expressão para o fator de escala em função do tempo (Lima e Basilakos, 2011):

$$a(t) = \left(\frac{1 - \Omega_{v0}}{\Omega_{v0}}\right)^{1/3} \sinh^{2/3} \left(\frac{3H_0\sqrt{\Omega_{v0}}}{2}t\right), \quad (4.4)$$

na equação acima já se desprezou o efeito da radiação, desta forma $\Omega_{m0} = 1 - \Omega_{v0}$. O parâmetro de Hubble é obtido derivando o fator de escala:

$$H(t) = H_0\sqrt{\Omega_{v0}} \coth \left(\frac{3H_0\sqrt{\Omega_{v0}}}{2}t\right). \quad (4.5)$$

Usando as definições (2.11) obtêm-se os parâmetros de densidade do modelo Λ CDM:

$$\Omega_m = \frac{\Omega_{m0}(1+z)^3}{\Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{\Lambda0}}, \quad (4.6)$$

e

$$\Omega_v = \frac{\Omega_{v0}}{\Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{v0}}. \quad (4.7)$$

Outro parâmetro importante neste modelo é a desaceleração, definida por (2.15), utilizando as equações de Friedmann e os parâmetros de densidade:

$$q = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}\Omega_v, \quad (4.8)$$

o modelo Λ CDM é acelerado atualmente, porém era desacelerado em altos *redshifts*, a transição acontece quando $q = 0$ e depende dos parâmetros cosmológicos:

$$z_T = \left(\frac{2\Omega_{v0}}{1 - \Omega_{v0}}\right)^{1/3} - 1, \quad (4.9)$$

é interessante analisar o *redshift* de transição pois ele se modifica para modelos diferentes, então se for possível determina-lo observacionalmente pode-se eliminar alguns destes modelos. O futuro de um universo Λ CDM será o modelo de De-Sitter discutido na seção 2.4.2, ou seja, a constante cosmológica dominará completamente e a expansão será exponencial, o gráfico 4.1 mostra a evolução do parâmetro de desaceleração até o futuro distante ($z = -1$) para diferentes valores de Ω_{v0} .

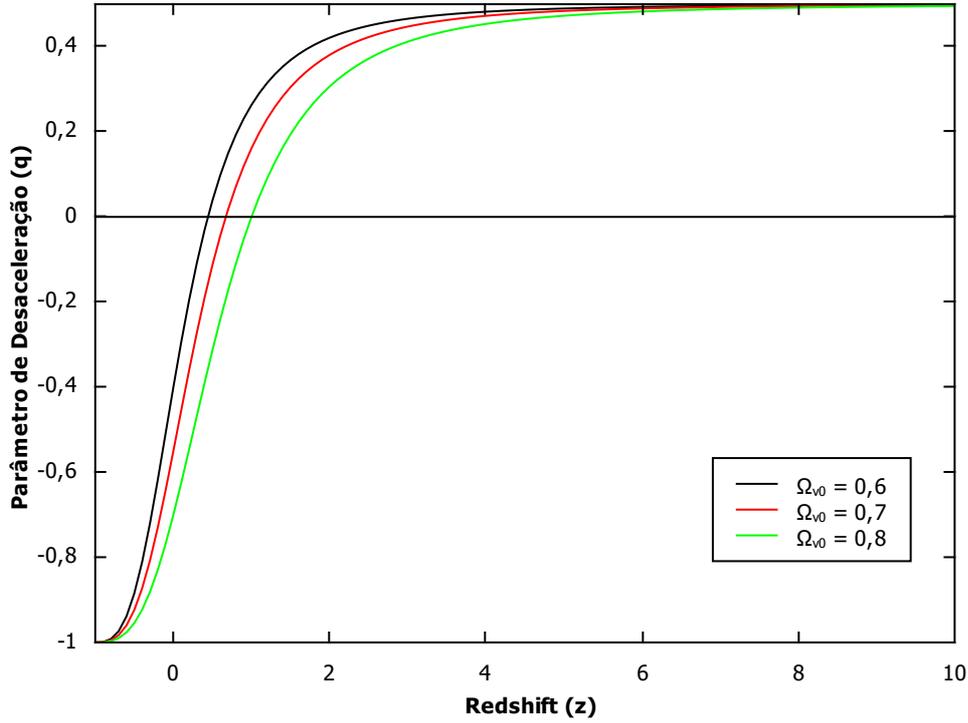


Figura 4.1: Parâmetro de desaceleração em função do *redshift* para Λ CDM.

A idade é dada pela equação (2.25), substituindo (4.3):

$$H_0 t_0 = \int_0^1 \frac{dx}{x \sqrt{\Omega_{m0} x^{-3} + \Omega_{v0}}}, \quad (4.10)$$

a integral pode ser feita analiticamente:

$$H_0 t_0 = \frac{2}{3\sqrt{\Omega_{v0}}} \ln \left[\left(\frac{1}{\Omega_{m0}} \right)^{1/2} + \left(\frac{\Omega_{v0}}{\Omega_{m0}} \right)^{1/2} \right], \quad (4.11)$$

a figura 4.2 mostra o gráfico da idade, obtida pela equação acima, em função de Ω_{v0} , para comparação a idade no modelo de Einstein-De Sitter é $H_0 t_0 = 2/3 = 0,66$ (equação (2.53)), que corresponde à $\Omega_{v0} = 0$ na equação (4.11).

O modelo Λ CDM também é conhecido como modelo de concordância cósmica pois ele é o que melhor se ajusta as observações, a figura 3.7 mostra os contornos de confiança obtidos independentemente, a convergência destas observações determinam os seus parâmetros.

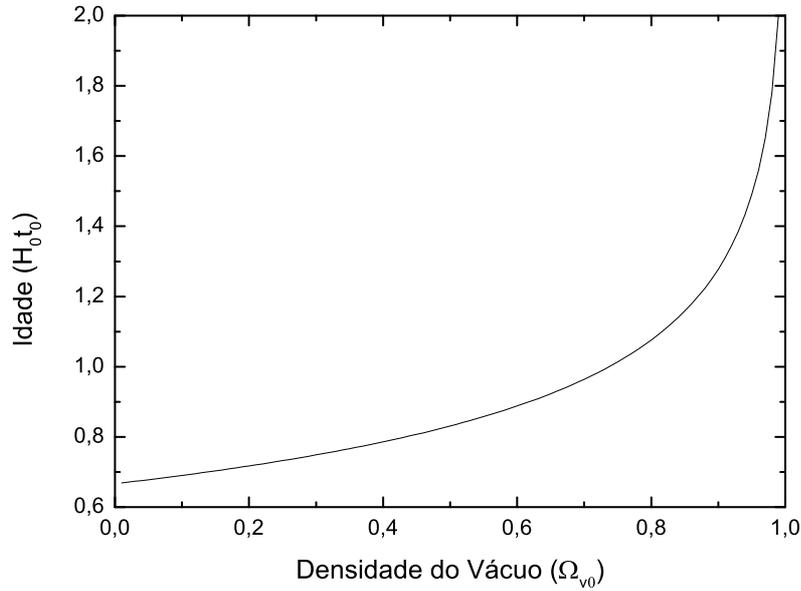


Figura 4.2: Idade do modelo Λ CDM em função da densidade de energia do vácuo.

4.2 Problemas da Constante Cosmológica

A constante cosmológica sofre de dois problemas principais, nesta seção iremos discutir esses problemas.

4.2.1 O Problema Original

O antigo problema da constante cosmológica vem da comparação do valor da densidade de energia do vácuo obtido observacionalmente com o teórico. O artigo de revisão de Weinberg (1989) expõe esse problema e discute algumas soluções, aqui vamos discutir o problema.

No modelo Λ CDM cerca de 70% da densidade de energia do universo esta na forma de vácuo, ou seja:

$$\rho_{v0} \approx 0,7 \times \rho_{crit0} = 0,7 \times \frac{3H_0^2}{8\pi G}, \quad (4.12)$$

em unidades do sistema internacional a densidade crítica vale $\rho_{crit0} = 1,88 \times 10^{-26} h^2 \text{ kg/cm}^3$, onde h é a constante de Hubble em unidades de 100 km/s/Mpc . Substituindo acima e usando $h = 0,72$:

$$\rho_{v0} \approx 1,32 \times 10^{-26} h^2 \text{ kg}/m^3 \approx 10^{-47} \text{ GeV}^4, \quad (4.13)$$

este é o valor observado da densidade de energia da constante cosmológica. Por outro lado, pode-se estimar o seu valor teórico calculando a energia de ponto zero de algum campo quântico com massa m até um corte em $\Lambda \gg m$ (Weinberg, 1989):

$$\rho_{v0} \approx \frac{\Lambda^4}{16\pi^2}. \quad (4.14)$$

Porém, se a relatividade geral for válida até a escala de Planck podemos tomar $\Lambda \approx (8\pi G)^{-1/2}$, o que leva:

$$\rho_{v0} \approx 2 \times 10^{71} \text{ GeV}^4. \quad (4.15)$$

Assim, comparando (4.13) com (4.15) vemos que existe uma divergência de 118 ordens de grandeza. Apesar de termos identificado a constante cosmológica com a energia do vácuo pode-se considerar as duas distintamente, sendo que o observado é a sua soma:

$$\rho_{v0} = \langle \rho \rangle + \frac{\lambda}{8\pi G}, \quad (4.16)$$

onde $\langle \rho \rangle$ é a energia de ponto zero de todos os campos quânticos e λ é a constante cosmológica geométrica. Com essa distinção pode-se dizer que os dois termos devem se cancelar quase perfeitamente, para resultar na densidade de energia do vácuo observada. O problema desse ponto de vista seria saber como λ foi adicionada no início da evolução do universo para exatamente cancelar, após 13 bilhões de anos, a energia de ponto zero de todos os campos quânticos existentes no universo (Weinberg, 1989).

Existem algumas tentativas para solucionar este problema, o próprio Weinberg (1989) discutiu algumas possibilidades. Uma extensa discussão do problema pode ser vista no artigo de Nobbenhuis (2006), e mais recentemente em Martin (2012).

4.2.2 Novo Problema?

Existe uma nova versão do problema da constante cosmológica também conhecido como problema da coincidência. Como visto anteriormente a densidade de energia do vácuo é constante e a da matéria varia com a^{-3} , então espera-se que estas quantidades tenham valores várias ordens de magnitude diferentes ao longo da histórica cósmica, porém, o que

se mede é que hoje os valores são semelhantes. A questão é: estamos em alguma época especial da história ou existe algum outro motivo para esta semelhança?

É claro que o primeiro motivo é perfeitamente razoável, porém não podemos nos limitar somente a esta explicação sem considerar outras possibilidades, se houver algum motivo físico para tal coincidência o problema estará resolvido.

4.3 Energia Escura

No modelo de concordância cósmica a fase acelerada é explicada pela presença da constante cosmológica, que esta associada ao vácuo (seção 2.3.4), porém, conforme visto na seção anterior, existem problemas associados à Λ . Por outro lado, apesar dos dados em geral favorecerem o modelo Λ CDM, ainda existe a possibilidade de que a causa da aceleração seja outra, por esses motivos é interessante buscar alternativas à constante cosmológica. O termo usado para a componente que causa a aceleração é energia escura, em analogia à matéria escura.

Desde a descoberta da aceleração cósmica surgiram inúmeros candidatos a energia escura, alguns modelos tentam resolver os problemas apresentados anteriormente, outros buscam explicar a aceleração sem introduzir uma nova componente (Lima, 2004). Descreveremos a seguir as principais alternativas para a energia escura, podendo classificá-las em duas categorias: as que preservam a relatividade geral e as que modificam, primeiramente vamos comentar os modelos que modificam, após isso discutiremos os que mantêm.

4.3.1 Modificações da Relatividade

As teorias mais conhecidas que modificam a relatividade para explicar a aceleração são as teorias $f(R)$ (Sotiriou e Faraoni, 2010). A relatividade geral pode ser obtida pela ação de Einstein-Hilbert, dada por:

$$S_{EH} = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} R, \quad (4.17)$$

onde g é o determinante da métrica e R é o escalar de Ricci. Nas teorias $f(R)$ o escalar de Ricci é substituído por uma função genérica:

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} f(R), \quad (4.18)$$

cada função diferente determina uma teoria de gravitação diferente. Com essa liberdade de escolha na função f é possível obter teorias em que não há necessidade de energia escura.

Outra teoria bastante citada é a chamada DGP (Dvali et al., 2000) (nomeada pelas iniciais de seus idealizadores: Dvali, Gabadadze e Porrati). Nesta teoria a gravidade se propaga em 4+1 dimensões (4 espaciais e 1 temporal), porém, nas dimensões usuais enxergamos a teoria newtoniana em pequenas escalas, em grandes escalas a gravidade é modificada. Neste modelo também não há necessidade de energia escura.

4.3.2 Modelos Λ CDM

Esta classe de modelos é simplesmente uma generalização da equação de estado do vácuo, ou seja, há uma componente com pressão negativa cuja equação de estado é dada por:

$$p_x = \omega \rho_x, \quad (4.19)$$

onde ω deve ser menor que $-1/3$ para haver aceleração, sendo o caso padrão (Λ CDM) obtido quando $\omega = -1$. Outra generalização feita neste tipo de modelo é permitir que ω varie com o *redshift*, normalmente segundo a parametrização (Huterer e Turner, 2001):

$$\omega(a) = \omega_0 + \omega_1 z, \quad (4.20)$$

ou ainda a sugerida por Chevallier e Polarski (2001) e Linder (2004)

$$\omega(a) = \omega_0 + \frac{\omega_1 z}{1+z}. \quad (4.21)$$

A primeira parametrização é útil para baixos *redshifts*, enquanto a segunda funciona também para altos (sempre finita). Como não se conhece a natureza da energia escura é importante determinar se ω é realmente constante ou se há alguma variação.

O modelo Λ CDM é bastante usado em testes cosmológicos para verificar se existe algum desvio da constante cosmológica, tanto no valor da equação de estado quanto na sua variação temporal.

4.3.3 Gás de Chaplygin

O gás de Chaplygin¹ é uma componente exótica que tem equação de estado na forma (Bento et al., 2002):

$$p = -\frac{A}{\rho^\alpha}, \quad (4.22)$$

onde as constantes A e α são positivas, sendo $\alpha = 1$ no modelo original enquanto o chamado gás de Chaplygin generalizado tem $0 < \alpha < 1$. Por possuir pressão negativa esta componente pode desempenhar o papel de energia escura.

O artigo Kamenshchik et al. (2001) sugere uma aplicação do modelo original (com $\alpha = 1$) para a cosmologia. O aspecto mais interessante das cosmologias dirigidas pelo gás de Chaplygin (tanto na versão original quanto generalizada) é que sua equação de estado pode interpolar naturalmente entre a matéria não relativística e um regime de energia escura. Consequências deste cenário utilizando os dados de Supernovas tipo Ia foram examinadas por diversos autores. Tais resultados indicam que uma cosmologia dominada completamente pelo gás de Chaplygin é favorecida em comparação com os modelos do tipo Λ CDM. Bento et al. (2002) mostraram que a localização dos picos da CMB fornecem vínculos nos parâmetros livres do modelo, enquanto Dev et al. (2003) investigaram os vínculos na equação de estado do gás de Chaplygin utilizando estatística de lentes gravitacionais fortes em estimativas de idade em altos- z . Mais recentemente, diversas propriedades do chamado gás de Chaplyging simplificado foi discutido por Sandvik et al. (2004), Lima et al. (2008) e Lima et al. (2009).

4.3.4 Criação de Matéria Escura

Neste modelo a pressão negativa responsável pela aceleração vem da criação de partículas de matéria escura, logo não há necessidade da energia escura. A criação de matéria é gravitacionalmente induzida. Schrödinger (1939) foi quem primeiro mostrou que esse fenômeno pode ser microscopicamente justificado.

A pressão de criação é dada por (Prigogine et al., 1989; Lima et al., 1990; Calvao et al., 1992):

¹ Nomeado em homenagem ao físico soviético Sergey Chaplygin, que o introduziu em 1904 num problema de aerodinâmica (Chaplygin, 1904).

$$p_c = -\frac{\rho_m \Gamma}{3H}, \quad (4.23)$$

onde Γ é a taxa de criação. Ao se determinar esta taxa é possível obter expressões para os parâmetros cosmológicos e determinar toda a história cósmica. Existem vários artigos que exploram este fenômeno na cosmologia, como exemplo citamos o modelo de Lima et al. (2010) em que a taxa é dada por:

$$\Gamma = 3\alpha \frac{\rho_{crit0}}{\rho_m}, \quad (4.24)$$

onde α é um parâmetro do modelo. A dinâmica deste modelo é idêntica a Λ CDM com a identificação $\alpha = \Omega_{\Lambda 0}$.

4.3.5 Quintessência

Quintessência é uma forma de energia escura dinâmica normalmente implementada como um campo escalar. Veremos no próximo capítulo que é interessante considerar a energia do vácuo dependente do tempo, lá faremos uma exposição mais detalhada das leis de decaimento fenomenológicas.

Considerando um campo escalar ϕ que só dependa do tempo e um potencial $V(\phi)$ deste campo. É possível mostrar (Weinberg, 2008) que existe uma pressão e uma densidade associada a este campo:

$$\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi), \quad (4.25)$$

e

$$p_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi), \quad (4.26)$$

em analogia com (2.7) define-se

$$\omega_\phi = \frac{p_\phi}{\rho_\phi}, \quad (4.27)$$

nestes modelos nem sempre ω_ϕ é constante ou igual a -1 , como no caso da constante cosmológica. Substituindo (4.25) e (4.26) em (2.6) obtém-se a equação de conservação para o campo escalar:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0, \quad (4.28)$$

onde linha é derivada com relação a ϕ . A expressão (4.28) é análoga a equação de uma partícula com massa unitária que se move unidimensionalmente na coordenada ϕ sujeita a um potencial $V(\phi)$ e uma força de fricção $-3H\dot{\phi}$, desta forma o campo se move em direção a valores menores do potencial, chegando ao repouso em algum mínimo local. Neste repouso a derivada do campo se anula e (4.27) vale -1 , efetivamente igual a constante cosmológica.

Para prosseguir normalmente se postula um potencial atrativo e se estuda as suas consequências cosmológicas.

Existem outros modelos interessantes descritos como cosmologias com $\Lambda = \Lambda(t)$, ou seja, onde a densidade de energia do vácuo é uma função do tempo. Tais modelos envolvem uma interação no setor escuro e serão discutidas a seguir.

Modelos Com Interação no Setor Escuro

Neste capítulo vamos tratar de modelos com interação no setor escuro considerando que a componente de energia escura é representada por uma constante cosmológica que varia com o tempo, $\Lambda = \Lambda(t)$. Ao se tratar a constante cosmológica como uma componente material não existe nenhuma razão para considerá-la constante, contanto que a lei de conservação da energia total (2.6) permaneça válida. No contexto de teoria de campos qualquer componente (dinâmica ou não) que contribua na densidade de energia do vácuo se comporta como uma constante cosmológica.

Normalmente, se a densidade de energia do vácuo varia com o tempo, sua energia deve estar sendo transferida para algum lugar. Neste trabalho vamos assumir que há uma transferência para a matéria escura. O principal motivo disso é que se desconhece a natureza de ambas componentes, então pode-se assumir uma interação entre elas, porém existem outras possibilidades, por exemplo decaimento em radiação (Lima, 1996; Lima et al., 2000). Apesar de, em geral, o sentido da transferência de energia ser para matéria escura, as equações são simétricas, podendo haver inversão do sentido da interação.

Em geral, os exemplos de componentes que decaem vindos da teoria de campos não fornecem uma expressão simples para Λ , por outro lado, pode-se postular uma lei de decaimento a fim de explorar suas consequências cosmológicas, apesar dessa abordagem ser incompleta ainda assim é possível obter informações sobre a viabilidade da interação.

Uma das motivações principais para a interação no setor escuro é resolver o problema da coincidência. Na seção 5.2 discutiremos como a interação alivia este problema.

No final deste capítulo (seção 5.3) alguns exemplos de leis de decaimento serão apresentadas, porém num primeiro momento vamos discutir a teoria geral.

5.1 Teoria

Vamos descrever o universo como uma mistura de N fluidos perfeitos com quadrivelocidade u_μ^N . O tensor energia momento total é dado por

$$T_{\mu\nu} = \sum_N T_{\mu\nu}^N = \sum_N [-p_N g_{\mu\nu} + (\rho_N + p_N) u_\mu^N u_\nu^N]. \quad (5.1)$$

As componentes de T_μ^ν são dadas por:

$$T_0^0 = \sum_N \rho_N \equiv \rho_T, \quad T_j^i = - \sum_N p_N \delta_j^i \equiv -p_T \delta_j^i, \quad (5.2)$$

onde ρ_T e p_T são a densidade de energia e a pressão total no sistema de coordenada comóvel (u_N^0, u_N^i) = (1, 0), respectivamente. A lei de conservação covariante local para a mistura é dada por

$$\nabla_\nu T^{\mu\nu} = 0, \quad (5.3)$$

a expressão acima pode ser calculada utilizando (5.1). Contraindo a expressão acima com a quadrivelocidade ($u_\nu^N \nabla_\mu u_N^\nu = 0$), obtemos o seguinte resultado

$$\sum_N [u_N^\mu \nabla_\mu \rho_N + (p_N + \rho_N) \nabla_\mu u_N^\mu] = 0, \quad (5.4)$$

esta é a equação de conservação escrita em uma forma mais explícita. Para a métrica de FRW podemos simplificá-la, adotando o sistema de coordenada comóvel ($u_N^\mu = \delta_0^\mu$), para o qual obtemos:

$$\nabla_\mu u_N^\mu = 3H, \quad (5.5)$$

com a relação (5.4) se reduzindo para

$$\sum_N [\dot{\rho}_N + 3 \frac{\dot{a}}{a} (p_N + \rho_N)] = 0, \quad (5.6)$$

onde a soma se refere a todas as componentes interagentes, ou seja, a conservação de energia ocorre apenas para o fluido composto. A equação acima é a forma mais geral para a lei de conservação, válida para mistura de várias componentes, podendo existir interação entre duas ou mais componentes.

Até esse ponto não especificamos a natureza das componentes envolvidas, agora assumiremos que há interação apenas no setor escuro (entre energia escura e matéria escura). Suporemos também que a energia escura é representada pela densidade de energia do vácuo ($p_v = -\rho_v$). Neste caso temos $\dot{\rho}_m + 3H\rho_m = -\dot{\rho}_v$. Sem perda de generalidade, podemos escrever:

$$\dot{\rho}_v = -Q, \quad (5.7)$$

$$\dot{\rho}_m + 3H\rho_m = Q, \quad (5.8)$$

onde Q é a taxa de transferência de energia entre matéria escura e vácuo. Se a energia for transferida do vácuo para a matéria escura Q é positivo, caso contrário é negativo, para $Q = 0$ o caso padrão onde não há interação (ρ_v constante) é restaurado. Analisando as equações (5.7) e (5.8) percebe-se que as densidades de energia não seguem as suas expressões usuais (a do vácuo constante e a da matéria escura proporcional a a^{-3}).

A taxa de transferência de energia é uma quantidade fundamental pois ela determina como ocorre a interação e qual componente cede e qual recebe energia. Em princípio Q poderia ser obtida conhecendo a natureza física das componente, porém como ainda não existe um consenso sobre isso pode-se postular qual é a forma de interação a fim de estudar as suas consequências. Uma vez determinada como ocorre a interação pode-se integrar as equações (5.7) e (5.8) e obter o parâmetro de Hubble através da primeira equação de Friedmann¹:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \sum_i \rho_i. \quad (5.9)$$

Com isso é possível fazer testes cosmológicos e verificar se a forma de interação estudada é viável.

É preciso deixar clara a diferença entre matéria bariônica e escura neste contexto pois a primeira não esta interagindo, ou seja:

$$\dot{\rho}_b + 3H\rho_b = 0, \quad (5.10)$$

¹ Por simplicidade, nesta seção consideraremos $\Omega_\kappa = 0$.

isto significa que a densidade dos bárions não se modifica ($\rho_b = \rho_{b0}a^{-3}$) pois a interação ocorre somente no setor escuro.

Dependendo da forma da interação pode ser difícil integrar as equações de conservação, sendo necessário recorrer a técnicas numéricas. É conveniente estudar o sistema em variáveis adimensionais, introduzindo outra equação ao sistema:

$$\dot{H} = 4\pi G\rho_v - \frac{3}{2}H^2, \quad (5.11)$$

esta equação vem da combinação das duas equações de Friedmann (2.4) e (2.5). Trocando para variáveis adimensionais:

$$\Omega_v = \frac{8\pi G}{3H^2}\rho_v, \quad (5.12)$$

$$\Omega_m = \frac{8\pi G}{3H^2}\rho_m, \quad (5.13)$$

e

$$E = \frac{H}{H_0}. \quad (5.14)$$

Mudando a variável t por $\ln a$ as equações (5.7) e (5.8) e (5.11) se transformam:

$$\Omega'_v = 3\Omega_v(1 - \Omega_v) - \widehat{Q}, \quad (5.15)$$

$$\Omega'_m = -3\Omega_v\Omega_m + \widehat{Q}, \quad (5.16)$$

e

$$E' = \frac{3}{2}E(\Omega_v - 1), \quad (5.17)$$

onde linha é derivada com relação a $\ln a$ e se definiu uma nova função relacionada com a taxa de transferência de energia

$$\widehat{Q} = \frac{8\pi G}{3E^3H_0^3}Q, \quad (5.18)$$

de maneira geral \widehat{Q} pode ser função de todos os parâmetros envolvidos e do tempo. A densidade de energia dos bárions é determinada pela equação de Friedmann (5.9):

$$\Omega_b = \frac{8\pi G}{3H^2}\rho_b = 1 - \Omega_v - \Omega_m, \quad (5.19)$$

o parâmetro de desaceleração é dado por:

$$q = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}\Omega_v, \quad (5.20)$$

ou seja, é a mesma forma do modelo padrão (4.8) pois a forma das equações de Friedmann não se modificam, a diferença será em Ω_v . Na seção 5.3 trataremos de interações específicas, porém antes disso vamos ver como a interação ajuda a aliviar o problema da coincidência.

5.2 Problema da Coincidência

Na seção 4.2.2 discutimos qual a origem do problema da coincidência, vejamos agora como a interação ajuda a aliviar este problema.

Para visualizar este problema de maneira analítica é útil analisar a razão entre as densidade de energia da matéria e energia escura (Zimdahl, 2012):

$$r = \frac{\rho_m}{\rho_v} = r_0 a^{-\xi}, \quad (5.21)$$

onde ξ é um parâmetro de escala. Para Λ CDM o valor de ξ é 3, ou seja, espera-se que r varie muito ao longo da história cósmica. Valores de ξ menores aliviam o problema da coincidência. O caso extremo seria $\xi = 0$, ou seja, a razão é estacionária.

No contexto de interação r evolue da seguinte forma:

$$\frac{r'}{r} = -3 + \frac{\Omega_v + \Omega_m}{\Omega_v \Omega_m} \widehat{Q}, \quad (5.22)$$

onde se utilizamos as equações (5.15) e (5.16). Se r apresentar um valor assintótico o problema da coincidência estaria explicado, pois conforme o tempo evolui a razão se torna constante. Neste caso, devemos ter $r' = 0$, o que ocorre para

$$\widehat{Q} = 3 \frac{\Omega_v \Omega_m}{\Omega_v + \Omega_m}, \quad (5.23)$$

para $a \rightarrow \infty$, ou seja, conforme o tempo aumenta a razão vai se tornando constante.

5.3 Formas de Interação

Existem inúmeras propostas fenomenológicas para descrever a interação no setor escuro, nesta seção discutiremos algumas delas.

Nesta seção trataremos de algumas abordagens para interação, os modelos foram escolhidos para representar a grande variedade existente, não sendo exaustiva, a tabela 5.1, retirada de Overduin e Cooperstock (1998), apresenta uma lista de várias leis fenomenológicas de decaimento, onde há também uma revisão sobre o assunto.

5.3.1 Modelo $Q = A_v\rho_v + A_m\rho_m$

Primeiramente vamos tratar do modelo cuja taxa de transferência de energia é proporcional as densidades de energia do setor escuro:

$$Q = A_v\rho_v + A_m\rho_m. \quad (5.24)$$

Os coeficientes A_v e A_m não necessariamente são constantes. Este modelo é bem geral e tem como caso particular vários outros modelos, basta escolher os coeficientes, por exemplo, em Caldera-Cabral et al. (2009) há uma análise dinâmica das equações cosmológicas para dois modelos dessa forma:

$$A_i = 3\alpha_i H, \quad (5.25)$$

e

$$A_i = 3\Gamma_i, \quad (5.26)$$

onde i pode ser vácuo ou matéria escura, α_i e Γ_i são constantes. O primeiro destes modelos tem a taxa de transferência proporcional ao parâmetro de Hubble, cuja motivação é puramente simplicidade matemática, o segundo modelo possui taxa proporcional as densidades de energia e sua motivação surge de outros modelos similares. Com estas leis fenomenológicas os autores analisam o comportamento dinâmico das equações de Friedmann.

Tabela 5.1 - Leis de Decaimento, tabela retirada de Overduin e Cooperstock (1998).

Lei de Decaimento	Referências	Lei de Decaimento	Referências
$\Lambda \propto t^{-2}$	2	$\Lambda \propto \beta a^{-2} + H^2$	3
$\Lambda \propto T^4$	4	$\Lambda \propto t^{-2} + \beta t^{-2/l}$	5
$\Lambda \propto T^\beta$	6	$\Lambda \propto C + e^{-\beta t}$	7
$\Lambda \propto e^{-\beta a}$	8	$\Lambda \propto C + \beta a^{-2} + H^2$	9
$\frac{d\Lambda}{dt} \propto \Lambda^\beta$	10	$\Lambda \propto \beta a^{-m} + H^2$	11
$\Lambda \propto a^{-2}$	12	$\Lambda \propto H^2$	13
$\Lambda \propto a^{-4(1+\epsilon)}$	14	$\Lambda \propto (1 + \beta H)(H^2 + \kappa/a^2)$	15
$\Lambda \propto a^{-m}$	16	$\Lambda \propto t^{-1}(\beta + t)^{-1}$	17
$\frac{d\Lambda}{dt} \propto aH^n \Lambda$	18	$\frac{d\Lambda}{dt} \propto \beta \Lambda - \Lambda^2$	19
$\frac{d\Lambda}{dt} \propto H^3$	20	$\Lambda \propto a^{-3}$	21
$\Lambda \propto C + \beta a^{-m}$	22	$\Lambda \propto a^{-2} + \beta a^{-4}$	23
$\Lambda \propto t^{l-2} + \beta t^{2(l-1)}$	24	$\Lambda \propto H^2 + \beta a H \frac{dH}{da}$	25

- ² Endo e Fukui (1977); Canuto et al. (1977); Bertolami (1986); Berman e Som (1990); Lau (1985); Berman (1991); Beesham (1994); Lopez e Nanopoulos (1996).
- ³ Carvalho et al. (1992); Arbab e Abdel-Rahman (1994).
- ⁴ Canuto et al. (1977).
- ⁵ Beesham (1993).
- ⁶ Kazanas (1980).
- ⁷ Beesham (1993); Spindel e Brout (1994).
- ⁸ Rajeev (1983).
- ⁹ Waga (1993).
- ¹⁰ Hiscock (1986).
- ¹¹ Salim e Waga (1993).
- ¹² Lopez e Nanopoulos (1996); Ozer e Taha (1986, 1987); Abdel-Rahman (1992); Abdussattar e Vishwakarma (1997); Chen e Wu (1990); Calvao et al. (1992); Méndez e Pavón (1996).
- ¹³ Lima e Carvalho (1994); Wetterich (1995); Arbab (1997).
- ¹⁴ Freese et al. (1987); Gasperini (1987); Birkel e Sarkar (1997); Overduin et al. (1993).
- ¹⁵ Lima e Maia (1994); Lima e Trodden (1996).
- ¹⁶ Olson e Jordan (1987); Pavón (1991); Maia e Silva (1994); Silveira e Waga (1994); Torres e Waga (1996); Silveira e Waga (1997).
- ¹⁷ Kalligas et al. (1995).
- ¹⁸ Reuter e Wetterich (1987).
- ¹⁹ Moffat (1996).
- ²⁰ Reuter e Wetterich (1987).
- ²¹ Hoyle et al. (1997).
- ²² Sistero (1991); Matyjasek (1995).
- ²³ John e Joseph (1997).
- ²⁴ Kalligas et al. (1992).
- ²⁵ Gunzig et al. (1998).

5.3.2 Modelo de Wang e Meng

Wang e Meng (2005) propuseram uma abordagem alternativa para a interação, ao invés de especificar uma lei para Λ eles propuseram quantificar os efeitos da interação na densidade da matéria:

$$\rho_m = \rho_{m0} a^{-3+\epsilon}, \quad (5.27)$$

o parâmetro ϵ surge devido a interação, ou seja, há um desvio do comportamento padrão da densidade da matéria escura. Se ϵ for positivo a matéria decai mais lentamente, ou seja, há transferência de energia do vácuo para a matéria escura, caso o contrário ϵ sera negativo. Espera-se também que $|\epsilon| \ll 1$ pois as observações limitam a força da interação. A partir das equações (5.7) e (5.8) pode-se achar a densidade de energia do vácuo

$$\rho_v = \tilde{\rho}_{v0} + \frac{\epsilon \rho_{m0}}{3 - \epsilon} a^{-3+\epsilon}, \quad (5.28)$$

onde $\tilde{\rho}_{v0}$ representa o estado de mais baixa energia do vácuo, o valor da densidade de energia hoje é $\rho_{v0} = \tilde{\rho}_{v0} + \frac{\epsilon \rho_{m0}}{3 - \epsilon}$. A partir das equações (5.27) e (5.28) é possível obter o parâmetro de Hubble e fazer testes cosmológicos. Alcaniz e Lima (2005) e Jesus et al. (2008) expandiram o trabalho de Wang e Meng incluindo bárions e para um modelo $XCDM$ interagente, respectivamente.

5.3.3 Modificações na Densidade da matéria

Uma abordagem alternativa ao modelo de Wang e Meng é modificar a densidade da matéria com uma função multiplicativa (Zimdahl, 2008, 2012):

$$\rho_m = \rho_{m0} a^{-3} f(a), \quad (5.29)$$

onde $f(a)$ é a modificação devido a interação. A equação de conservação para a energia escura pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\dot{\rho}_x = -3H(1 + \omega_{ef})\rho_x, \quad (5.30)$$

onde se esta usando $p_x = \omega \rho_x$ e o parâmetro w_{ef} é dado por

$$\omega_{ef} = \omega + \frac{\dot{f}}{3Hf} \frac{\rho_m}{\rho_x}. \quad (5.31)$$

Nesta classe de modelos existe liberdade para escolher a função f . Assim, por exemplo, Vargas et al. (2012) fizeram a seguinte escolha:

$$f(a) = 1 + ca^5 e^{-a^2/\sigma^2}, \quad (5.32)$$

onde c e σ são constantes. Neste caso a densidade de energia escura é dada por:

$$\rho_x = \rho_{x0} - c\rho_{m0} e^{-a^2/\sigma^2} \left(a^2 - \frac{3}{2}\sigma^2 \right). \quad (5.33)$$

5.3.4 Modelos com $\Lambda(a)$

Neste tipo de modelo considera-se que a constante cosmológica é uma função do fator de escala, existem vários modelos deste tipo, nesta seção vamos considerar o caso geral e no próximo capítulo 6 vamos estudar um caso específico.

Para esta classe de modelos a taxa de transferência de energia é obtida através da equação (5.7):

$$Q = -\frac{1}{8\pi G} \frac{d\Lambda}{dt}. \quad (5.34)$$

Substituindo em (5.8) e transformando as derivadas temporais para derivadas em termos do fator de escala temos

$$\frac{1}{a^3} \frac{d}{da} \rho_m a^3 = -\frac{1}{8\pi G} \frac{d\Lambda}{da}. \quad (5.35)$$

Vemos que se a expressão para $\Lambda(a)$ é conhecida, podemos obter a densidade de energia da matéria escura e com isso o parâmetro de Hubble. Integrando (5.35) por partes obtemos

$$\rho_m(a) = \left(\rho_{m0} + \frac{\Lambda(a_0)}{8\pi G} \right) \left(\frac{a_0}{a} \right)^3 - \frac{\Lambda(a)}{8\pi G} + \frac{3}{8\pi G a^3} \int_{a_0}^a a^2 \Lambda(a) da. \quad (5.36)$$

Portanto, ao se estabelecer $\Lambda(a)$ obtém-se a densidade da matéria e todas as quantidades cosmológicas de interesse. Como exemplo vamos considerar a seguinte forma funcional:

$$\Lambda(a) = \Lambda_0 + \gamma a^{-n}, \quad (5.37)$$

onde n é um número natural. Substituindo em (5.36) e integrando obtemos

$$\rho_m = \left(\rho_{m0} - \frac{n\gamma a_0^{-n}}{8\pi G(3-n)} \right) \left(\frac{a_0}{a} \right)^3 + \frac{n\gamma a^{-n}}{8\pi G(3-n)}. \quad (5.38)$$

A expressão usual para a densidade da matéria é modificada por dois fatores, primeiro a um termo a mais que escala com a^{-3} e surge um segundo fator que escala com a^{-n} , a mesma dependência que ocorre em Λ .

Tensão SNe-CMB e o Decaimento do Vácuo

Após discutir a cosmologia padrão e modelos com interação, apresentamos neste capítulo um modelo cuja principal motivação é resolver a tensão entre os dados de SNe e CMB. Primeiramente vamos apresentar um histórico deste modelo, discutir a tensão SNe-CMB e por fim fazer os testes observacionais. É neste capítulo que se encontra a parte original da dissertação. Nosso modelo é uma variante do cenário com decaimento do vácuo originalmente proposto por Chen e Wu (1990).

6.1 Histórico

Nesta seção vamos apresentar alguns artigos que estabeleceram a lei de decaimento utilizada neste trabalho bem como algumas propostas similares ou relacionadas. Iniciaremos com o trabalho original de Ozer e Taha que iniciou, em meados dos anos 80 (antes da descoberta da aceleração do universo) a discussão sobre modelos com $\Lambda(t)$.

6.1.1 Modelo de Ozer e Taha

A origem do modelo de interação proposto neste trabalho foi inicialmente discutida por Ozer e Taha em 1986 (Ozer e Taha, 1986, 1987). Esses autores propuseram a seguinte lei fenomenológica para o decaimento de Λ :

$$\Lambda(a) = \frac{3}{a^2}. \quad (6.1)$$

Para obter esta lei de decaimento eles inicialmente consideraram um universo com curvatura arbitrária e impuseram que a soma das densidades de energia da matéria e radiação é sempre igual a densidade crítica. Além disso, impondo a condição de que a

variação de entropia é positiva foi possível determinar que a curvatura também é positiva.

Começando com a equação de Friedmann com constante cosmológica e curvatura:

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3} - \frac{\kappa}{a^2}, \quad (6.2)$$

substituindo ρ pela densidade crítica

$$\rho_c \equiv \frac{3H^2}{8\pi G} = \frac{3}{8\pi G} \frac{\dot{a}^2}{a^2}, \quad (6.3)$$

e isolando Λ obtém-se

$$\Lambda = \frac{3\kappa}{a^2}. \quad (6.4)$$

A equação para a entropia é:

$$TdS \equiv d(\rho V) + pdV = -\frac{V}{8\pi G}d\Lambda, \quad (6.5)$$

esta equação é obtida a partir da equação de conservação pois $V \propto a^3$, logo se a variação da entropia deve ser positiva implica que a variação de Λ é negativa, ou seja, há decaimento, com isso a curvatura é fixada em $\kappa = 1$, desta forma (6.4) se reduz à (6.1).

A constante cosmológica na descrição de Ozer e Taha decai em radiação (não em matéria escura), portanto, a densidade de energia da radiação é modificada (Ozer e Taha, 1987)

$$\rho_r = \frac{3}{8\pi G a^2} \left(1 - \frac{a_i^2}{a^2}\right), \quad (6.6)$$

onde a_i é o fator de escala no instante inicial, definido como o tempo em que $\rho_{ri} = 0$. Neste modelo não há singularidade inicial e todas as funções cosmológicas são finitas em $t = 0$. A dependência do fator de escala com o tempo é dada por:

$$a^2 = a_i^2 + t^2, \quad (6.7)$$

esta relação é obtida ao se resolver a equação de conservação impondo $\rho = \rho_{crit}$. Por não ter singularidade inicial não há problema de horizonte (é possível mostrar que todo o universo é casualmente conectado desde o início), o problema dos monopólos magnéticos também é resolvido.

O modelo de Ozer e Taha pode ser comparado com o modelo cosmológico de Einstein (seção 2.4.1). A expressão que Einstein obteve para a constante cosmológica (2.46) é semelhante a expressão de Ozer e Taha (6.1) e em ambos os modelos o universo é fechado, a diferença é que Einstein considerou um universo estático, então sua constante cosmológica é realmente constante, pode-se pensar que o modelo de Ozer e Taha é uma generalização do modelo de Einstein.

6.1.2 Modelo de Chen e Wu

Alguns anos depois do modelo de Ozer e Taha, Chen e Wu (1990) apresentaram um argumento adimensional para a lei a^{-2} . Basicamente eles argumentaram que uma expressão natural para o decaimento é uma quantidade adimensional vezes a densidade de Planck (que fixa a escala de energia):

$$\Lambda(a) \propto \frac{\rho_{pl}}{8\pi G} \left(\frac{r_{pl}}{a} \right)^n, \quad (6.8)$$

onde a densidade e o comprimento de Planck são dados por:

$$\rho_{pl} = \frac{c^5}{\hbar G^2}, \quad (6.9)$$

e

$$L_{pl} = \left(\frac{\hbar G}{c^3} \right)^{1/2}. \quad (6.10)$$

A dependência temporal é dada através do fator de escala. Como a relatividade geral é uma teoria clássica, não se espera um fator \hbar nas equações cosmológicas. Sendo assim, para se cancelar a constante de Planck toma-se $n = 2$, resultando em:

$$\Lambda = \frac{\gamma}{a^2}, \quad (6.11)$$

onde γ é um parâmetro adimensional. Um argumento similar a este é utilizado para determinar a energia de ponto zero do átomo de hidrogênio. De fato, por questões dimensionais conclui-se que esta energia pode ser escrita como o produto da energia de repouso do elétron com uma potência da constante de estrutura fina

$$E = mc^2 \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right)^p. \quad (6.12)$$

Assim, como o átomo de hidrogênio é não relativístico conclui-se que $p = 2$ para eliminar a velocidade da luz (Sakurai, 1993).

A partir daí Chen e Wu exploram as consequências de seu modelo, a equação de conservação é resolvida para a radiação ($p = \rho/3$) e matéria ($p = 0$) separadamente:

$$\rho_r = A_1 a^{-4} + \frac{\gamma}{8\pi G a^2}, \quad (6.13)$$

e

$$\rho_m = A_2 a^{-3} + \frac{2\gamma}{8\pi G a^2}, \quad (6.14)$$

onde A_1 e A_2 são constantes positivas. Apesar da dependência temporal da constante cosmológica ser a mesma em Ozer e Taha e em Chen e Wu, os modelos são bem diferentes, enquanto Ozer e Taha impõe que a densidade total é igual a densidade crítica para obter a forma do decaimento e a curvatura, Chen e Wu partem de argumentos dimensionais e deixam a curvatura livre.

6.1.3 Modelo de Abdel-Rahman

Outro trabalho usando a mesma lei de decaimento foi publicado por Abdel-Rahman em 1992. O autor generalizou o tratamento de Ozer e Taha ao abandonar a hipótese de que $\rho = \rho_{crit}$ e para o decaimento de $\Lambda(t)$ considerou a mesma expressão de Chen e Wu (o fator 3 foi introduzido por conveniência matemática)

$$\Lambda = \frac{3\gamma}{a^2}. \quad (6.15)$$

Neste modelo também não há singularidade inicial, sendo que o tempo $t = 0$ é definido quando o fator de escala é mínimo, ou seja, quando $\dot{a} = 0$. Usando esta condição nas equações de Friedmann pode-se obter o valor da densidade no tempo inicial

$$\frac{8\pi G}{3} \rho_0 a_0^2 = \kappa - \gamma, \quad (6.16)$$

onde 0 denota os valores em $t = 0$. Para $\rho_0 \geq 0$ a curvatura deve ser positiva. Para decaimento em radiação o resultado para a densidade é dado por

$$\rho_r = \frac{3\gamma}{8\pi G a^2} \left[1 - \frac{(2\gamma - 1)a_0^2}{\gamma a^2} \right], \quad (6.17)$$

onde ρ_0 foi eliminado usando (6.16), com $\kappa = 1$. Comparando (6.17) com a expressão análoga de Ozer e Taha (6.6) percebe-se que são idênticas quando $\gamma = 1$, comparando com a expressão de Chen e Wu (6.13) também há uma identificação caso $A_1 = \frac{3a_0^2(2/3\gamma-1)}{8\pi G}$, lembrando que o γ de Chen e Wu é o triplo do valor de Abdel-Rahman.

6.1.4 Modelo de Carvalho, Lima e Waga

Para finalizar esta seção apresentaremos uma modificação do modelo de Chen e Wu proposta por Carvalho, Lima e Waga (1992), onde a lei de decaimento é:

$$\Lambda = 3\beta H^2 + \frac{3\alpha}{a^2}, \quad (6.18)$$

onde α e β são constantes adimensionais e os fatores 3 foram também introduzidos por conveniência matemática. O argumento por trás da introdução do primeiro termo em (6.18) é similar ao de Chen e Wu, como o parâmetro de Hubble é dado por \dot{a}/a então existe a possibilidade de Λ depender de H^2 .

6.1.5 Modelo de Lopez e Nanopoulos

Neste modelo Lopez e Nanopoulos (1996) usam um ansatz similar ao de Chen e Wu, a diferença é que a variação de Λ é dada em função do tempo, não do fator de escala

$$\Lambda = \frac{\Lambda_{pl}}{(t/t_{pl})^2} \propto \frac{1}{t^2}, \quad (6.19)$$

o que implica que o fator de escala deve ser proporcional ao tempo.

6.1.6 Modelo de Chen e Wu Generalizado

Por fim vamos apresentar outra generalização de Chen e Wu, feita por John e Joseph (2000). Neste artigo os autores argumentam que o ansatz dimensional de Chen e Wu deve ser feito para a densidade de energia total, não somente para a do vácuo, com isso:

$$\tilde{\rho} \propto \frac{1}{a^2}, \quad (6.20)$$

onde:

$$\tilde{\rho} = \rho_m + \rho_\Lambda. \quad (6.21)$$

Na notação do artigo m indica tanto matéria relativística quanto não relativística ($p_m = \omega\rho_m$). A equação de conservação (5.6) neste caso é dada por

$$\tilde{\rho} + 3\tilde{p} = 0, \quad (6.22)$$

pois:

$$\dot{\tilde{\rho}} = -2\frac{\dot{a}}{a}\tilde{\rho}, \quad (6.23)$$

onde \tilde{p} é definido de maneira idêntica à $\tilde{\rho}$. Usando (6.21) em (6.22):

$$\frac{\rho_m}{\rho_\Lambda} = \frac{2}{1 + 3\omega}, \quad (6.24)$$

ou seja, as densidades de matéria e vácuo devem ter valores comparáveis. Substituindo (6.20) na primeira equação de Friedmann (2.4) obtém-se que a é proporcional ao tempo

$$a(t) = mt, \quad (6.25)$$

onde m é a constante de proporcionalidade. A densidade de energia total é:

$$\tilde{\rho} = \frac{3}{8\pi G} \frac{m^2 + \kappa}{a^2}, \quad (6.26)$$

neste modelo também não há problema de horizonte ou de planura.

6.1.7 Análise Termodinâmica

Usando a teoria de Landau-Lifshitz ¹ para flutuações fora do equilíbrio, Pavón (1991) analisou alguns modelos de decaimento, incluindo o de Ozer e Taha bem como de Chen e Wu, para verificar quais eram termodinamicamente viáveis. Considerando que há decaimento em radiação Pavón conclui que os modelos com $\Lambda \propto a^{-2}$ são termodinamicamente consistentes.

¹ Landau e Lifshitz (1984), capítulo 17.

6.2 Motivações

6.2.1 Termo Constante

Neste trabalho vamos utilizar uma generalização da lei de decaimento obtida por Ozer e Taha:

$$\Lambda = \Lambda_0 + \frac{3\alpha}{a^2}, \quad (6.27)$$

onde α é um parâmetro constante. A diferença entre esta lei e a de Chen e Wu é o termo constante Λ_0 . Para justificar a introdução deste termo vamos primeiro calcular o parâmetro de desaceleração para um modelo sem o termo Λ_0 . Conforme será mostrado posteriormente (equação (6.56)), usando as definições (6.53) e (6.55)), a desaceleração é dada por (com $\Lambda_0 = 0$):

$$q = \frac{(\Omega_{m0} - 2\Omega_{\alpha0})(1+z)^3 + \Omega_{\alpha0}(1+z)^2}{(\Omega_{m0} - 2\Omega_{\alpha0})(1+z)^3 + (1 - \Omega_{m0} + 2\Omega_{\alpha0})(1+z)^2}, \quad (6.28)$$

onde os parâmetros Ω_{m0} e $\Omega_{\alpha0}$ estão definidos em (6.39) e (6.41). Mais adiante será mostrado que $\Omega_{m0} - 2\Omega_{\alpha0}$ é sempre positivo, então o parâmetro de desaceleração também é positivo para todos os *redshifts*, o que está em desacordo com os dados de SNe que indicam que o universo está acelerado, ou seja, q é menor que zero. Para obter esta transição entre desaceleração e aceleração pode-se introduzir o termo constante em (6.27).

Por outro lado, com a adoção do termo constante pode-se recuperar facilmente o modelo Λ CDM, basta ter $\alpha = 0$, algo que não ocorre nos outros modelos discutidos acima.

6.2.2 Tensão SNe-CMB

Os dados de supernovas e da radiação cósmica de fundo são ambos sensíveis aos parâmetros de densidade da energia e da matéria escura, porém, comparando os contornos de confiança dos dados (figura 3.7), percebe-se que são bem diferentes. De fato, os dados de CMB preferem um universo próximo ao plano, enquanto SNe favorece um universo fechado. Ao se fazer a análise conjunta dos dados o espaço de parâmetros é bastante limitado e se obtém o modelo de concordância cósmica, por outro lado, seria interessante analisar se estas diferenças são realmente apenas uma coincidência ou se existe alguma razão física para a tensão.

Conforme discutido no capítulo anterior, é possível que exista o decaimento de Λ , se este decaimento for do tipo Chen e Wu com adição de um termo constante obteremos:

1. Um termo que escala exatamente como a curvatura nas equações de Friedmann.
2. Uma correção ao atual modelo de concordância cósmica que deverá ser limitada pelas observações.

Por outro lado, sabemos que os modelos inflacionários preveem um universo plano (Kolb e Turner, 1990) e os dados de CMB são obtidos a altos *redshift* enquanto os de SNe a baixo *redshift*. Deste ponto de vista pode-se considerar que a curvatura que as supernovas indicam nada mais é do que o efeito do decaimento do vácuo, sendo esperado que CMB meça um universo plano pois a altos *redshifts* pode-se desprezar a contribuição da variação da constante cosmológica. Além disso, o modelo padrão pode ser aproximadamente mantido por conta da presença do termo constante, Λ_0 .

É importante mencionar que existem outras tentativas de explicação da tensão SNe-CMB. Amendola et al. (2010), por exemplo, consideram técnicas numéricas em lentes fracas para tentar resolver esse problema enquanto Shafieloo et al. (2009) discutiram o problema variando a equação de estado da energia escura (e.g. equação (4.21)). Mais recentemente, Lima et al. (2013) discutiram como inomogeneidades parametrizadas através da equação de Dyer-Roeder resolveriam este problema.

O recente resultado do satélite Planck (Ade et al., 2013) também apresenta uma certa tensão com dados de SNe. A figura 6.1 mostra a distribuição posterior de Ω_{m0} do Planck comparado com resultados de SNe. Do gráfico percebe-se que existe uma certa tensão entre os dados do Planck com a compilação de SNe SNLS (Conley et al., 2011). As análises de SNe feitas pela equipe do Planck foram restritas ao modelo Λ CDM plano, isto explica a apresentação da distribuição de probabilidade de um parâmetro e não contornos de confiança.

6.3 Novo Modelo: $\Lambda_0 + 3\alpha a^{-2}$

Nas seções anteriores apresentamos as motivações e o histórico do modelo a ser estudado, nesta seção inicialmente obteremos todas as equações e parâmetros do modelo

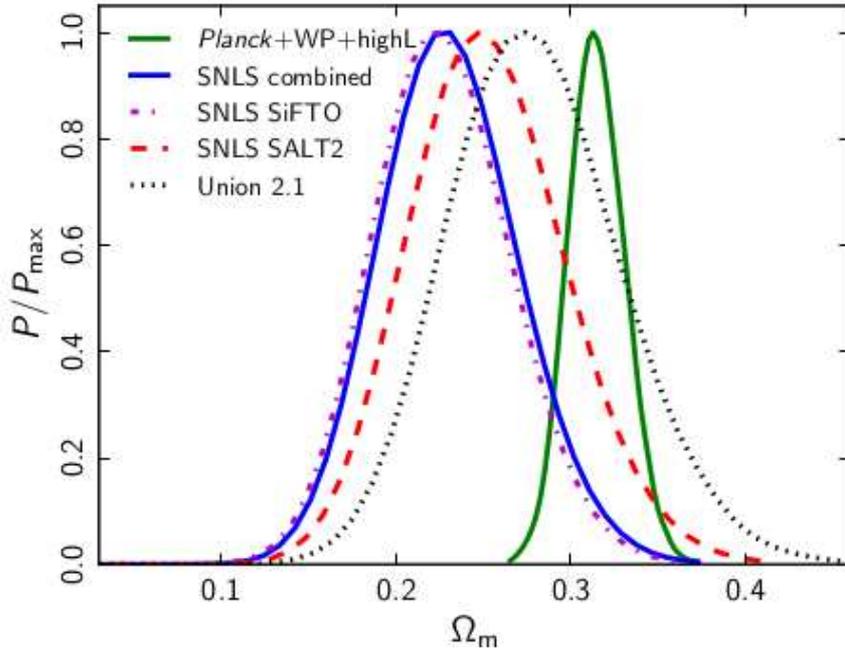


Figura 6.1: Distribuição posterior de Ω_{m0} de dados do Planck e de SNe, gráfico retirado de Ade et al. (2013).

considerando uma curvatura arbitrária. Posteriormente nos concentraremos no caso de curvatura nula ($\Omega_\kappa = 0$), cuja tensão SNe-CMB é o problema central de nosso trabalho.

6.3.1 Densidade da Matéria Escura e Parâmetro de Hubble

Considerando que $\Lambda(t)$ obedece a seguinte lei de decaimento:

$$\Lambda = \Lambda_0 + \frac{3\alpha}{a^2}, \quad (6.29)$$

onde o fator 3 foi introduzido por conveniência matemática. Note que esta lei de decaimento é similar a usada por Waga (1993), a diferença sendo que nossa expressão não possui um termo que escala como H^2 . Escrevendo Λ como a densidade do vácuo temos que

$$\rho_v = \frac{\Lambda_0}{8\pi G} + \frac{3\alpha}{8\pi G a^2} \equiv \rho_{\Lambda 0} + \rho_\alpha, \quad (6.30)$$

onde definimos

$$\rho_{\Lambda 0} = \frac{\Lambda_0}{8\pi G} \text{ e } \rho_\alpha = \frac{3\alpha}{8\pi G a^2}, \quad (6.31)$$

e para facilitar a notação chamaremos a parte constante de densidade do vácuo, embora a densidade total do vácuo seja $\rho_{\Lambda 0} + \rho_{\alpha 0}$. Como foi visto, com as equações (5.7) e (5.8)

podemos obter a densidade de energia da matéria escura:

$$\dot{\rho}_m + 3\frac{\dot{a}}{a}\rho_m = -\dot{\rho}_v = -\dot{\rho}_\alpha, \quad (6.32)$$

onde de (6.31) temos

$$\dot{\rho}_\alpha = \frac{3\alpha\dot{a}}{a^3 4\pi G}. \quad (6.33)$$

A equação (6.32) pode ser reescrita como

$$\frac{1}{a^3} \frac{d}{dt} a^3 \rho_m = \frac{1}{a^3} \frac{3\alpha}{4\pi G} \frac{da}{dt}, \quad (6.34)$$

cuja integral é imediata

$$\rho_m = \frac{B}{a^3} + \frac{3\alpha}{4\pi G a^2}, \quad (6.35)$$

onde B é uma constante que pode ser fixada tomando $\rho_{m0} = \rho_m(a_0)$. É fácil verificar que a densidade de matéria toma a seguinte forma:

$$\rho_m = \rho_{m0} \left(\frac{a_0}{a}\right)^3 \left[1 - \frac{3\alpha}{4\pi G \rho_{m0} a_0^2}\right] + \frac{3\alpha}{4\pi G a_0^2} \left(\frac{a_0}{a}\right)^2. \quad (6.36)$$

Podemos ver que o caso padrão é modificado por dois termos e como seria esperado, para $\alpha = 0$ o modelo Λ CDM é recuperado. Considerando a primeira equação de Friedmann (2.4) podemos obter o parâmetro de Hubble²

$$\frac{H^2}{H_0^2} = \frac{8\pi G \rho_m}{3H_0^2} + \frac{\Lambda_0}{3H_0^2} + \frac{\alpha}{a^2 H_0^2} - \frac{\kappa}{a_0^2 H_0^2} \frac{a_0^2}{a^2}. \quad (6.37)$$

Para $H = H_0$ segue que

$$\Omega_{m0} + \Omega_{\Lambda0} + \Omega_{\alpha0} + \Omega_{\kappa0} = 1, \quad (6.38)$$

onde os parâmetros de densidade foram definidos da maneira usual:

$$\Omega_{m0} \equiv \frac{8\pi G \rho_{m0}}{3H_0^2}, \quad (6.39)$$

² Na nossa análise não vamos incluir a densidade de energia dos bárions pois sua influência é de apenas um termo aditivo em Ω_{m0} , além do que, por ter um valor pequeno (cerca de 0,04), sua inclusão não afetaria significativamente nossos resultados e conclusões.

$$\Omega_{\Lambda 0} \equiv \frac{\Lambda_0}{3H_0^2}, \quad (6.40)$$

$$\Omega_{\alpha 0} \equiv \frac{\alpha}{a_0^2 H_0^2}, \quad (6.41)$$

e

$$\Omega_{\kappa 0} \equiv -\frac{\kappa}{a_0^2 H_0^2}. \quad (6.42)$$

Para comparar com as observações é interessante reescrever ρ_m e H em termos dos Ω 's:

$$\rho_m = \rho_{m0} \left[\left(1 - \frac{2\Omega_{\alpha 0}}{\Omega_{m0}} \right) \left(\frac{a_0}{a} \right)^3 + \frac{2\Omega_{\alpha 0}}{\Omega_{m0}} \left(\frac{a_0}{a} \right)^2 \right], \quad (6.43)$$

$$\frac{H^2}{H_0^2} = (\Omega_{m0} - 2\Omega_{\alpha 0}) \left(\frac{a_0}{a} \right)^3 + \Omega_{\Lambda 0} + 3\Omega_{\alpha 0} \left(\frac{a_0}{a} \right)^2 + \Omega_{\kappa 0} \left(\frac{a_0}{a} \right)^2. \quad (6.44)$$

Impondo que $\rho_m \geq 0$ (a condição de energia fraca) ao longo da evolução cósmica obtemos o seguinte vínculo:

$$\frac{2\Omega_{\alpha 0}}{\Omega_{m0}} \geq 1, \quad (6.45)$$

supondo que α é positivo. Esta condição pode ser reescrita como

$$0 \leq \Omega_{\alpha 0} \leq \frac{\Omega_{m0}}{2}, \quad (6.46)$$

ou ainda

$$0 \leq \alpha < \frac{a_0^2 H_0^2 \Omega_{m0}}{2}. \quad (6.47)$$

A condição acima implica na existência de um limite na interação energia-matéria escura. Note que tal limite não existe para $\alpha < 0$. Eliminando $\Omega_{\kappa 0}$ da expressão (6.44) obtemos (ver (6.38))

$$\frac{H^2}{H_0^2} = (\Omega_{m0} - 2\Omega_{\alpha 0}) \left(\frac{a_0}{a} \right)^3 + \Omega_{\Lambda 0} + (1 - \Omega_{m0} - \Omega_{\Lambda 0} + 2\Omega_{\alpha 0}) \left(\frac{a_0}{a} \right)^2, \quad (6.48)$$

vemos que novamente o modelo Λ CDM padrão é facilmente recuperado quando $\alpha = 0$. De (6.44) pode-se perceber que o decaimento simula um termo de curvatura que depende

do sinal de α . Na equação (6.48) as densidades Ω_{m0} e $\Omega_{\alpha0}$ aparecem degeneradas, ou seja, o parâmetro de Hubble depende somente de uma combinação delas:

$$\Omega_{mef0} \equiv \Omega_{m0} - 2\Omega_{\alpha0}. \quad (6.49)$$

Se α é positivo, temos que Ω_{mef0} é sempre positivo pela condição (6.46). Na equação (6.48) vemos que Ω_{mef0} desempenha o papel de parâmetro de densidade efetivo da matéria escura. De maneira similar, a quantidade definida como

$$\Omega_{\kappa ef0} \equiv 1 - \Omega_{mef0} - \Omega_{\Lambda0} = \Omega_{\kappa0} + 3\Omega_{\alpha0}, \quad (6.50)$$

se comporta como uma curvatura efetiva. As equações deste modelo são idênticas as de Λ CDM com Ω_{m0} substituído por Ω_{mef0} e $\Omega_{\kappa0}$ por $\Omega_{\kappa ef0}$.

6.3.2 Parâmetros de Densidade de Desaceleração

Para visualizar a evolução das quantidades cosmológicas define-se os parâmetros de densidade dependentes do *redshift*:

$$\Omega_m(z) \equiv \frac{8\pi G\rho_m}{3H_0^2} \frac{H_0^2}{H^2}, \quad (6.51)$$

e

$$\Omega_v(z) \equiv \frac{\Lambda_0}{3H_0^2} \frac{H_0^2}{H^2} + \frac{\alpha}{a_0^2 H_0^2} \frac{H_0^2 a_0^2}{H^2 a^2} \equiv \Omega_\Lambda(z) + \Omega_\alpha(z), \quad (6.52)$$

substituindo (6.43) e (6.48):

$$\Omega_m = \frac{(\Omega_{m0} - 2\Omega_{\alpha0})(1+z)^3 + 2\Omega_{\alpha0}(1+z)^2}{(\Omega_{m0} - 2\Omega_{\alpha0})(1+z)^3 + \Omega_{\Lambda0} + (1 - \Omega_{m0} + 2\Omega_{\alpha0} - \Omega_{\Lambda0})(1+z)^2}, \quad (6.53)$$

$$\Omega_\Lambda = \frac{\Omega_{\Lambda0}}{(\Omega_{m0} - 2\Omega_{\alpha0})(1+z)^3 + \Omega_{\Lambda0} + (1 - \Omega_{m0} + 2\Omega_{\alpha0} - \Omega_{\Lambda0})(1+z)^2}, \quad (6.54)$$

e

$$\Omega_\alpha = \frac{\Omega_{\alpha0}(1+z)^2}{(\Omega_{m0} - 2\Omega_{\alpha0})(1+z)^3 + \Omega_{\Lambda0} + (1 - \Omega_{m0} + 2\Omega_{\alpha0} - \Omega_{\Lambda0})(1+z)^2}. \quad (6.55)$$

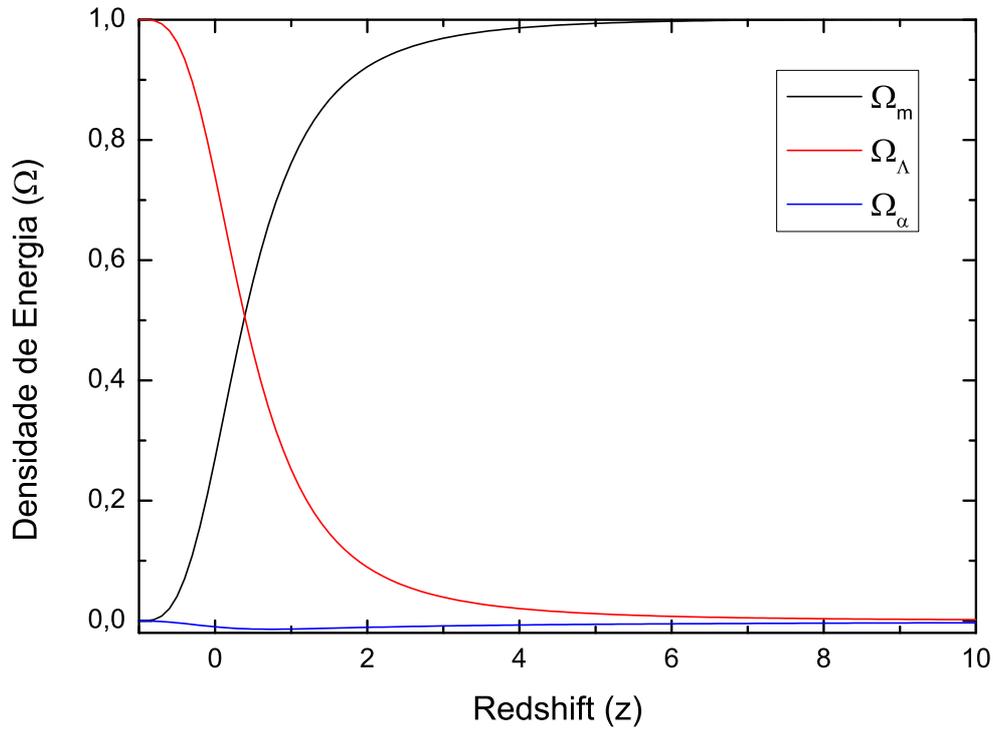


Figura 6.2: Parâmetros de densidade em função do *redshift*, para $\Omega_{m0} = 0,27$, $\Omega_{\Lambda0} = 0,74$ e $\Omega_{\alpha0} = -0,01$.

A figura 6.2 mostra a evolução cósmica das densidades para os melhores valores dos parâmetros obtidos com o teste de χ^2 (ver seção 6.4).

Outra quantidade de interesse é o parâmetro de desaceleração (ver equação (2.15)). Da segunda equação de Friedmann (2.5) obtemos:

$$q = \frac{\Omega_m}{2} - \Omega_\Lambda - \Omega_\alpha. \quad (6.56)$$

Finalmente justificando a expressão (6.28), onde $\Omega_{\Lambda0} = 0$. Observe que o parâmetro de desaceleração é nulo no *redshift* de transição (z_T), dado por:

$$z_T = \left(\frac{2\Omega_{\Lambda0}}{\Omega_{m0} - 2\Omega_{\alpha0}} \right)^{1/3} - 1. \quad (6.57)$$

Vemos que a expressão acima é idêntica do modelo Λ CDM para $\Omega_{\kappa0} = 0$ (ver equação (4.9)).

No nosso modelo não há retorno a desaceleração, como ocorre com outras leis de de-

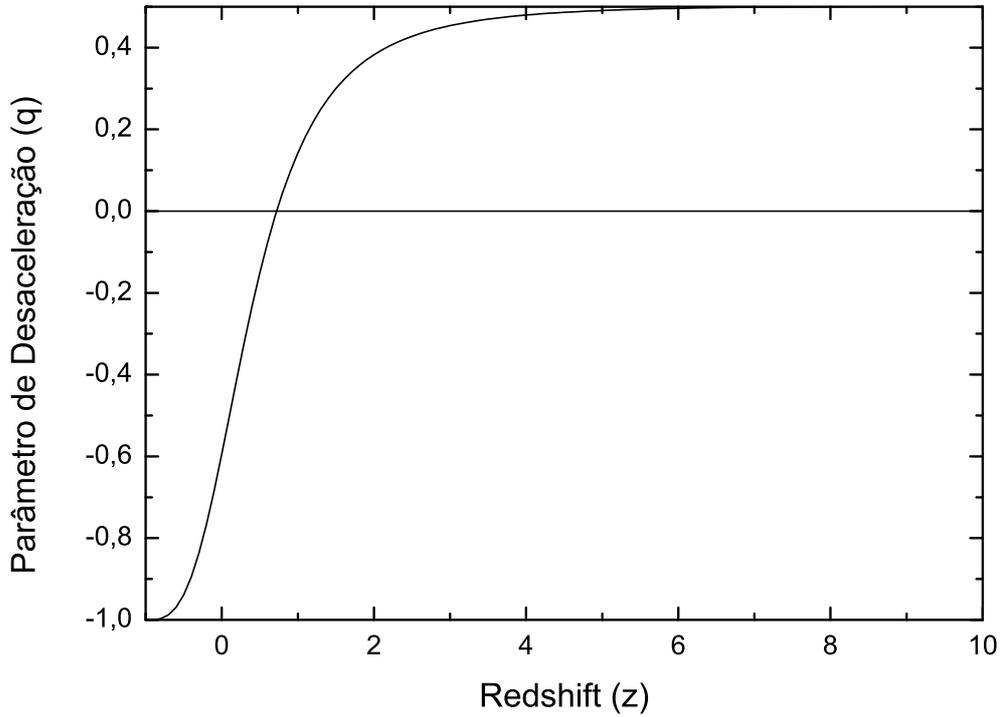


Figura 6.3: Parâmetro de desaceleração em função do *redshift*, para $\Omega_{m0} = 0,27$, $\Omega_{\Lambda0} = 0,74$ e $\Omega_{\alpha0} = -0,01$.

caimento (ver, por exemplo, Carvalho et al. 2006). Em Guimarães e Lima (2011) há uma abordagem cosmológica (independente de modelos) onde a possibilidade de desaceleração no futuro é investigada. No futuro, nosso modelo se assemelha a Λ CDM, pois ambos serão dominados apenas pela constante cosmológica.

Por fim, pode-se calcular a idade do universo neste modelo através da equação (2.25). Substituindo (6.48), temos

$$H_0 t_0 = \int_0^1 \frac{dx}{x \sqrt{(\Omega_{m0} - 2\Omega_{\alpha0})x^{-3} + \Omega_{\Lambda0} + (1 - \Omega_{m0} + 2\Omega_{\alpha0} - \Omega_{\Lambda0})x^{-2}}}. \quad (6.58)$$

Como seria esperado, a expressão acima se reduz a idade do modelo Λ CDM (curvatura arbitrária) no caso limite, $\Omega_{\alpha0} = 0$.

6.3.3 Caso Plano

Para finalizar esta seção discutiremos agora o caso plano, para $\Omega_\kappa = 0$, a equação (6.38) que relaciona as densidades de energia das componente se reduz para

$$\Omega_{m0} + \Omega_{\Lambda0} + \Omega_{\alpha0} = 1. \quad (6.59)$$

Assim, vemos que agora é possível eliminar uma das densidades e ficar com apenas dois parâmetros livres. A densidade da matéria escura e a curvatura efetiva (equações (6.49) e (6.50)) passam a ser (após eliminar $\Omega_{\alpha0}$)

$$\Omega_{mef0} = 3\Omega_{m0} + 2(\Omega_{\Lambda0} - 1), \quad (6.60)$$

e

$$\Omega_{kef0} = 3(1 - \Omega_{m0} - \Omega_{\Lambda0}), \quad (6.61)$$

portanto, mesmo para o caso plano ainda existe uma curvatura efetiva. Podemos dividir o espaço de parâmetros Ω_{m0} - $\Omega_{\Lambda0}$ em duas regiões distintas, acima (abaixo) da linha $\Omega_{m0} + \Omega_{\Lambda0} = 1$ temos a região onde $\Omega_{\alpha0}$ é negativo (positivo). Na região positiva ocorre uma área proibida, advinda da combinação da desigualdade (6.46) com a condição de planura (6.59), cuja inequação é dada por

$$\Omega_{m0} \geq \frac{2}{3}(1 - \Omega_{\Lambda0}). \quad (6.62)$$

O gráfico 6.4 ilustra estas regiões.

6.3.4 Idade no Modelo Plano

É interessante calcular a idade no modelo plano e comparar com ΛCDM . O gráfico 6.5 mostra o parâmetro de idade ($H_0 t_0$) em função de $\Omega_{\Lambda0}$ para três valores diferentes de $\Omega_{\alpha0}$. Para $\Omega_{\alpha0}$ positivo a idade aumenta em relação ao modelo ΛCDM ($\Omega_{\alpha0} = 0$), conforme o esperado. No caso negativo ocorre o inverso.

Para obter as demais equações, como os parâmetros de Hubble e de desaceleração, basta substituir os novos valores de Ω_{mef0} e Ω_{kef0} .

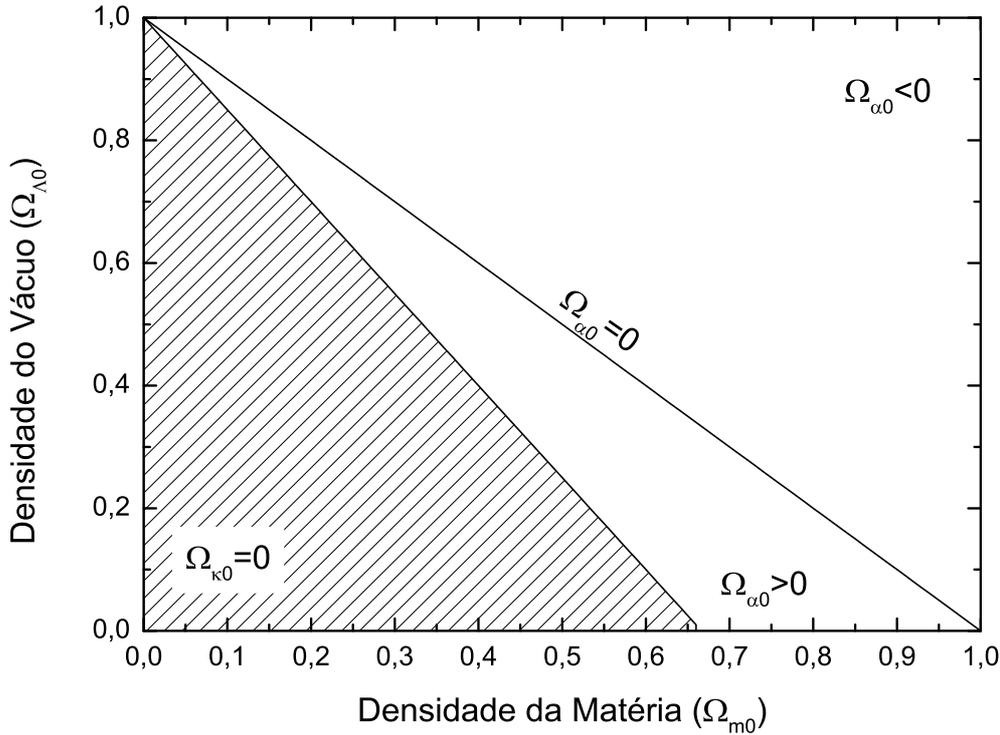


Figura 6.4: Divisão do espaço de parâmetro $\Omega_{\Lambda 0}$ e Ω_{m0} . A região hachurada é proibida de acordo com a desigualdade (6.62).

6.4 Testes Observacionais

Nesta seção aplicaremos os testes observacionais discutidos na seção 3.2, que são SNe, CMB e BAO. Para obter o melhor ajuste para os parâmetros e os contornos de confiança vamos utilizar o teste do χ^2 , que é uma máxima verossimilhança, nesta seção primeiramente vamos revisar o teste para depois aplicar no modelo discutido anteriormente.

6.4.1 Teste χ^2

A ciência moderna utiliza da inferência estatística para obter e analisar informações acerca da grande quantidade de dados experimentais e observacionais disponíveis. Existem várias maneiras de se analisar um conjunto de dados, em cosmologia é comum utilizarmos o chamado teste de χ^2 .

Primeiramente vamos assumir que temos um conjunto de N dados observacionais e queremos determinar M parâmetros de um dado modelo de interesse. Assumimos também que

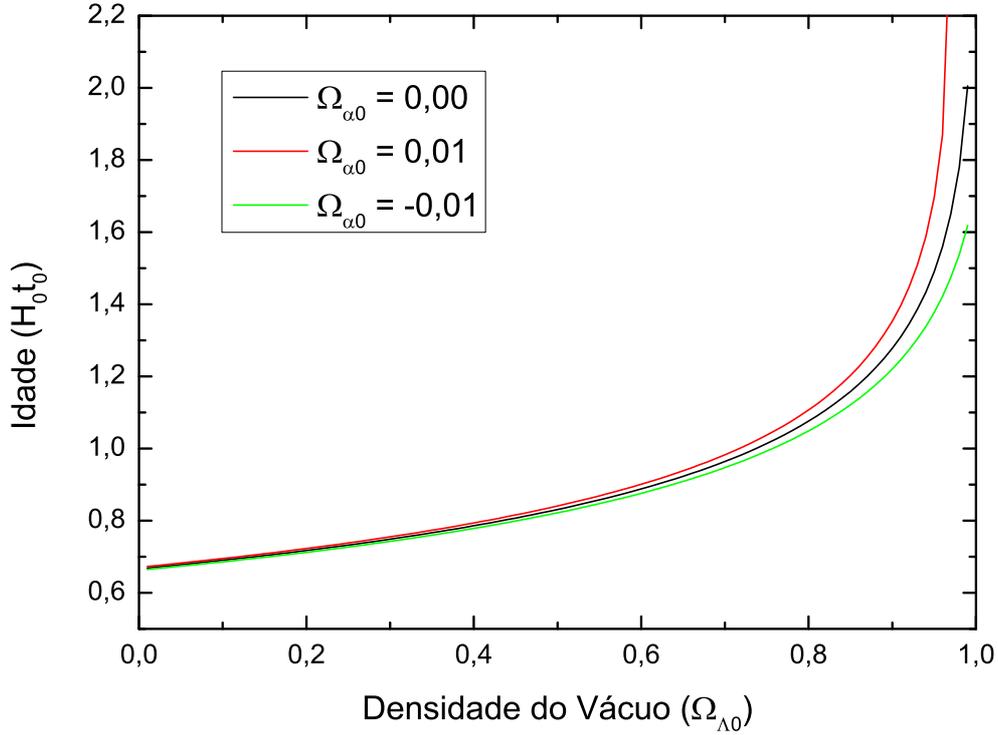


Figura 6.5: Idade do universo $H_0 t_0$ do modelo plano com decaimento do vácuo. No gráfico acima mostramos o parâmetro $H_0 t_0$ em função de $\Omega_{\Lambda 0}$. Note que em relação a Λ CDM a idade cresce para $\Omega_{\alpha 0} > 0$ e diminui caso contrário.

este modelo prevê uma relação funcional entre a quantidade observacionalmente medida e estes parâmetros:

$$y(x) = y(x; a_1 \dots a_M), \quad (6.63)$$

onde $a_1 \dots a_M$ são os parâmetros do modelo e x é uma variável independente. Vamos supor que os dados são independentes e idênticamente distribuídos (i.i.d.) em torno do modelo real “ $y(x)$ ”. A probabilidade conjunta dos dados é obtido pelo produto das probabilidades individuais, que seguem uma gaussiana

$$P \propto \prod_{i=1}^N \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y_i - y(x_i)}{\sigma_i} \right)^2 \right], \quad (6.64)$$

onde σ_i é o erro associado ao dado y_i . Agora queremos obter o conjunto de parâmetros deste modelo que maximiza a probabilidade acima, para isso, podemos minimizar o módulo de seu logaritmo

$$\sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i - y(z_i)}{2\sigma_i} \right)^2. \quad (6.65)$$

O teste de χ^2 consiste em minimizar a seguinte expressão

$$\chi^2 \equiv \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i - y(z_i)}{\sigma_i} \right)^2, \quad (6.66)$$

onde definimos o χ^2 com base na expressão anterior. A probabilidade dos dados na equação (6.64) é chamada verossimilhança, sendo o teste de χ^2 também conhecido como método da máxima verossimilhança. Uma maneira de verificar se o ajuste é razoável é comparar o mínimo χ_{min}^2 obtido com o número de graus de liberdade do sistema, definido por $\nu \equiv N - M$. Se estas quantidades forem da mesma ordem ($\chi_{min}^2 \approx \nu$), o ajuste pode ser considerado confiável (Press et al. (2007)).

Para estimar a incerteza dos parâmetros podemos definir curvas de níveis ($\Delta\chi^2 \equiv \chi^2 - \chi_{min}^2$) que delimitam regiões no espaço de parâmetros onde há um certo percentual p da distribuição de probabilidade total. Normalmente escolhe-se 68, 27%, 95, 45% e 99, 73% de confiança estatística. A tabela 6.1 mostra o valor de $\Delta\chi^2$ para o número de parâmetros variando de 1 a 3. Nosso ajuste utilizou dois parâmetros livres, Ω_{m0} e $\Omega_{\Lambda0}$.

Tabela 6.1 - Valores de $\Delta\chi^2$ correspondentes à 68, 27%, 95, 45% e 99, 73%, para diferentes números de parâmetros, tabela adaptada de Press et al. (2007), pag. 815.

Porcentagem(%)	$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$
68,27	1,00	2,30	3,53
95,45	4,00	6,18	8,02
99,73	9,00	11,8	14,2

Neste trabalho minimizamos a seguinte função χ^2 , construída com a partir das observações discutidas no capítulo 3

$$\chi^2 = \sum_1^{580} \left[\frac{\mu_i - \mu(z_i; \Omega_{m0}, \Omega_{\Lambda0})}{\sigma_i} \right]^2 + \frac{R_{exp} - R(\Omega_{m0}, \Omega_{\Lambda0})}{\sigma_R} + \frac{A_{exp} - A(0, 35; \Omega_{m0}, \Omega_{\Lambda0})}{\sigma_A}, \quad (6.67)$$

onde μ_i são os dados do *Union 2.1*, μ é o módulo de distância, dado pela equação (3.26), R é o *shift parameter*, dado pela equação (3.37) e A é dado pela equação (3.46).

6.4.2 Contornos de Confiança e Melhor Ajuste

Os dados foram ajustados com base no modelo plano, utilizando a equação de Hubble (6.48) com a limitação (6.59). Primeiramente vamos verificar a influência de nosso modelo no contorno de confiança das supernovas. Observando a figura abaixo percebemos que a elipse gira na direção $\Omega_{m0} + \Omega_{\Lambda0} = 1$, ou seja, nosso modelo se aproxima do contorno do CMB.

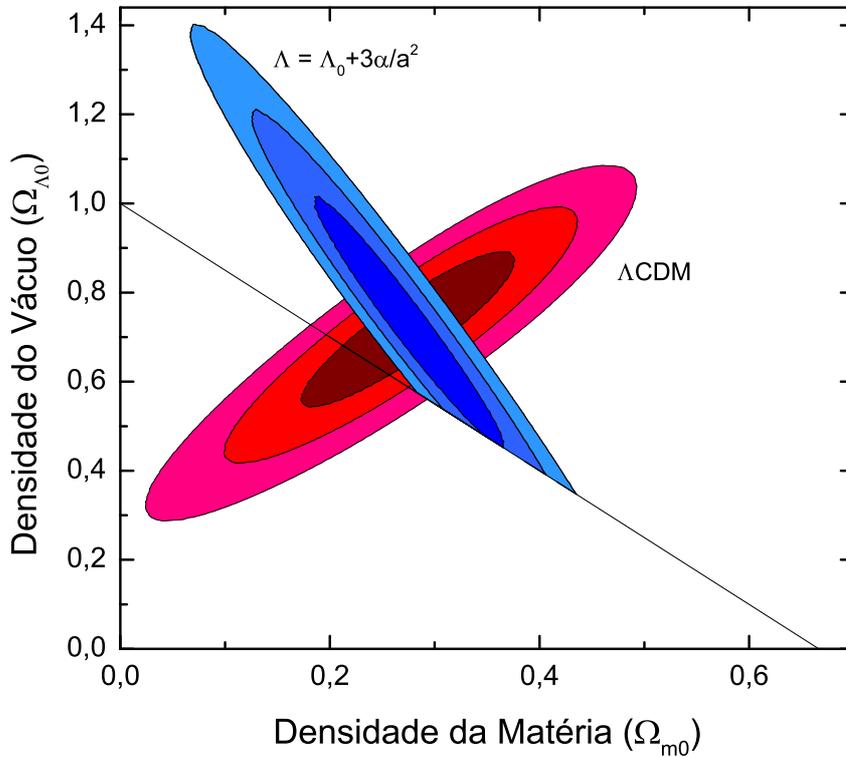


Figura 6.6: Comparação dos contornos de Confiança de SNe para o nosso modelo e Λ CDM.

A figura 6.7 mostra os contornos de confiança do nosso modelo para uma análise conjunta envolvendo os dados de SNe, CMB e BAO. O melhor ajuste obtido foi (com erros em 1σ) $\Omega_{m0} = 0,27 \pm 0,02$, $\Omega_{\Lambda0} = 0,74 \pm 0,02$ e $\Omega_{\alpha0} = 1 - \Omega_{m0} - \Omega_{\Lambda0} = -0,01 \pm 0,03$. O valor de χ_{min}^2 da análise foi 562, com $\chi_{red}^2 = 0,97$.

Deve-se notar que todo o espaço de parâmetros coberto no teste é plano, pois quere-

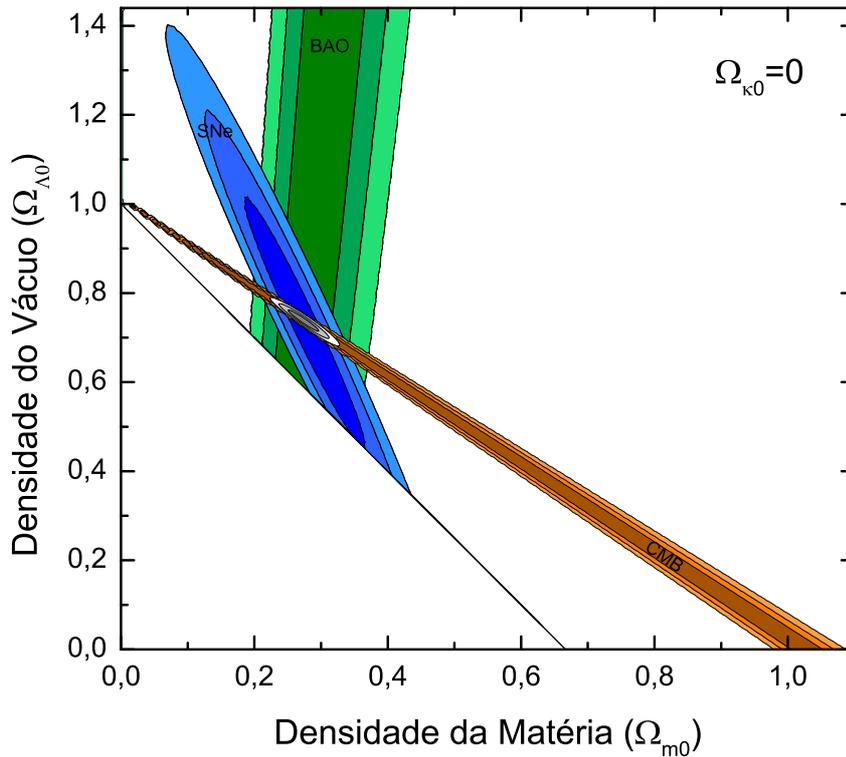


Figura 6.7: Contornos de confiança do modelo plano para os dados de SNe, CMB e BAO. Note que a contorno das supernovas se inclina na direção do contorno de CMB (compare com a figura do capítulo 3). É essa rotação que diminui a tensão SNe-CMB.

mos analisar como se modificam os contornos de confiança em relação à curvatura efetiva introduzida por $\Omega_{\alpha 0}$. A ideia básica é mostrar que a tensão SNe-CMB pode ser aliviada ou completamente resolvida pelo termo de decaimento adotado neste trabalho.

Comparando a figura 6.7 com a figura 3.7 (Suzuki et al., 2012) percebe-se que o contorno das SNe se inclinou na direção $\Omega_{m0} + \Omega_{\Lambda 0} = 1$, permitindo valores de $\Omega_{\alpha 0}$ tanto negativos quanto positivos, o contorno de CMB indica que $\Omega_{\alpha 0}$ deve ser pequeno, próximo de zero. Por outro lado, o contorno associado ao BAO agora apresenta uma razoável degenerescência com $\Omega_{\Lambda 0}$.

Conclusões e Perspectivas

É bem conhecido que a maneira mais direta de se investigar as potencialidades de um modelo cosmológico é confrontando suas previsões com os chamados testes cosmológicos observacionais. Um dos principais testes está relacionado com a determinação teórica das distâncias de luminosidade que envolvem uma vela padrão (Supernovas do tipo Ia) e sua comparação com as observações. Tal teste fornece uma importante restrição sobre as possíveis contribuições dos principais constituintes cósmicos. Um teste complementar é o da radiação cósmica de fundo (CMB) através das anisotropias de temperatura e o espectro angular de potência associado (WMAP, Planck, etc).

Por outro lado, sabemos que as Supernovas separadamente preferem um Universo fechado ($\Omega_\kappa > 1$) enquanto as observações da CMB independentemente favorecem um modelo plano ($\Omega_\kappa = 0$), o qual está mais de acordo com o chamado paradigma inflacionário. Com o intuito de resolver essa tensão, discutimos nesta dissertação as previsões de um modelo com $\Lambda(t)$, onde a variação da densidade de energia do vácuo ($\rho_v = \Lambda/8\pi G$) foi fenomenologicamente modelada pela expressão: $\Lambda = \Lambda_0 + 3\alpha/a^2$, onde Λ_0 é o termo de vácuo usual, α é um parâmetro livre e $a(t)$ o fator de escala.

A principal vantagem do modelo é poder ser plano para vários valores dos parâmetros Ω_{m0} e $\Omega_{\Lambda0}$, sem a limitação padrão, ou seja, $\Omega_{m0} + \Omega_{\Lambda0} = 1$, tal como ocorre no chamado modelo de concordância cósmica (Λ CDM). A razão básica para este comportamento é que o parâmetro $\Omega_{\alpha0}$, definido em (6.41), se comporta como uma curvatura efetiva.

O modelo apresentado simula a dinâmica de Λ CDM pois o parâmetro de Hubble é dado por (ver equação (6.48)):

$$\frac{H^2}{H_0^2} = \Omega_{mef0} \left(\frac{a_0}{a}\right)^3 + \Omega_{\Lambda0} + \Omega_{\kappa ef0} \left(\frac{a_0}{a}\right)^2, \quad (7.1)$$

onde:

$$\Omega_{mef0} \equiv \Omega_{m0} - 2\Omega_{\alpha0}, \quad (7.2)$$

e

$$\Omega_{\kappa ef0} \equiv 1 - \Omega_{mef0} - \Omega_{\Lambda0} = \Omega_{\kappa0} + 3\Omega_{\alpha0}. \quad (7.3)$$

Os testes observacionais utilizados para obter limites nos parâmetros cosmológicos foram SNe, CMB e BAO, discutidos no capítulo 3. Os resultados obtidos, bem como a comparação com os dados de Supernovas e do satélite Planck estão apresentados na tabela 7.1.

Tabela 7.1 - Comparação entre os resultados do Planck (Ade et al., 2013), *Supernova Cosmology Project* (Suzuki et al., 2012) e este trabalho.

Resultados	<i>Supernova Cosmology Project</i>	Satélite Planck	Este trabalho
Ω_{m0}	$0,272 \pm 0,014$	$0,314 \pm 0,020$	$0,27 \pm 0,02$
$\Omega_{\Lambda0}$	$0,726 \pm 0,014$	$0,686 \pm 0,020$	$0,74 \pm 0,02$
$\Omega_{\alpha0}$	0	0	$-0,01 \pm 0,03$
$\Omega_{v0} = \Omega_{\Lambda0} + \Omega_{\alpha0}$	$0,726 \pm 0,014$	$0,686 \pm 0,020$	$0,73 \pm 0,04$

Naturalmente, o modelo é compatível com $\Omega_{\alpha0} = 0$, ou seja, ele não se afasta muito de Λ CDM padrão. No entanto, para $\Omega_{\alpha0} \neq 0$, a tensão entre os dados de SNe Ia e CMB foi aliviada pois o modelo é plano para os 2 conjuntos de dados e de medida não nula, pois o espaço disponível no plano $\Omega_{m0} - \Omega_{\Lambda0}$ (supondo $\Omega_{\kappa} \equiv 0$) ainda acomoda uma considerável variação dos parâmetros cosmológicos (ver Figura 6.7).

Alguns aspectos desse trabalho deverão ser investigados no futuro próximo, dentre os quais destacamos:

- Uma investigação da tensão Supernova-CMB supondo uma variação mais geral de $\Lambda(t)$ do que a considerada neste trabalho. Por exemplo, para manter o nível de simplicidade da descrição fenomenológica, poderemos considerar uma dependência do tipo: $\Lambda = \Lambda_0 + 3\alpha/a^n$, onde n é um número positivo. A potência n deve afetar consideravelmente vários aspectos do modelo, incluindo o redshift de transição e o melhor ajuste dos parâmetros livres (Ω_{mef0} e $\Omega_{\Lambda0}$).

- Introdução dos bárions. No presente trabalho consideramos uma interação no setor escuro. Isto significa que os bárions são identicamente conservados e portanto dariam um contribuição do tipo $\rho_b = \rho_{b0}(1+z)^3$. Como $\Lambda(t)$ interage apenas no setor escuro, é interessante discutir se a tensão Supernova-CMB seria mais aliviada (ou não) com a introdução dos bárions, para os quais $\Omega_b \sim 0,045$ (Ade et al., 2013).
- Embora resolvendo o problema da idade total do Universo (a idade total prevista não é muito diferente do caso Λ CDM - ver figura 6.5). No entanto, não é claro se o modelo poderia ser compatível com um problema mais restritivo, tal como, o problema da idade em altos redshifts (Alcaniz e Lima, 1999; Alcaniz et al., 2003; Cunha e Santos, 2004). Para esse problema seria interessante também investigar o caso mais geral, isto é, $\Lambda \propto a^{-n}$.

Finalmente, no contexto do presente modelo, nos parece importante também discutir o problema geral de evolução das perturbações para comparar com os dados existentes e futuros. Em particular, os vínculos provenientes da função de crescimento (nos regimes linear e não linear) deveriam ser investigados para verificar se o modelo é fisicamente viável. A princípio, tais resultados deveriam ser analisados conjuntamente com outros testes cosmológicos complementares envolvendo, por exemplo: lentes gravitacionais, dados de raios-X de aglomerados, fontes de radio compactas, efeito Sunyaev-Zel'dovich e objetos velhos em altos redshifts. Uma análise conjunta envolvendo testes independentes e a consequente limitação no espaço de parâmetros, ajudariam a decidir se este cenário com $\Lambda(t)$ poderá se tornar uma alternativa realística para o atual modelo de concordância cósmica (Λ CDM).

Referências Bibliográficas

- Abdel-Rahman A.-M. M., Singularity-Free Decaying-Vacuum Cosmologies, *Physical Review D*, 1992, vol. 45, p. 3497
- Abdussattar Vishwakarma R. G., Some FRW models with variable G and Λ , *Classical and Quantum Gravity*, 1997, vol. 14, p. 945
- Ade P. A. R., et al., Planck 2013 Results. XVI. Cosmological Parameters, arXiv:1303.5076, 2013
- Alcaniz J. S., Lima J. A. S., New Limits on Ω_Λ and Ω_M from Old Galaxies at High Redshift, *The Astrophysical Journal Letters*, 1999, vol. 521, p. L87
- Alcaniz J. S., Lima J. A. S., Interpreting Cosmological Vacuum Decay, *Physical Review D*, 2005, vol. 72, p. 063516
- Alcaniz J. S., Lima J. A. S., Cunha J. V., Cosmological implications of APM 08279+5255, an old quasar at $z = 3.91$, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2003, vol. 340, p. L39
- Alpher R. A., Herman R. C., Evolution of the Universe, *Nature*, 1948, vol. 162, p. 774
- Amanullah R., et al., Spectra and Hubble Space Telescope Light Curves of Six Type Ia Supernovae at $0.511 < z < 1.12$ and the Union2 Compilation, *The Astrophysical Journal*, 2010, vol. 716, p. 712
- Amendola L., Kainulainen K., Marra V., Quartin M., Large-Scale Inhomogeneities May Improve The Cosmic Concordance Of Supernovae, *Physical Review Letters*, 2010, vol. 105, p. 121302

- Anderson L., et al., The clustering of galaxies in the SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: Baryon Acoustic Oscillations in the Data Release 9 Spectroscopic Galaxy Sample, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2013, vol. 428, p. 1036
- Arbab A. I., Cosmological Models with Variable Cosmological and Gravitational Constants and Bulk Viscous Models, *General Relativity and Gravitation*, 1997, vol. 29, p. 61
- Arbab A. I., Abdel-Rahman A. M. M., Nonsingular cosmology with a time-dependent cosmological term, *Physical Review D*, 1994, vol. 50, p. 7725
- Beesham A., Cosmological models with a variable cosmological term and bulk viscous models, *Physical Review D*, 1993, vol. 48, p. 3539
- Beesham A., Bianchi type I cosmological models with variable G and Λ , *General Relativity and Gravitation*, 1994, vol. 26, p. 159
- Bennett C. L., et al., Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Final Maps and Results, *arXiv:1212.5225v2*, 2013
- Bento M. C., Bertolami O., Sen A. A., Generalized Chaplygin Gas, Accelerated Expansion and Dark-Energy-Matter Unification, *Physical Review D*, 2002, vol. 66, p. 043507
- Berman M. S., Cosmological models with a variable cosmological term, *Physical Review D*, 1991, vol. 43, p. 1075
- Berman M. S., Som M. M., Brans-Dicke models with time-dependent cosmological term, *International Journal of Theoretical Physics*, 1990, vol. 29, p. 1411
- Bertolami O., Time-dependent cosmological term, *Nuovo Cimento B*, 1986, vol. 93, p. 36
- Beutler F., et al., The 6dF Galaxy Survey: baryon acoustic oscillations and the local Hubble constant, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2011, vol. 416, p. 3017
- Birkel M., Sarkar S., Nucleosynthesis bounds on a time-varying cosmological constant, *Astroparticle Physics*, 1997, vol. 6, p. 197

- Blake C., et al., The WiggleZ Dark Energy Survey: joint measurements of the expansion and growth history at $z < 1$, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2012, vol. 425, p. 405
- Bondi H., *Cosmology*. 2nd ed. Cambridge University Press, 1968, 182 p.
- Caldera-Cabral G., Maartens R., Ureña-López L. A., Dynamics of Interacting Dark Energy, *Physical Review D*, 2009, vol. 79, p. 063518
- Calvao M. O., Lima J. A. S., Waga I., On the thermodynamics of matter creation in cosmology, *Physics Letters A*, 1992, vol. 162, p. 223
- Calvao M. O., Oliveira H. P., Pavón D., Salim J. M., Dissipative cosmology with decaying vacuum energy, *Physical Review D*, 1992, vol. 45, p. 3869
- Canuto V., Hsieh S. H., Adams P. J., Scale-Covariant Theory of Gravitation and Astrophysical Applications, *Physical Review Letters*, 1977, vol. 39, p. 429
- Carvalho F. C., Alcaniz J. S., Lima J. A. S., Silva R., Scalar-Field Dominated Cosmology with a Transient Acceleration Phase, *Physical Review Letters*, 2006, vol. 97, p. 081301
- Carvalho J. C., Lima J. A. S., Waga I., Cosmological Consequences of a Time-Dependent Λ Term, *Physical Review D*, 1992, vol. 46, p. 2404
- Chaplygin S. A., On Gas Jets, *Sci. Mem. Moscow Univ. Math. Phys.*, 1904, vol. 21, p. 1
- Chen W., Wu Y., Implications Of A Cosmological Constant Varying As R^{-2} , *Physics Letters D*, 1990, vol. 41, p. 695
- Chevallier M., Polarski D., Accelerating Universes With Scaling Dark Matter, *International Journal of Modern Physics D*, 2001, vol. 10, p. 213
- Conley A., et al., Supernova Constraints and Systematic Uncertainties from the First 3 Years of the Supernova Legacy Survey, *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 2011, vol. 192, p. 1
- Cunha J. V., *Testes Cinemáticos em Cosmologias com Decaimento do Vácuo*, Natal: Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2002, Dissertação de Mestrado, 89 p.

- Cunha J. V., Kinematic constraints to the transition redshift from supernovae type Ia union data, *Physical Review D*, 2009, vol. 79, p. 047301
- Cunha J. V., Lima J. A. S., Transition redshift: new kinematic constraints from supernovae, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2008, vol. 390, p. 210
- Cunha J. V., Santos R. C., The Existence of an old quasar at $z = 3.91$ and its implications for $\Lambda(t)$ deflationary cosmologies, *International Journal of Modern Physics D*, 2004, vol. 13, p. 1321
- Davis T. M., et al., Scrutinizing exotic cosmological models using ESSENCE supernova data combined with other cosmological probes, *The Astrophysical Journal*, 2007, vol. 666, p. 716
- de Sitter W., On Einstein's Theory of Gravitation and its Astronomical Consequences, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1917, vol. 78, p. 3
- Demiański M., History of the Cosmological Constant, *Annals of Physics*, 2000, vol. 9, p. 278
- Dev A., Alcaniz J. S., Jain D., Cosmological consequences of a Chaplygin gas dark energy, *Physical Review D*, 2003, vol. 67, p. 023515
- Dodelson S., *Modern Cosmology*. 1st ed. Academic Press, 2003, 440 p.
- Dvali G., Gabadadze G., Porrati M., 4D gravity on a brane in 5D Minkowski space, *Physics Letters B*, 2000, vol. 485, p. 208
- Einstein A., Die Feldgleichung der Gravitation (The Field Equations of Gravitation), *Sitzungsberichte, Königlich Preussische Akademie der Wissenschaften*, 1915, vol. 2, p. 844
- Einstein A., Die Grundlage der Allgemeinen Relativitätstheorie (The Foundation of the General Theory of Relativity), *Annalen der Physik*, 1916, vol. 49, p. 769
- Einstein A., Kosmologische Betrachtungen zur Allgemeinen Relativitätstheorie (Cosmological Considerations in the General Theory of Relativity), *Sitzungsberichte, Königlich Preussische Akademie der Wissenschaften*, 1917, vol. 1, p. 142

- Einstein A., Zum Kosmologischen Problem der Allgemeinen Relativitätstheorie (Cosmological Problem of General Relativity), *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften*, 1931, pp 235–237
- Einstein A., de Sitter W., On the Relation Between the Expansion and the Mean Density of the Universe, *Proceedings of the National Academy of Science*, 1932, vol. 18, p. 213
- Eisenstein D. J., et al., Detection of the Baryon Acoustic Peak in the Large-Scale Correlation Function of SDSS Luminous Red Galaxies, *The Astrophysical Journal*, 2005, vol. 633, p. 560
- Eisenstein D. J., Seo H.-J., White M., On the Robustness of the Acoustic Scale in the Low-Redshift Clustering of Matter, *The Astrophysical Journal*, 2007, vol. 664, p. 660
- Ellis G. F. R., On the Definition of Distance in General Relativity: I. M. H. Etherington (Philosophical Magazine ser. 7, vol. 15, 761 (1933)), *General Relativity and Gravitation*, 2007, vol. 39, p. 1047
- Endo M., Fukui T., The Cosmological Term and a Modified Brans-Dicke Cosmology , *General Relativity and Gravitation*, 1977, vol. 8, p. 833
- Etherington I. M. H., On the Definition of Distance in General Relativity, *Philosophical Magazine ser. 7*, 1933, vol. 15, p. 761
- Freese K., Adams F. C., Frieman J. A., Mottola E., Cosmology with decaying vacuum energy, *Nuclear Physics B*, 1987, vol. 287, p. 797
- Friedmann A., Über die Krümmung des Raumes (On the curvature of space), *Zeitschrift für Physik*, 1922, vol. 10, p. 377
- Friedmann A., Über die Möglichkeit einer Welt mit konstanter negativer Krümmung des Raumes (On the Possibility of a World with Constant Negative Curvature of Space), *Zeitschrift für Physik*, 1924, vol. 21, p. 326
- Gasperini M., Decreasing vacuum temperature: A thermal approach to the cosmological constant problem, *Physics Letters B*, 1987, vol. 194, p. 347
- Grøn O., Repulsive Gravitation and Inflationary Universe Models, *American Journal of Physics*, 1986, vol. 54, p. 46

- Groot S. R., Leeuwen W. A., van Weert C. G., *Relativistic kinetic theory: principles and applications*. 1st ed. North-Holland, 1980, 417 p.
- Guimarães A. C. C., Cunha J. V., Lima J. A. S., *Bayesian Analysis and Constraints on Kinematic Models from Union SNIa*, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2009, vol. 2009, p. 010
- Guimarães A. C. C., Lima J. A. S., *Could the cosmic acceleration be transient? A cosmographic evaluation*, *Classical and Quantum Gravity*, 2011, vol. 28, p. 125026
- Gunzig E., Maartens R., Nesteruk A. V., *Inflationary cosmology and thermodynamics*, *Classical and Quantum Gravity*, 1998, vol. 15, p. 923
- Hinshaw G., et al., *Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Parameter Results*, arXiv:1212.5226v2, 2013
- Hiscock W. A., *Quantum instabilities and the cosmological constant*, *Physics Letters B*, 1986, vol. 166, p. 285
- Holanda J. V., Lima J. A. S., Ribeiro M. B., *Testing the Distance-Duality Relation with Galaxy Clusters and Type Ia Supernovae*, *The Astrophysical Journal Letters*, 2010, vol. 722, p. L233
- Holanda J. V., Lima J. A. S., Ribeiro M. B., *Cosmic distance duality relation and the shape of galaxy clusters*, *Astronomy & Astrophysics*, 2011, vol. 528, p. L14
- Hoyle F., Burbidge G., Narlikar J. V., *On the Hubble constant and the cosmological constant*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1997, vol. 286, p. 173
- Hu W., Sugiyama N., *Small-Scale Cosmological Perturbations: An Analytic Approach*, *The Astrophysical Journal*, 1996, vol. 471, p. 542
- Hubble E. P., *A Relation Between Distance and Radial Velocity Among Extra-Galactic Nebulae*, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 1929, vol. 15, p. 168
- Huterer D., Turner M. S., *Probing dark energy: Methods and strategies*, *Physical Review D*, 2001, vol. 64, p. 123527

- Jesus J. F., Santos R. C., Alcaniz J. S., Lima J. A. S., New Coupled Quintessence Cosmology, *Physical Review D*, 2008, vol. 78, p. 063514
- John M. V., Joseph K. B., A low matter density decaying vacuum cosmology from a complex metric, *Classical and Quantum Gravity*, 1997, vol. 14, p. 1115
- John M. V., Joseph K. B., Generalized Chen-Wu Type Cosmological Model, *Physical Review D*, 2000, vol. 61, p. 087304
- Kalligas D., Wesson P., Everitt C. W. F., Flat FRW models with variable G and Λ , *General Relativity and Gravitation*, 1992, vol. 24, p. 351
- Kalligas D., Wesson P. S., Everitt C. W. F., Bianchi type I cosmological models with variable G and Λ : A comment, *General Relativity and Gravitation*, 1995, vol. 27, p. 645
- Kamenshchik A., Moschella U., Pasquier V., An Alternative to Quintessence, *Physics Letters B*, 2001, vol. 511, p. 265
- Kazanas D., Dynamics of the Universe and Spontaneous Symmetry Breaking, *Astrophysical Journal Letters*, 1980, vol. 241, p. L59
- Kolb E. W., Turner M. S., *The early universe.. 1st ed.* Westview Press, 1990, 592 p.
- Landau L. D., Lifshitz E. M., *Fluid Mechanics. 2nd ed.* Elsevier, 1984, 539 p.
- Lau Y. K., The Large Number Hypothesis and Einstein's Theory of Gravitation , *Australian Journal of Physics*, 1985, vol. 38, p. 547
- Lazkoz R., Majerotto E., Cosmological constraints combining $H(z)$, CMB shift and SNIa observational data, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2007, vol. 2007, p. 015
- Lima J. A. S., Thermodynamics of decaying vacuum cosmologies, *Physical Review D*, 1996, vol. 54, p. 2571
- Lima J. A. S., Alternative dark energy models: an overview, *Brazilian Journal of Physics*, 2004, vol. 34, p. 194
- Lima J. A. S., Alcaniz J. S., Cunha J. V., A simplified approach for Chaplygin-type cosmologies, *Astroparticle Physics*, 2008, vol. 30, p. 196

- Lima J. A. S., Basilakos S., From de Sitter to de Sitter: A New Cosmic Scenario without Dark Energy, arXiv:1106.1938, 2011
- Lima J. A. S., Busti V. C., Santos R. C., Extended Dyer-Roeder Approach Improves the Cosmic Concordance Model, arXiv:1301.5360, 2013
- Lima J. A. S., Calvão M. O., Waga I., *Cosmology, Thermodynamics and Matter Creation*. World Scientific, Singapore, 1990
- Lima J. A. S., Carvalho J. C., Dirac's cosmology with varying cosmological constant, *General Relativity and Gravitation*, 1994, vol. 26, p. 909
- Lima J. A. S., Cunha J. V., Alcaniz J. S., Simplified quartessence cosmology, *Astroparticle Physics*, 2009, vol. 31, p. 233
- Lima J. A. S., Jesus J. F., Oliveira F. A., CDM Accelerating Cosmology as an Alternative to Λ CDM model, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2010, vol. 11, p. 027
- Lima J. A. S., Jesus J. F., Santos R. C., Gill M. S. S., Is the transition redshift a new cosmological number?, arXiv:1205.4688v2, 2012
- Lima J. A. S., Maia J. M. F., Deflationary cosmology with decaying vacuum energy density, *Physical Review D*, 1994, vol. 49, p. 5597
- Lima J. A. S., Silva A. I., Viegas S. M., Is the radiation temperature redshift relation of the standard cosmology in accordance with the data?, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2000, vol. 312, p. 747
- Lima J. A. S., Trodden M., Decaying vacuum energy and deflationary cosmology in open and closed universes, *Physical Review D*, 1996, vol. 53, p. 4280
- Lima J. A. S., Zanchin V., Brandenberger R., On The Newtonian Cosmology equations With Pressure, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1997, vol. 291, p. L1
- Linder E. V., Probing Gravitation, Dark Energy, and Acceleration, *Physical Review D*, 2004, vol. 70, p. 023511

- Lopez J. L., Nanopoulos D. V., A New Cosmological Constant Model, *Modern Physics Letters A*, 1996, vol. 11, p. 1
- McCrea W. H., Milne E. A., Newtonian universes and the curvature of space, *The Quarterly Journal of Mathematics*, 1934, pp 73–80
- Maia M. D., Silva G. S., Geometrical constraints on the cosmological constant, *Phys. Rev. D*, 1994, vol. 50, p. 7233
- Martin J., Everything You Always Wanted to Know About the Cosmological Constant Problem (But Were Afraid to Ask), arXiv:1205.3365v1, 2012
- Matyjasek J., Cosmological models with a time-dependent Λ term, *Physical Review D*, 1995, vol. 51, p. 4154
- Méndez V., Pavón D., Expanding models with a varying cosmological term and bulk stress, *General Relativity and Gravitation*, 1996, vol. 28, p. 679
- Moffat J. W., Lagrangian formulation of a solution to the cosmological constant problem , arXiv:astro-ph/9608202, 1996
- Nishimichi T., et al., Characteristic Scales of Baryon Acoustic Oscillations from Perturbation Theory: Non-linearity and Redshift-Space Distortion Effects, *Publications of the Astronomical Society of Japan*, 2007, vol. 59, p. 1049
- Nobbenhuis S., The Cosmological Constant Problem, an Inspiration for New Physics, arXiv:gr-qc/0609011, 2006
- Olson T. S., Jordan T. F., Ages of the Universe for decreasing cosmological constants, *Physical Review D*, 1987, vol. 35, p. 3258
- Overduin J. M., Cooperstock F. I., Evolution of the Scale Factor With a Variable Cosmological Term, *Physical Review D*, 1998, vol. 58, p. 043506
- Overduin J. M., Wesson P. S., Bowyer S., Constraints on decaying neutrinos from the far ultraviolet extragalactic background light, *Astrophysical Journal*, 1993, vol. 404, p. 460
- Ozer M., Taha M., A Possible Solution To The Main Cosmological Problems, *Physics Letters B*, 1986, vol. 171, p. 363

- Ozer M., Taha M., A Model Of The Universe Free Of Cosmological Problems, Nuclear Physics, 1987, pp 776–796
- Padmanabhan N., Xu X., Eisenstein D. J., Scalzo R., Cuesta A. J., Mehta K. T., Kazin E., A 2 per cent distance to $z = 0.35$ by reconstructing baryon acoustic oscillations I. Methods and application to the Sloan Digital Sky Survey, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2012, vol. 427, p. 2132
- Pavón D., Nonequilibrium Fluctuations in Cosmic Vacuum Decay, Physical Review D, 1991, vol. 43, p. 375
- Peebles P. J. E., Principles of Physical Cosmology. 1st ed. Princeton University Press, 1993, 718 p.
- Penzias A. A., Wilson R. W., A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080Mc/s, The Astrophysical Journal, 1965, vol. 142, p. 419
- Perlmutter S., et al., Measurements of Ω and Λ From 42 High-Redshift Supernovae, The Astrophysical Journal, 1999, vol. 517, p. 565
- Phillips M. M., The absolute magnitudes of Type IA supernovae, The Astrophysical Journal, 1993, vol. 413, p. L105
- Pigozzo C. B. M., Testes de Concordância em Modelos Cosmológicos com Interação no Setor Escuro, Salvador: Universidade Federal da Bahia, 2010, Tese de Doutorado, 96 p.
- Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T., Flannery B. P., Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing. 3rd ed. Cambridge University Press, 2007, 1235 p.
- Prigogine I., Geheniau J., Gunzig E., Nardone P., Thermodynamics and Cosmology, General Relativity and Gravitation, 1989, vol. 21, p. 767
- Rajeev S. G., Why is the cosmological constant small?, Physics Letters B, 1983, vol. 125, p. 144
- Reuter M., Wetterich C., Time evolution of the cosmological constant, Physics Letters B, 1987, vol. 188, p. 38

- Riess S., et al., Observational Evidence From Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant, *The Astronomical Journal*, 1998, vol. 116, p. 1009
- Robertson H. P., Kinematics and World Structure, *Astrophysical Journal*, 1935, vol. 82, p. 284
- Rubin V. C., Burstein D., Ford W. K., Thonnard N., Rotation Velocities of 16 Sa Galaxies and a Comparison of Sa, Sb, and Sc Rotation Properties, *Astrophysical Journal*, 1985, vol. 289, p. 81
- Rubin V. C., Ford W. K., Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions, *Astrophysical Journal*, 1970, vol. 159, p. 379
- Sakurai J. J., *Modern Quantum Mechanics*. 1st ed. Addison Wesley, 1993, 500 p.
- Salim J. M., Waga I., Thermodynamic constraints on a time-dependent Lambda model (cosmology), *Classical and Quantum Gravity*, 1993, vol. 10, p. 1767
- Sandvik H. B., Tegmark M., Zaldarriaga M., The end of unified dark matter?, *Physical Review D*, 2004, vol. 69, p. 123524
- Schrödinger E., The Proper Vibrations of the Expanding Universe, *Physica*, 1939, vol. 6, p. 899
- Shafieloo A., Sahni V., Starobinsky A., Is cosmic acceleration slowing down?, *Physical Review D*, 2009, vol. 80, p. 101301
- Silveira V., Waga I., Decaying Λ cosmologies and power spectrum, *Physical Review D*, 1994, vol. 50, p. 4890
- Silveira V., Waga I., Cosmological properties of a class of Λ decaying cosmologies, *Physical Review D*, 1997, vol. 56, p. 4625
- Sistero R. F., Cosmology with G and Λ coupling scalars, *General Relativity and Gravitation*, 1991, vol. 23, p. 1265
- Smoot G. F., Scott D., The Cosmic Background Radiation, arXiv:9603157, 1996
- Sotiriou T. P., Faraoni V., $f(R)$ theories of gravity, *Reviews of Modern Physics*, 2010, vol. 82, p. 451

- Spindel P., Brout R., Entropy production from vacuum decay, *Physics Letters B*, 1994, vol. 320, p. 241
- Straumann N., The History of the Cosmological Constant Problem, arXiv:gr-qc/0208027, 2002
- Suzuki N., et al., The Hubble Space Telescope Cluster Supernova Survey: V. Improving the Dark Energy Constraints Above $z > 1$ and Building an Early-Type-Hosted Supernova Sample, *The Astrophysical Journal*, 2012, vol. 746, p. 1
- Torres L. F. B., Waga I., Decaying lambda cosmologies and statistical properties of gravitational lenses, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1996, vol. 279, p. 712
- Turner M. S., Riess A. G., Do Type Ia Supernovae Provide Direct Evidence For Past Deceleration of the Universe?, *The Astrophysical Journal*, 2002, vol. 569, p. 18
- Vargas C. Z., Hipólito-Ricaldi W. S., Zimdahl W., Perturbations for Transient Acceleration, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2012, vol. 32, p. 1
- Visser M., Cosmography: Cosmology without the Einstein equations, *General Relativity and Gravitation*, 2004, vol. 37, p. 1541
- Waga I., Decaying vacuum flat cosmological models: Expressions for some observable quantities and their properties, *Astrophysical Journal*, 1993, vol. 414, p. 436
- Walker A. G., On Milne's Theory of World Structure, *Proceedings of the London Mathematical Society*, Series 2, 1936, vol. 42, p. 90
- Wang P., Meng X., Can Vacuum Decay in our Universe, *Classical and Quantum Gravity*, 2005, vol. 22, p. 283
- Weinberg S., *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity*. 1st ed. John Wiley & Sons, 1972, 657 p.
- Weinberg S., The Cosmological Constant Problem, *Reviews of Modern Physics*, 1989, vol. 61, p. 1
- Weinberg S., *Cosmology*. Oxford University Press, 2008, 593 p.

-
- Wetterich C., The Cosmon model for an asymptotically vanishing time dependent cosmological constant, *Astronomy & Astrophysics*, 1995, vol. 301, p. 321
- Zimdahl W., Dark Energy: A Unifying View, *International Journal of Modern Physics D*, 2008, vol. 17, p. 651
- Zimdahl W., Models of Interacting Dark Energy, arXiv:astro-ph/1204.5892, 2012
- Zwicky F., Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln (The redshift of Extragalactic Nebulae), *Helvetica Physica Acta*, 1933, vol. 6, p. 110