

PETRE CANDELERO GRISCENCO

INVERSÃO DE ATRIBUTOS SÍSMICOS PARA CARACTERIZAÇÃO E  
MONITORAMENTO DE RESERVATÓRIOS

São Paulo

2015

Versão Corrigida. O original encontra-se disponível na Unidade.

PETRE CANDELERO GRISCENCO

INVERSÃO DE ATRIBUTOS SÍSMICOS PARA CARACTERIZAÇÃO E  
MONITORAMENTO DE RESERVATÓRIOS

Dissertação apresentada ao Instituto de Astro-  
nomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da  
Universidade de São Paulo para obtenção do  
título de Mestre em Ciências

São Paulo  
2015

PETRE CANDELERO GRISCENCO

INVERSÃO DE ATRIBUTOS SÍSMICOS PARA CARACTERIZAÇÃO E  
MONITORAMENTO DE RESERVATÓRIOS

Dissertação apresentada ao Instituto de Astro-  
nomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da  
Universidade de São Paulo para obtenção do  
título de Mestre em Ciências

Área de concentração:  
Geofísica Aplicada

Orientadora:  
Liliana Alcazar Diogo

São Paulo  
2015

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus. Agradeço também ao meu pai Paulo e a minha mãe Edna, por todas as oportunidades e por todo o apoio, imensuráveis ao longo dos meus estudos e de toda minha vida, a eles dedico essa dissertação. Aos meus irmãos, Yuri e Erick, pela amizade, exemplos e conselhos, mas principalmente pela oportunidade de compartilharmos uma vida. À Milena por tudo o que ela é e será. Aos amigos de graduação e pós-graduação, Gabriel, Thaenan, João, Paulo, André, Bruno, Lucas e Henrique, pelo companheirismo, amizade e conhecimento compartilhado nas várias discussões, úteis ou inúteis.

À Professora Liliana Alcazar Diogo, pela oportunidade, orientação e discussões. Aos colegas de corredor, aos professores, em especial ao Professor Renato, e a todo o pessoal do Departamento por providenciarem um ótimo ambiente de estudo e trabalho.

E finalmente à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa concedida.

## RESUMO

Este trabalho tem como objetivo implementar uma inversão sísmica quantitativa e não linear para investigar a relação entre as propriedades petrofísicas de um reservatório de hidrocarbonetos com os seus atributos sísmicos. Utilizando dados sísmicos sintéticos, foi invertido o coeficiente de reflexão da onda P ( $R_{PP}$ ) no topo de um modelo de reservatório com o objetivo de recuperar os parâmetros de velocidade da onda P, da onda S e a densidade na camada reservatório considerada ( $V_P$ ,  $V_S$  e  $\rho$  respectivamente), para tal foi empregada a equação exata de Zoeppritz. Também agregou-se informação da inversão do tempo de trânsito duplo da reflexão normal ( $t_0$ ) na base do reservatório e da inversão da distância crítica ( $x_c$ ) no topo do reservatório objetivando-se uma melhora na estimativa de  $V_P$  e conseqüente melhora na estimativa conjunta dos 3 parâmetros ( $V_P$ ,  $V_S$ ,  $\rho$ ). Foram realizados testes quanto à composição da Função Objetivo envolvendo mais do que um atributo sísmico e da influência da inclusão de diferentes faixas de ângulos dos coeficientes de reflexão na inversão. Além disso, foram desenvolvidas análises referentes à performance do algoritmo de inversão, elaborado a partir de uma implementação do Algoritmo Genético, e foi avaliado como erros na estimativa de alguns dos parâmetros da camada selante assumidos como conhecidos influencia no desempenho da inversão. Por fim, utilizando a teoria de Gassmann, foi verificada a viabilidade da recuperação da variação da saturação de óleo no reservatório em diferentes cenários de porosidade com o intuito de monitorar a produção do reservatório.

A incorporação do atributo da distância crítica junto com a informação dos coeficientes de reflexão mostrou resultados promissores, mas são necessários novos testes para recomendar o seu uso em dados reais. A faixa de ângulos abrangendo a região do ângulo crítico ofereceu maior sensibilidade e melhores resultados na inversão. Os reservatórios mais porosos são menos suscetíveis a existência de erros nos parâmetros da camada selante. A recuperação da saturação de óleo só foi possível na situação ideal; pequenas variações nos parâmetros invertidos foram amplificadas fortemente na determinação da saturação, o que reforça a importância da realização de estudos numéricos controlados para a inversão de parâmetros físicos da rocha, com o intuito de avaliar quais fatores exercem maior influência na imprecisão nos resultados.

Palavras-chave: Sísmica 4D. Inversão Sísmica. Petrofísica. Geofísica Aplicada. Sísmica Time-Lapse.

## ABSTRACT

This work aims to implement a quantitative and nonlinear seismic inversion to investigate the relationship between the petrophysical properties of a hydrocarbon reservoir and its seismic attributes. Using synthetic seismic data, the P wave reflection coefficient ( $R_{PP}$ ) on the top of a reservoir model was inverted using the exact Zoeppritz equation. The parameters to be estimated were the P-wave and S-wave velocities and the density of the reservoir layer ( $V_P$ ,  $V_S$  e  $\rho$  respectively). It was also added information in inversion of the two-way-traveltime reflection ( $t_0$ ) on the bottom of the reservoir and of the critical distance ( $x_c$ ) on the top of the reservoir in order to improve the estimation of  $V_P$  and consequently improve the joint estimation of the 3 parameters ( $V_P$ ,  $V_S$ ,  $\rho$ ). Some tests were conducted about the composition of the Objective Function for more than one seismic attribute, and about the influence of using different ranges of incident angles in reflection coefficient inversion. It was also analyzed the performance of the inversion algorithm, which was based on an implementation of the genetic algorithm. In addition, it was evaluated how errors in some cap rock estimated parameters, which were assumed to be known, influences the inversion results. Finally, using the Gassmann theory, the feasibility of recovering the oil saturation variation in the reservoir for different porosity scenarios was verified in order to monitor reservoir's production.

The incorporation of the critical distance attribute along with the information of the reflection coefficients showed promising results, but it needs further tests to recommend its use on real data. The range of angles including the critical angle region showed higher sensitivity and better results in inversion. The more porous reservoirs was less susceptible to the errors in the cap rock parameters. The recovery of oil saturation was only possible in the ideal situation; small variations in the inverted parameters were strongly amplified in determining the saturation, which reinforces the importance of carrying out controlled numerical studies for the inversion of the physical parameters of the rock, in order to assess which factors have more influence in the inaccuracy of the results.

Keywords: 4D Seismic. Seismic Inversion. Rock Physics. Applied Geophysics. Time Lapse Seismic

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Meio poroso saturado e seus diferentes constituintes. . . . .	16
Figura 2	Módulos de bulk efetivos de uma mistura entre 2 fases utilizando as médias de Voigt e de Reuss. (Adaptado de (MAVKO; MUKERJI; DVORKIN, 2009)) . . . . .	19
Figura 3	Partição da energia do campo de onda na interface entre os meios. . .	23
Figura 4	Tempos de chegada para um refletor horizontal. . . . .	25
Figura 5	Modelo geométrico do reservatório a ser monitorado. . . . .	26
Figura 6	Variação da distância crítica em função da velocidade na camada reservatório. (Adaptado de (RODRÍGUEZ, 2013)) . . . . .	27
Figura 7	Esquemática do problema direto. . . . .	28
Figura 8	Esquemática do problema inverso. . . . .	28
Figura 9	Esquemática do uso da $F_{OBJ}$ . . . . .	29
Figura 10	Esquema do modelo de reservatório. . . . .	33
Figura 11	Velocidade da onda P em função da saturação para diferentes $\phi$ 's. . .	34
Figura 12	Velocidade da onda S em função da saturação para diferentes $\phi$ 's. . .	35
Figura 13	Densidade em função da saturação para diferentes $\phi$ 's. . . . .	35
Figura 14	Dados gerados - Coeficientes de Reflexão ( $R_{PP}$ ) em função do ângulo de incidência ( $\theta$ ), distância crítica de refração ( $x_c$ ) e tempo normal de reflexão ( $t_0$ ) - para os parâmetros de controle (Tabela 3) nos dois cenários de porosidade. . . . .	37
Figura 15	Análises dos resultados da inversão - $\phi = 5\%$ (ver texto). . . . .	41
Figura 16	Análises dos resultados da inversão - $\phi = 20\%$ (ver texto). . . . .	42
Figura 17	Dados da Figura 14 com adição de ruído. . . . .	43
Figura 18	Soluções da inversão para os dados sintéticos com ruído. . . . .	45
Figura 19	Faixas de ângulos consideradas para a inversão no modelo $\phi = 5\%$ . . .	51
Figura 20	Faixas de ângulos consideradas para a inversão no modelo $\phi = 20\%$ . .	52
Figura 21	Velocidade da onda P em função da saturação em detalhe. . . . .	54

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Valores do modelo de reservatório: parâmetros elásticos (módulos de bulk e de cisalhamento e densidades) e profundidades do topo ( $h_t$ ) e da base ( $h_b$ ). . . . .	32
Tabela 2	Valores do folhelho selante: velocidades das ondas P e S e densidade. . . . .	33
Tabela 3	Parâmetros de controle para os dois cenários de porosidade. . . . .	38
Tabela 4	Cenários de execução do algoritmo de inversão ( $I$ ) e resultados dos critérios adotados para a análise de performance da inversão. (ver texto) . . . . .	39
Tabela 5	Resultados das análises de performance para as inversões a partir de dados ruidosos. . . . .	44
Tabela 6	Análises da composição da $F_{OBJ}$ a partir de dados ideais: erro mínimo encontrado durante a execução do Algoritmo de Inversão ( $I$ ). . . . .	48
Tabela 7	Contribuição de cada componente do erro na composição total de $\epsilon$ para cada $F_{OBJ}$ a partir de dados ruidosos. . . . .	49
Tabela 8	Contribuição de cada componente do erro na composição total de $\epsilon$ para cada $F_{OBJ}$ a partir de dados ruidosos apenas no atributo de amplitude. . . . .	50
Tabela 9	Contribuição de cada componente do erro na composição total de $\epsilon$ para cada $R_{PP}$ na inversão das amplitudes em diferentes faixas de ângulos. . . . .	52
Tabela 10	Influência, na recuperação dos parâmetros do reservatório, de erros na estimativa prévia de cada parâmetro da camada selante. . . . .	53
Tabela 11	Variações de saturação no reservatório. . . . .	56
Tabela 12	Resultados das recuperações da variação de saturação ( $\Delta S_1$ ), onde os índices " $i$ " e " $f$ " referem-se, respectivamente, aos estados inicial e final; e $\epsilon_S$ corresponde ao erro (dado pela equação 30) nos resultados da inversão. . . . .	56
Tabela 13	Resultados das recuperações da variação de saturação ( $\Delta S_2$ ), onde os índices " $i$ " e " $f$ " referem-se, respectivamente, aos estados inicial e final; e $\epsilon_S$ corresponde ao erro (dado pela equação 30) nos resultados da inversão. . . . .	57

Tabela 14	Resultados das recuperações da variação de saturação ( $\Delta S_3$ ), onde os índices "i" e "f" referem-se, respectivamente, aos estados inicial e final; e $\epsilon_S$ corresponde ao erro (dado pela equação 30) nos resultados da inversão. . . . .	57
-----------	--	----

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

<i>GA</i>	Algoritmo Genético (Genetic Algorithm)
<i>I</i>	Algoritmo de Inversão
M-R	Média de Reuss
M-V	Média de Voigt
M-VRH	Média de Voigt-Reuss-Hill

## LISTA DE SÍMBOLOS

$V_P$	Velocidade da onda compressional
$V_S$	Velocidade da onda cisalhante
$\rho$	Densidade
$K$	Módulo de bulk
$\mu$	Módulo de cisalhamento
$\phi$	Porosidade
$S$	Saturação de óleo na rocha reservatório
$Z$	Impedância acústica
$EI$	Impedância elástica
$R_{PP}$	Coeficiente de reflexão da onda PP
$t_0$	Tempo normal de reflexão
$x_c$	Distância crítica
$h_t$	Profundidade até o topo do reservatório
$h_b$	Profundidade até a base do reservatório

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	12
<b>2 FÍSICA DE ROCHAS</b>	15
2.1 MEIOS POROSOS E PARÂMETROS ELÁSTICOS	16
2.1.1 Média de Voigt	17
2.1.2 Média de Reuss	17
2.1.3 Média de Voigt-Reuss-Hill	18
2.2 EQUAÇÕES DE GASSMANN	19
2.2.1 Módulos elásticos da rocha seca	20
2.2.2 Módulo de bulk do fluido saturante	21
2.2.3 Densidades	21
<b>3 ATRIBUTOS SÍSMICOS</b>	22
3.1 AMPLITUDE	22
3.2 TEMPOS DE CHEGADA	24
3.3 DISTÂNCIA CRÍTICA	26
<b>4 O PROBLEMA DE INVERSÃO EM GEOFÍSICA</b>	28
4.1 PROBLEMA DIRETO E PROBLEMA INVERSO	28
4.2 FUNÇÃO OBJETIVO E O PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO	29
4.3 ALGORITMO GENÉTICO E ESTRATÉGIA DE INVERSÃO	30
<b>5 MODELO E GERAÇÃO DE DADOS</b>	32
5.1 MODELO	32
5.2 GERAÇÃO DE DADOS	33
<b>6 ANÁLISES E RESULTADOS</b>	36
6.1 PERFORMANCE DO ALGORITMO DE INVERSÃO	36
6.2 ANÁLISE DA COMPOSIÇÃO DAS FUNÇÕES OBJETIVO	46
6.3 ANÁLISES PARA FAIXAS DISTINTAS DE ÂNGULOS	51
6.4 ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DE ERROS NOS PARÂMETROS ASSUMIDOS COMO CONHECIDOS	53
6.5 SENSIBILIDADE DO ALGORITMO À VARIAÇÕES DE SATURAÇÃO	54
<b>7 CONCLUSÕES</b>	59
Referências	62

# 1 INTRODUÇÃO

Tradicionalmente, na indústria de óleo e gás, a Geofísica sempre desempenhou papel fundamental na exploração de novos campos de hidrocarbonetos através do uso do método sísmico. Nas últimas décadas, entretanto, vem crescendo o uso do método sísmico na parte pós-exploratória, no desenvolvimento dos campos, principalmente na caracterização e no monitoramento de campos já em fase de produção através da chamada "Sísmica 4D" ou "Sísmica time-lapse".

O método utilizado pela Sísmica 4D consiste em se efetuar aquisições sísmicas (2D ou 3D) em diferentes momentos da vida do reservatório e comparar as aquisições buscando pelas diferenças entre elas. Deve-se, entretanto, buscar apenas as diferenças provenientes de variações petrofísicas dentro do reservatório e não diferenças decorrentes do fato de que as aquisições foram tomadas em momentos diferentes com condições diferentes. Para vencer esse problema são utilizadas diversas técnicas para aumentar a repetibilidade entre as aquisições sísmicas e critérios para avaliar numericamente a repetibilidade dos dados.

As primeiras inversões 4D apresentavam caráter qualitativo, eram utilizadas como uma ferramenta de auxílio no desenvolvimento dos campos. Nos últimos anos cada vez mais avança-se no sentido de tornar a sísmica 4D mais quantitativa e ela tem papel cada vez mais central no desenvolvimento dos campos. (GROCHAU et al., 2013)

Diversos casos de sucesso do uso de sísmica 4D em dados reais já foram observados (MACBETH; FLORICICH; SOLDI, 2006; THORE; HUBANS, 2012; VEIRE; BORGOS; LANDRØ, 2006), entretanto a grande maioria desses casos de sucesso ocorre em reservatórios areníticos menos rígidos e mais porosos, poucos são os casos de sucesso em reservatórios mais rígidos e menos porosos.

A maioria dos trabalhos que utilizam a informação das amplitudes das reflexões sísmicas para estudos 4D, assim como nas análises AVO convencionais, empregam aproximações para as relações que descrevem a partição de energia do campo de onda nas interfaces em subsuperfície (AKI; RICHARDS, 1980; CASTAGNA; BACKUS, 1993). Essas aproximações são válidas para ângulos de incidência abaixo do ângulo crítico, região em que o coeficiente de reflexão apresenta menor sensibilidade para as variações da impedância das camadas. A equação de Zoeppritz para o coeficiente de reflexão permitiria incorporar a informação da onda refletida em grandes ângulos de incidência, principalmente ao redor do ângulo crítico, aonde a sensibilidade às variações de impedância do meio é maior (LANDRØ et al., 2004; DICEZARE; DIOGO, 2013).

Ao se estudar reservatórios mais rígidos e menos porosos, é usual que a impedância acústica do reservatório seja maior do que a da rocha selante. Nesses casos, existe o ângulo crítico

de incidência na interface, e além das variações das amplitudes refletidas devido às mudanças relativas da produção do reservatório, também pode-se procurar extrair informação sobre as mudanças de velocidade da onda P na rocha reservatório, a partir da variação da distância crítica de refração (afastamento fonte-receptor associado ao ângulo crítico de incidência na interface). Em geral, a onda refletida apresenta amplitude máxima quando incide na interface com ângulo crítico. Desta forma é possível identificar a posição da reflexão crítica.

O primeiro trabalho a sugerir o monitoramento das variações da distância crítica para averiguação das mudanças de velocidade no reservatório foi o de Landrø et al. (2004). Os autores destacam o fato de que pequenas variações da velocidade geram variações bem maiores no valor da distância crítica.

Para tornar a Sísmica 4D mais quantitativa é imperativo estabelecer a relação teórica entre os atributos sísmicos e as características petrofísicas do reservatório (condições *in-situ* do reservatório) como, por exemplo: saturação de óleo, pressão, temperatura, etc. Neste trabalho, será dada atenção apenas às variações de saturação de fluidos durante a produção. O método mais efetivo e mais utilizado para calcular o efeito da substituição de fluidos nas propriedades sísmicas baseia-se na teoria desenvolvida por Gassmann (1955).

Neste trabalho foi investigado o problema de inversão não linear das amplitudes refletidas no topo do reservatório com o objetivo de recuperar os parâmetros de velocidade da onda P, da onda S e a densidade na camada reservatório ( $V_P$ ,  $V_S$  e  $\rho$  respectivamente). Também agregou-se informação da inversão do tempo de trânsito duplo da reflexão normal ( $t_0$ ) na base do reservatório e da inversão da distância crítica ( $x_c$ ) no topo do reservatório com o objetivo de uma possível melhora na estimativa de  $V_P$  e conseqüente melhora na estimativa conjunta dos 3 parâmetros ( $V_P$ ,  $V_S$ ,  $\rho$ ). Ao introduzir-se a inversão do atributo distância crítica, procura-se obter benefício ao considerar reservatórios mais rígidos e utilizar a maior sensibilidade à pequenas variações na velocidade da onda P dentro do reservatório, como explorado por Landrø et al. (2004).

O algoritmo de inversão utilizado foi desenvolvido a partir de uma implementação do Algoritmo Genético, que utiliza conceitos da biologia evolutiva para a resolução do problema de otimização obtido ao efetuar-se a inversão dos atributos sísmicos.

Foi considerada uma situação simplificada do modelo de reservatório para o desenvolvimento de análises da viabilidade e sensibilidade do processo de inversão visando a extração dos parâmetros da rocha reservatório ( $V_P$ ,  $V_S$ ,  $\rho$ ) com o intuito final de obter-se a saturação de óleo  $S$  na rocha reservatório.

A partir do modelo de reservatório considerado, foram estudados diversos cenários de configuração do algoritmo e de formulação do problema de otimização para o estudo da performance da inversão sísmica dos parâmetros do reservatório. Ao longo do trabalho foram abordados

como os seguintes fatores influenciam na performance e no resultado da inversão:

- Diferentes configurações iniciais de parâmetros de controle do algoritmo de inversão;
- Diferentes composições da Função Objetivo utilizando os 3 atributos sísmicos invertidos;
- Influência da introdução de diferentes faixas de ângulos (uma com ângulos correspondentes a afastamentos curtos, outra correspondente até afastamentos intermediários e outra correspondente até afastamentos longos) dos valores de amplitudes considerados para a inversão.

A presença de ruído e a influência de erros nos parâmetros assumidos como conhecidos também foram avaliados no resultado final da recuperação dos parâmetros da inversão.

Ao final do trabalho, abordou-se o conceito de monitoramento do reservatório utilizando a seguinte lógica: foram considerados dois momentos distintos de sua vida produtiva, para cada um deles foi efetuada uma inversão sísmica recuperando as propriedades do reservatório ( $V_P$ ,  $V_S$ ,  $\rho$ ). Utilizando a equação de Gassmann e alguns conceitos de Física das Rochas, foi desenvolvida uma conexão entre as propriedades invertidas e a saturação de óleo no reservatório considerado em cada um desses momentos. A viabilidade desse método foi analisada com o intuito de monitorar o reservatório.

Os conceitos teóricos necessários ao entendimento do problema estudado, são abordados ao longo dos capítulos 2, 3 e 4 da dissertação. No capítulo 2 são abordados conceitos de Física de Rochas e apresentada a equação de Gassmann; já no capítulo 3 apresenta-se com mais detalhe os atributos sísmicos a serem invertidos; no quarto capítulo o problema da inversão sísmica em Geofísica é apresentado.

Nos capítulos 5 e 6 são apresentados o modelo de reservatório considerado, os resultados obtidos e as análises efetuadas.

## 2 FÍSICA DE ROCHAS

Ao se estudar mudanças dinâmicas no reservatório (saturação, pressão, temperatura) decorrentes de sua produção utilizando dados sísmicos, é de fundamental importância estabelecer uma firme conexão entre os dados sísmicos e as propriedades petrofísicas do reservatório. Essa conexão pode ser estabelecida através da teoria da Física de Rochas.

Para utilizar a teoria de Física de Rochas de forma mais quantitativa é fundamental que também sejam estabelecidas algumas relações empíricas calibradas *in situ* com dados de poço e de produção especificamente para cada campo.

A influência da substituição de fluidos no comportamento dos módulos elásticos de um meio poroso é comumente investigada utilizando a equação de Gassmann (GASSMANN, 1951). A teoria de Gassmann é bem estabelecida e muitos autores (BATZLE; WANG, 1992; BERRYMAN, 1999; WANG, 2001; RUSSELL et al., 2003; HAN; BATZLE, 2004) têm discutido as formulações e limitações da substituição de fluidos de Gassmann.

Na substituição de fluido relacionam-se as propriedades elásticas da rocha com seu espaço poroso preenchido por determinado fluido (por exemplo, óleo) com as novas propriedades elásticas que a rocha teria caso seus poros estivessem preenchidos por um fluido diferente (por exemplo, uma mistura água-óleo). O objetivo é relacionar a velocidade extraída da sísmica em uma determinada condição petrofísica do reservatório (por exemplo: pressão, temperatura, porosidade, tipo mineral) com as variações de seus módulos elásticos.

A teoria da elasticidade relaciona os módulos elásticos de um meio homogêneo e isotrópico com as velocidades de propagação das ondas de corpo P (primárias, ou compressionais, ou longitudinais) e S (secundárias, ou cisalhantes, ou transversais) através de:

$$V_P = \sqrt{\frac{K + (4/3)\mu}{\rho}} \quad (1)$$

$$V_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (2)$$

onde  $K$ ,  $\mu$  e  $\rho$  são respectivamente o módulo de bulk, o módulo de cisalhamento e a densidade do meio em que se propaga a onda.

Uma rápida análise nas equações acima mostra que ao se obter as velocidades e as densidades de informações extraídas da sísmica como, por exemplo, de uma inversão sísmica, podemos encontrar o valor dos módulos elásticos e então estabelecer uma conexão com parâmetros petrofísicos da rocha reservatório através das equações de Gassmann.

## 2.1 MEIOS POROSOS E PARÂMETROS ELÁSTICOS

As equações 1 e 2 são derivadas pelas teorias de propagação de ondas e da elasticidade, relacionando tensões e deformações dos meios. Considere-se uma rocha porosa, como um arenito, saturada por um fluido. Devido a diferenças nas propriedades elásticas de cada um dos constituintes do meio, uma onda propagando-se através dele faz com que o fluido, os grãos e o esqueleto rochoso sejam submetidos a diferentes graus de deformação.

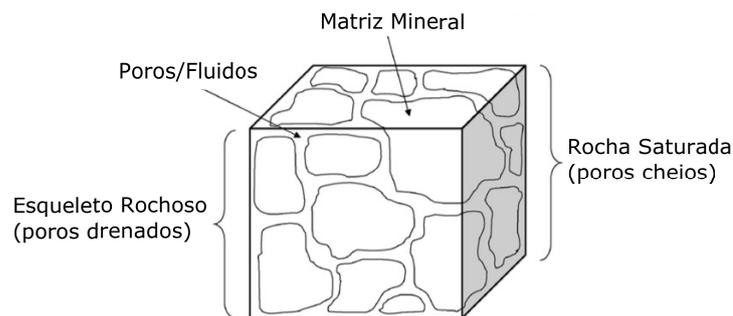


Figura 1 - Meio poroso saturado e seus diferentes constituintes.

Nessas condições é interessante estimar um módulo elástico efetivo desse meio, considerando de alguma maneira os módulos elásticos de todos os seus constituintes. Diversos esforços tem sido empregados nesse tipo de análise e várias teorias de meio efetivo atualmente são consideradas para contornar esse problema (MAVKO; MUKERJI; DVORKIN, 2009). A maioria dos modelos propostos na literatura empenham-se em descrever teoricamente o módulo elástico efetivo considerando:

1. A fração do volume de cada uma das fases constituintes,
2. O módulo elástico de cada uma das fases constituintes,
3. A disposição geométrica de como as fases constituintes do meio se relacionam entre si.

Entretanto, na prática, a situação de incluir as informações geométricas a respeito da constituição do meio no modelo teórico, dificilmente é solucionada de maneira adequada. A maioria das tentativas é direcionada no sentido de simplificação e aproximação dessa geometria e ao fazê-lo os modelos perdem sua generalidade e previsibilidade tornando-se específicos para as geometrias incorporadas.

Uma abordagem muito interessante e útil é considerar apenas a fração volumétrica de cada uma das fases e seus respectivos módulos elásticos. Na literatura, de maneira geral, consideram-se três tipos de médias: Voigt, Reuss e Voigt-Reuss-Hill. Cada uma dessas médias

delineia limites para os módulos elásticos efetivos do meio e associa os módulos elásticos de cada uma das fases constituintes de maneira diferente, considerando-se a Lei de Hooke da teoria da elasticidade:

$$\tau = M\epsilon \quad (3)$$

onde  $\tau$  é o esforço aplicado a um meio,  $\epsilon$  é a deformação decorrente do esforço e  $M$  é o módulo elástico do meio que pode ser tanto o módulo de bulk quanto o de cisalhamento.

### 2.1.1 Média de Voigt

A Média de Voigt (M-V) considera que o meio é submetido a um esforço  $\tau$  qualquer de maneira que todos os seus constituintes sejam submetidos a mesma deformação  $\epsilon$ . Nesse cenário, na Lei de Hooke considera-se o  $i$ -ésimo elemento que compõe o material contribuindo para o esforço total com  $(M_i\epsilon)$  ponderado pela sua fração  $f_i$  do meio:

$$\tau = f_1(M_1\epsilon) + f_2(M_2\epsilon) + \dots + f_n(M_n\epsilon)$$

$$\tau = (f_1M_1)\epsilon + (f_2M_2)\epsilon + \dots + (f_nM_n)\epsilon$$

$$\tau = \sum_{i=1}^n (f_iM_i)\epsilon = M_V\epsilon$$

portanto o meio composto por  $n$  elementos tem seu módulo elástico efetivo dado pela média de Voigt  $M_V$ :

$$M_V = \sum_{i=1}^n (f_iM_i) \quad (4)$$

A média de Voigt conduz aos maiores valores teóricos possíveis do módulo elástico efetivo do meio e, portanto, é conhecida também como *limite superior de Voigt*. Entretanto, a média de Voigt dificilmente representa sistemas físicos reais pois eles nunca podem ser tão incompressíveis quanto ela prevê (exceto quando existe apenas uma fase no sistema).

### 2.1.2 Média de Reuss

Na Média de Reuss (M-R) considera-se que todos os elementos são submetidos ao mesmo esforço, ao invés da mesma deformação como na média de Voigt. Novamente considerando-se a lei de Hooke, tem-se que o  $i$ -ésimo elemento constituinte do material contribui para a deformação total do meio com uma deformação  $\left(\frac{\tau}{M_i}\right)$  ponderada pela fração  $f_i$  de cada elemento que constitui o meio. De modo que:

$$\epsilon = f_1 \left( \frac{\tau}{M_1} \right) + f_2 \left( \frac{\tau}{M_2} \right) + \dots + f_n \left( \frac{\tau}{M_n} \right)$$

$$\epsilon = \left(\frac{f_1}{M_1}\right)\tau + \left(\frac{f_2}{M_2}\right)\tau + \dots + \left(\frac{f_n}{M_n}\right)\tau$$

$$\epsilon = \sum_{i=1}^n \left(\frac{f_i}{M_i}\right)\tau = \frac{\tau}{M_R}$$

Assim o meio composto por  $n$  elementos tem seu módulo elástico efetivo dado pela média de Reuss  $M_R$ :

$$M_R = \left(\sum_{i=1}^n \left(\frac{f_i}{M_i}\right)\right)^{-1} \quad (5)$$

A média de Reuss conduz aos menores valores teóricos do módulo elástico efetivo do meio, sendo assim o *limite inferior*. Ela descreve exatamente um sistema no qual todas as fases são submetidas ao mesmo esforço como por exemplo, grãos sólidos estão em suspensão num fluido, uma mistura de gases ou de fluidos.

### 2.1.3 Média de Voigt-Reuss-Hill

A Média de Voigt-Reuss-Hill (M-VRH) é definida como uma simples média aritmética das médias de Voigt e de Reuss:

$$M_{VRH} = \frac{1}{2}(M_V + M_R)$$

$$M_{VRH} = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^n (f_i M_i) + \left( \sum_{i=1}^n \left( \frac{f_i}{M_i} \right) \right)^{-1} \right) \quad (6)$$

A média de Voigt-Reuss-Hill é usada quando faz-se necessário estimar o módulo elástico efetivo do meio ao invés de se obter uma faixa de valores, sendo um resultado estritamente heurístico. Na Figura 2 compara-se a aplicação das médias de Voigt e Reuss para a obtenção de um módulo de bulk efetivo  $K_{eff}$  em um sistema de duas fases, uma com módulo de bulk  $K_1$  e outra com módulo de bulk  $K_2$ ; a média de Voigt-Reuss-Hill, obviamente, encontraria-se entre as duas curvas apresentadas.

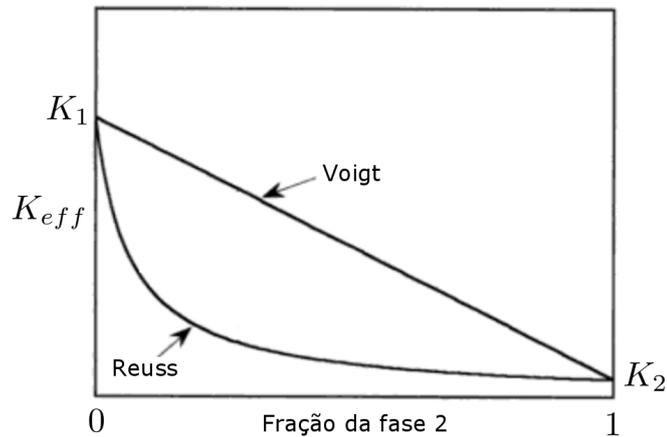


Figura 2 - Módulos de bulk efetivos de uma mistura entre 2 fases utilizando as médias de Voigt e de Reuss. (Adaptado de (MAVKO; MUKERJI; DVORKIN, 2009))

## 2.2 EQUAÇÕES DE GASSMANN

As equações de Gassmann relacionam o módulo de bulk de uma rocha, com as propriedades da sua estrutura (matriz mineral e porosidade) e da dos fluidos contidos em seus poros. O módulo de bulk de uma rocha saturada é dado segundo a teoria de Gassmann (GASSMANN, 1951; HAN; BATZLE, 2004) por:

$$K_{sat} = K_d + \frac{K_0(1 - K_d/K_0)^2}{1 - \phi - K_d/K_0 + \phi K_0/K_{fl}} \quad (7)$$

onde  $K_{sat}$ ,  $K_d$ ,  $K_0$ ,  $K_{fl}$  são, respectivamente, o módulo de bulk da rocha saturada, do esqueleto rochoso ou da rocha seca (esqueleto drenado de qualquer fluido nos poros), da matriz mineral, dos fluidos saturantes e  $\phi$  é a porosidade (em fração).

As equações de Gassmann, são válidas quando aplicadas em um meio elástico homogêneo, isotrópico e monomineralico no qual não há interação química entre o fluido e o esqueleto rochoso.

Também é importante destacar que o trabalho de Gassmann trata de processos quasi-estáticos, processos que podem ser tratados como uma infinidade de transições diferenciais entre estados de equilíbrio do sistema. Dessa forma, também existe a necessidade de equilíbrio da pressão entre os poros ao longo de todo o esqueleto rochoso durante a passagem do campo de onda; tal fato implica que quanto menor a frequência do campo de onda, melhor essa condição é satisfeita. Para a faixa de frequências adquiridas na sísmica profunda a teoria de Gassmann mostra ótimos resultados (MAVKO; MUKERJI, 1998; BERRYMAN, 1999).

Como ondas cisalhantes não interagem com os fluidos presentes nos poros e uma das condições para a validade das equações de Gassmann é a não interação química entre o fluido e o

esqueleto rochoso, o módulo de cisalhamento é independente do fluido nos poros e é mantido constante durante as substituições de fluido (GASSMANN, 1951; BERRYMAN, 1999).

$$\mu_{sat} = \mu_d \quad (8)$$

aonde  $\mu_{sat}$  é o módulo de cisalhamento da rocha saturada pelo fluido e  $\mu_d$  é o módulo de cisalhamento da rocha seca.

Observando a equação 7 pode-se notar que para o cálculo do módulo elástico da rocha saturada, é necessário calcular/estimar parâmetros elásticos da rocha seca, da matriz mineral e dos fluidos saturantes. As densidades, por exemplo, podem simplesmente ser calculadas como uma média aritmética simples das densidades de cada um dos constituintes ponderada pelo respectivo volume ocupado pelo constituinte. Já os módulos de bulk requerem o uso das médias discutidas no capítulo anterior.

Nas seções seguintes, discutem-se fórmulas para calcular o módulo de bulk e densidades da matriz mineral, do fluido saturante e do esqueleto rochoso (rocha seca).

### 2.2.1 Módulos elásticos da rocha seca

O módulo de bulk do esqueleto rochoso ou módulo de bulk da rocha seca  $K_d$ , é obtido através de relações empíricas para cada tipo de rocha. Muitos estudos (HAN; NUR; MORGAN, 1986; HAN; BATZLE, 2004; MAVKO; MUKERJI, 1995; MURPHY; REISCHER; HSU, 1993) abordam diferentes técnicas e métodos para a obtenção dessas relações; a grande maioria deles relacionando o módulo com a porosidade do reservatório.

Em nosso caso, utilizaremos uma relação empírica derivada de um modelo de Voigt modificado (incorporando o conceito de porosidade crítica) que se aplica muito bem a arenitos proposto por Han e Batzle (HAN; BATZLE, 2004), dado por:

$$K_d = K_0(1 - \phi/\phi_c) = K_0(1 - 2.5\phi) \quad (9)$$

onde  $K_0$  é o módulo de bulk do mineral,  $\phi$  é a porosidade e  $\phi_c$  é a porosidade crítica. Nesse trabalho, será utilizado o valor de  $\phi_c = 40\%$ , que é um valor típico de porosidade crítica para arenitos clássicos (NUR et al., 1998).

De maneira análoga, tem-se para o módulo de cisalhamento da rocha seca (HAN; BATZLE, 2004):

$$\mu_d = \mu_0(1 - \phi/\phi_c) = \mu_0(1 - 2.5\phi) \quad (10)$$

aonde  $\mu_0$  é o módulo de cisalhamento da matriz mineral,  $\phi$  é a porosidade e  $\phi_c = 40\%$  é a porosidade crítica.

### 2.2.2 Módulo de bulk do fluido saturante

Já para o módulo de bulk do fluido, conforme discutido em 2.1.2, utilizaremos a média de Reuss (equação 5) dos módulos de bulk da água e do óleo:

$$K_{fl} = \left[ \frac{(1 - S)}{K_{H_2O}} + \frac{S}{K_{oil}} \right]^{-1} \quad (11)$$

onde  $K_{H_2O}$  é o módulo de bulk da água,  $K_{oil}$  é o módulo de bulk do óleo e  $S$  é a saturação de óleo na rocha reservatório que varia de 0 (100% água) a 1 (100% óleo). Note que a média calculada na equação assume um fluido bifásico composto apenas de água e óleo. Se houver uma fase gás, por exemplo, a média pode ser calculada do mesmo modo considerando-se as frações de saturação de cada fluido.

### 2.2.3 Densidades

A densidade do fluido  $\rho_{fl}$  é calculada diretamente como uma média aritmética simples das densidades de cada um das fases constituintes do fluido ponderadas pela respectiva fração de cada um deles. Então:

$$\rho_{fl} = S\rho_{oil} + (1 - S)\rho_w \quad (12)$$

onde  $S$  é a saturação de óleo no reservatório,  $\rho_{oil}$  é a densidade do óleo e  $\rho_w$  é a densidade da água.

Admitindo-se um reservatório homogêneo e com os poros completamente saturados pelo fluido, com base na densidade do fluido  $\rho_{fl}$  pode-se calcular a densidade média do reservatório  $\rho$  novamente como uma média aritmética simples ponderada pela fração que cada constituinte ocupa no reservatório:

$$\rho = (1 - \phi)\rho_0 + \phi\rho_{fl} \quad (13)$$

onde  $\rho_0$  é a densidade da matriz mineral do reservatório e  $\phi$  é a porosidade do reservatório.

### 3 ATRIBUTOS SÍSMICOS

Atributo sísmico é qualquer propriedade extraída do dado sísmico, seja diretamente ou por manipulação matemática, que isola ou enfatiza alguma característica específica dos dados, favorecendo a interpretação geofísica e ou geológica dos dados.

Dentre os diversos tipos de atributos, alguns podem ser usados para indicação direta da presença de hidrocarbonetos, já outros podem ser usados para realçar determinada característica geológica ou para indicar alguma tendência geral nos dados. Ou seja, dependendo do objetivo e do tipo de análise devemos escolher atributos sísmicos diferentes.

Em um trabalho com o intuito de monitorar um reservatório a partir de dados sísmicos, quais seriam os atributos mais adequados para serem utilizados? Deve-se procurar utilizar atributos que relacionam-se com as propriedades petrofísicas monitoradas da maneira mais direta e mais sensível possível. Neste trabalho, também leva-se em conta o fato de procurar utilizar os atributos sísmicos mais convenientes para serem simulados numericamente, uma vez que não serão utilizados dados reais e sim dados sintéticos.

Em seguida apresentam-se e discutem-se os atributos escolhidos para o desenvolvimento do trabalho.

#### 3.1 AMPLITUDE

Comumente, um atributo utilizado para extrair algum tipo de informação litológica das camadas é a amplitude do sinal refletido. Essa amplitude está diretamente relacionada à partição da energia das ondas sísmicas atravessando uma interface representada por uma wavelet no traço sísmico.

A partição de energia ocorre devido ao contraste entre as impedâncias das camadas que definem tal interface. As impedâncias, acústica da onda P ( $Z_P$ ) e da onda S ( $Z_S$ ), de um meio são definidas por:

$$Z_P = \rho V_P \quad (14)$$

$$Z_S = \rho V_S \quad (15)$$

aonde  $V_P$  e  $V_S$  são a velocidade das ondas P e S, respectivamente e  $\rho$  é a densidade do meio.

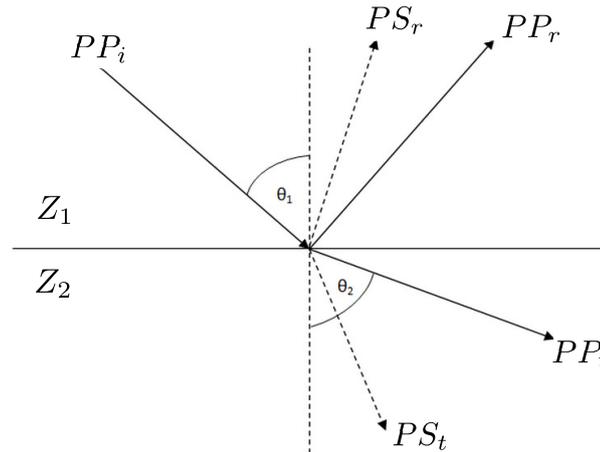


Figura 3 - Partição da energia do campo de onda na interface entre os meios.

Como pode-se observar na Figura 3, uma frente de onda incidente P ( $PP_i$ ) origina 4 frentes refletidas/refratadas após atingir a interface: 2 de mesma fase P (refletida ( $PP_r$ ) e refratada ( $PP_t$ )) e outras duas convertidas para a fase S (refletida ( $PS_r$ ) e refratada ( $PS_t$ )).

As equações que governam o fenômeno da partição da energia do campo de onda sísmico na interface entre dois meios com diferentes propriedades elásticas são as equações de Zoeppritz (ZOEPPRITZ, 1919). A partir das condições de contorno na interface: continuidade dos esforços e das deformações, ambos normais e de cisalhamento, Zoeppritz deduziu um sistema de 4 equações relacionando as amplitudes das ondas incidente, refletida na interface e transmitida entre os meios, a partir do qual é possível isolar as 4 incógnitas que definem os coeficientes de reflexão e transmissão da partição de energia ilustrada na Figura 3.

As equações de Zoeppritz para os coeficientes de reflexão são complicadas para resoluções estritamente algébricas e não fornecem intuitivamente noções de como se comportam as amplitudes em função do ângulo de incidência (CASTAGNA; BACKUS, 1993). De maneira geral, para se extrair essas noções por trás das equações e simplificar seu tratamento algébrico, são utilizadas linearizações e aproximações ao se trabalhar com as equações de Zoeppritz na prática. As aproximações mais conhecidas e utilizadas são as de Aki-Richards (AKI; RICHARDS, 1980) e Shuey (SHUEY, 1985). Essas aproximações, embora facilitem o tratamento e forneçam uma melhor percepção física do fenômeno, têm limites de validade e geralmente valem para baixos contrastes de impedância acústica entre as camadas e para ângulos de incidência menores do que 30 graus (SHUEY, 1985) e abaixo do ângulo crítico, no caso em que a velocidade da onda aumenta da camada superior para a inferior.

Entretanto, na região próxima ao ângulo crítico, a sensibilidade para variações da velocidade da camada inferior é consideravelmente maior (LANDRØ et al., 2004; DICEZARE; DIOGO, 2013). E como procura-se um atributo que apresente forte sensibilidade às propriedades monitoradas é interessante utilizar as equações exatas de Zoeppritz que contemplam toda a

faixa de ângulos de incidência disponíveis.

Optou-se por implementar computacionalmente a equação de Zoeppritz para o coeficiente de reflexão ( $R_{PP}$ ), escrita por Ikelle e Amundsen (IKELLE; AMUNDSEN, 2005), como:

$$R_{PP} = \frac{c_1 d_2 - c_2 d_4}{d_1 d_2 + d_3 d_4} \quad (16)$$

aonde

$$c_1 = 2p^2 \Delta\mu (q_{P1} + q_{P2}) - (\rho_1 q_{P2} - \rho_2 q_{P1})$$

$$c_2 = -p [2\Delta\mu (q_{P1} q_{S2} - p^2) + \Delta\rho]$$

$$d_1 = 2p^2 \Delta\mu (q_{P1} - q_{P2}) + (\rho_1 q_{P2} + \rho_2 q_{P1})$$

$$d_2 = 2p^2 \Delta\mu (q_{S1} - q_{S2}) + (\rho_1 q_{S2} + \rho_2 q_{S1})$$

$$d_3 = p [2\Delta\mu (q_{P1} q_{S2} + p^2) - \Delta\rho]$$

$$d_4 = p [2\Delta\mu (q_{P2} q_{S1} + p^2) - \Delta\rho]$$

e  $q_{P1} = \sqrt{V_{P1}^{-2} - p^2}$ ,  $q_{S1} = \sqrt{V_{S1}^{-2} - p^2}$ ,  $q_{P2} = \sqrt{V_{P2}^{-2} - p^2}$  e  $q_{S2} = \sqrt{V_{S2}^{-2} - p^2}$  e  $p = \frac{\sin\theta_i}{V_{P1}}$ .

Os índices 1 e 2 referem-se respectivamente ao meio superior e ao meio inferior à interface refletora sendo  $V_P$ ,  $V_S$ ,  $\rho_i$  e  $\theta_i$  a velocidade da onda P, a velocidade da onda S, a densidade do meio  $i$  e o ângulo de incidência da onda compressional na interface.

### 3.2 TEMPOS DE CHEGADA

Outro atributo sísmico utilizado na caracterização do reservatório é o tempo de chegada duplo (two-way-traveltime - TWT), que é o intervalo de tempo gasto para a onda percorrer a distância entre a fonte e a interface refletora e voltar, conseqüentemente depende da profundidade e da velocidade média dos meios acima do refletor.

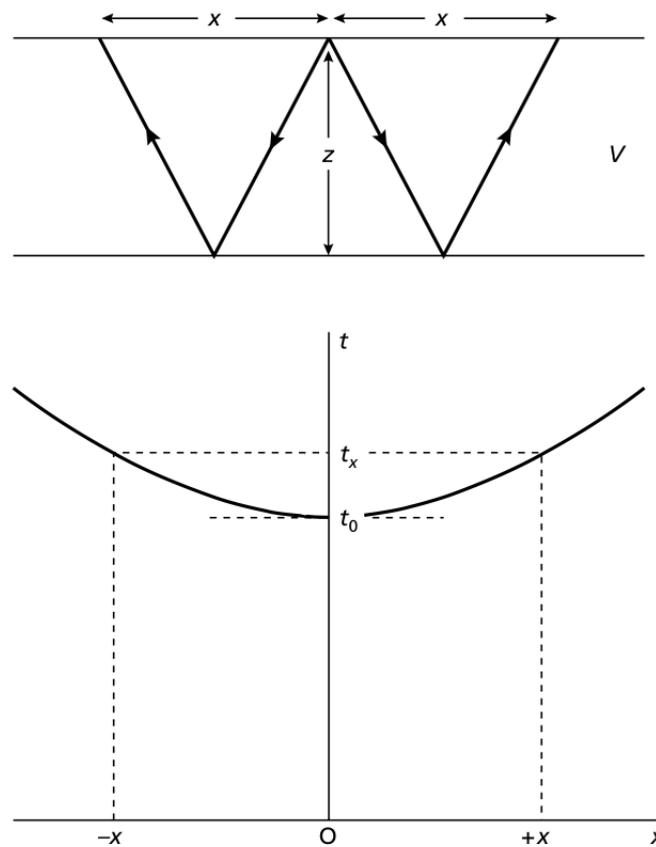


Figura 4 - Tempos de chegada para um refletor horizontal.

Na Figura 4 observa-se o esquema geométrico da trajetória dos raios sísmicos e a correspondente curva dos tempos de chegada em função do afastamento  $x$  da fonte, dados pela expressão:

$$t^2(x) = \left(\frac{2z}{V}\right)^2 + \left(\frac{x}{V}\right)^2 = t_0^2 + \left(\frac{x}{V}\right)^2 \quad (17)$$

onde  $z$  é a profundidade do refletor,  $V$  é a velocidade do meio acima da interface refletora e  $t_0$  é o tempo de chegada normal, aquele em que fonte e receptor encontram-se na mesma posição.

Note que a velocidade é considerada constante no meio acima do refletor. Se o meio acima do refletor for constituído por diversas camadas, pode-se utilizar a equação da hipérbole (17) como uma aproximação para os tempos de chegada das reflexões, substituindo a velocidade da expressão (17) pela velocidade quadrática média (DIX, 1955; SHERIFF; GELDART, 1995)  $V_{RMS}$  dada por:

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2 \tau_i}{\sum_{i=1}^n \tau_i}} \quad (18)$$

onde  $n$  é o número de camadas,  $v_i$  é a velocidade da  $i$ -ésima camada e  $\tau_i$  é o tempo simples ou tempo duplo de trânsito dentro da  $i$ -ésima camada.

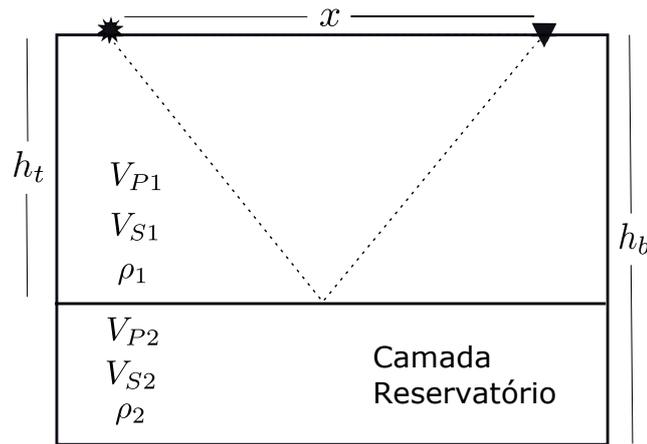


Figura 5 - Modelo geométrico do reservatório a ser monitorado.

Na Figura 5 apresenta-se o esquema geométrico do reservatório a ser monitorado. Como o intuito é monitorar a velocidade da camada reservatório  $V_2$ , considerando a velocidade média  $\bar{V}_1$  acima do topo do reservatório como já conhecida, tem-se o tempo normal de reflexão na base do reservatório  $t_0$  dado por:

$$t_0 = \frac{2h_t}{\bar{V}_1} + \frac{2(h_b - h_t)}{V_2} \quad (19)$$

### 3.3 DISTÂNCIA CRÍTICA

Para as situações geológicas em que a velocidade no reservatório for maior do que na rocha selante, pode-se lançar mão de uma nova abordagem apresentada por Landrø (LANDRØ et al., 2004; LANDRØ, 2006) que utiliza um atributo sísmico incomum para a recuperação de informação da velocidade na camada reservatório: a distância crítica.

A distância crítica é o afastamento fonte-receptor que corresponde ao ângulo crítico de incidência, aquele a partir do qual não há mais energia transmitida para a camada inferior. Para um modelo geométrico, como o da Figura 5 a distância crítica é dada por:

$$x_c = \frac{2h_t}{\sqrt{\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 - 1}} \quad (20)$$

Na Figura 6 é ilustrado como o ângulo crítico, e conseqüentemente, a distância crítica, variam devido a uma mudança na velocidade do reservatório  $V_2$ .

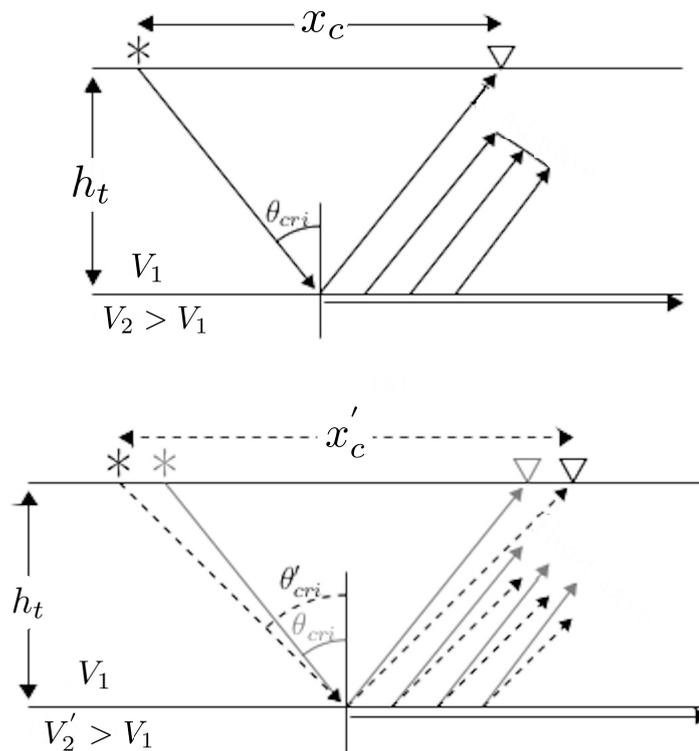


Figura 6 - Variação da distância crítica em função da velocidade na camada reservatório. (Adaptado de (RODRÍGUEZ, 2013))

Para o caso de várias camadas acima do topo do reservatório, Landro et al. (2004) sugere uma aproximação para a expressão (20), substituindo  $V_1$  por  $V_{RMS}$ .

A onda refletida, em geral, apresenta amplitude máxima quando incide na interface com ângulo crítico. Desta forma é possível identificar a posição da reflexão crítica. Mas, ao invés do valor da amplitude, será o afastamento, o atributo utilizado para estimar o valor da velocidade do reservatório.

A distância crítica pode trazer informação altamente sensível à variação de velocidade da camada reservatório, uma pequena variação na velocidade da camada reservatório  $V_2$  conduz a uma grande variação na distância crítica  $x_c$ .

## 4 O PROBLEMA DE INVERSÃO EM GEOFÍSICA

Um problema central em geofísica é o de efetuar-se inferências sobre sistemas físicos a partir de dados observados que, supostamente, sejam causados pelo sistema físico em questão. Esse problema, amplamente abordado na área de geofísica, é o problema de inversão.

### 4.1 PROBLEMA DIRETO E PROBLEMA INVERSO

O sistema físico sobre o qual deseja-se obter informações é desconhecido e o objetivo da inversão é extrair tais informações dos dados. Entretanto, em geral, existe algum tipo de informação adicional (geralmente proporcionada pela geologia) que fornece uma série de hipóteses sobre o sistema.

A partir dessas hipóteses, pode-se construir um modelo do sistema físico estudado e um modelo matemático que descreva como esse modelo gera dados que simulem os dados observados. O modelo do sistema físico é descrito por parâmetros, e o modelo matemático é descrito por equações que relacionem os parâmetros aos dados. Portanto, definir as relações funcionais entre o modelo parametrizado (construído a partir das hipóteses) com dados que simulem os dados observados através de um modelo matemático é o que define-se por *problema direto*.

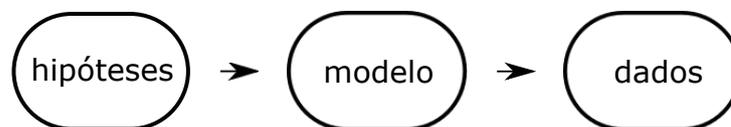


Figura 7 - Esquematização do problema direto.

Utilizando os mesmo conceitos, o *problema inverso* consiste em utilizar os dados observados e as hipóteses para inferir o modelo paramétrico que origina dados mais semelhantes aos dados efetivamente observados. Nota-se, entretanto, que o caminho inverso é bem mais complicado. Na natureza, as relações matemáticas que descrevem como os dados relacionam-se ao modelo são, na maioria das vezes, não-lineares. Isso, aliado ao fato do modelo ser multiparamétrico, faz com que existam vários modelos que geram dados semelhantes aos dados observados.

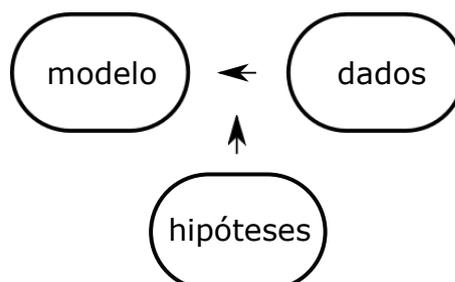


Figura 8 - Esquematização do problema inverso.

Mais formalmente pode-se definir o problema direto como:

$$\vec{d}' = f(\vec{m}') \quad (21)$$

aonde  $\vec{d}' = (d'_1, d'_2, \dots, d'_n)$  é um conjunto de  $n$  dados que simulam os dados observados,  $\vec{m}' = (p_1, p_2, \dots, p_k)$  é um conjunto de  $k$  parâmetros que descrevam o modelo e  $f$  é um funcional que relaciona o conjunto de dados ao conjunto de parâmetros.

Já o problema inverso seria o de desenvolver um método para encontrar um modelo  $\vec{m}'$  que produza dados  $\vec{d}' = f(\vec{m}')$  mais próximos possíveis dos dados efetivamente observados  $\vec{d}$ . Note que ao contrário do que pode parecer em um primeiro momento, o problema inverso, em geral, não é o de encontrar um funcional  $f^{-1}$  que forneça o modelo  $\vec{m}'$  a partir dos dados observados, pois como mencionado anteriormente, em sistemas físicos presentes na natureza, as relações matemáticas que descrevem o funcional  $f$  são não-lineares, o que, por vezes, torna impossível definir univocamente e/ou de forma estável o funcional  $f^{-1}$ .

#### 4.2 FUNÇÃO OBJETIVO E O PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

O problema de inversão conforme apresentado na seção anterior pode ser considerado um problema de otimização. Problemas de otimização são aqueles aonde faz-se necessário encontrar estados ótimos, ou seja, a melhor solução possível dentre todas as soluções viáveis. Um problema de otimização é, por exemplo, encontrar o caminho mais curto entre dois pontos; ou ainda encontrar a melhor geometria para um veículo oferecer a menor resistência ao deslocamento.

Conforme as definições da seção anterior, o problema de otimização, no caso da inversão, é o de encontrar um modelo  $\vec{m}'$  que gere dados  $\vec{d}' = f(\vec{m}')$  mais próximos possíveis dos dados  $\vec{d}$  efetivamente observados.

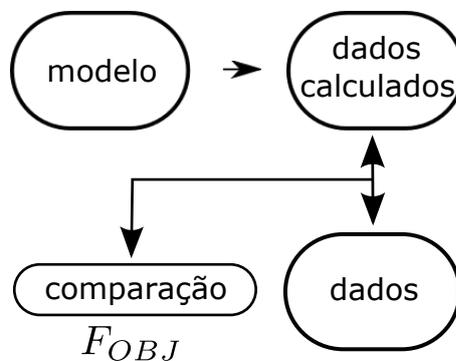


Figura 9 - Esquematização do uso da  $F_{OBJ}$ .

Para comparar os dados observados  $\vec{d}$  e os dados calculados  $\vec{d}'$  é necessário estabelecer um critério de semelhança entre os dois conjuntos de dados, em problemas inversos, esse critério é

estabelecido através de uma função objetivo ( $F_{OBJ}$ ). De maneira geral, pode-se utilizar uma função de mínimos quadrados para definir a função objetivo:

$$F_{OBJ} = \left[ \sum_{i=1}^n (d_i - d'_i)^2 \right]^{1/2} \quad (22)$$

aonde  $d_i$  é o  $i$ -ésimo dado do conjunto de  $n$  dados e  $d'_i$  é o  $i$ -ésimo dado calculado utilizando o modelo  $\vec{m}'$ .

Resolver o problema inverso é, portanto, encontrar o modelo  $(\vec{m}')_{min}$  que minimiza a função objetivo, ou, em outras palavras, maximiza a semelhança entre os conjuntos de dados. Ao encontrar o modelo  $(\vec{m}')_{min}$ , temos o conjunto de parâmetros que melhor descreve o sistema físico estudado.

### 4.3 ALGORITMO GENÉTICO E ESTRATÉGIA DE INVERSÃO

Deve-se, adequar a cada problema estudado uma estratégia de inversão adequada para minimizar a função objetivo. Neste trabalho, os dados invertidos serão os atributos sísmicos apresentados no Capítulo 3, mais especificamente os atributos definidos teoricamente pelas equações 16, 19 e 20. A inversão sísmica a ser efetuada deve valer-se da construção de funções objetivos adequadas para encontrar o modelo que gera os dados que mais se aproximam dos dados observados.

Para resolver o problema de otimização das funções objetivo, ou seja, para encontrar o valor do mínimo dessas funções será utilizado o Algoritmo Genético (Genetic Algorithm) (GA). O uso do Algoritmo Genético na inversão de problemas inversos em geofísica é relativamente recente e vem apresentando bons resultados em comparação com outros métodos tradicionalmente empregados para encontrar os mínimos da  $F_{OBJ}$  (BOSCHETTI; DENTITH; LIST, 1996; LOUIS; CHEN; PULLAMMANAPPALLIL, 1999; SAMBRIDGE; DRIJKONINGEN, 1992).

O uso do algoritmo genético é extremamente adequado à resolução de problemas de otimização não lineares e de minimização global; ao contrário de técnicas de minimização local (que podem fornecer soluções presas em um mínimo local), o algoritmo genético evita o uso de qualquer tipo de informação a respeito da curvatura da função objetivo. Isso significa que derivadas de funções não precisam ser avaliadas e, portanto, pode-se utilizar qualquer tipo de função objetivo obtendo bons resultados da mesma maneira.

A maioria dos métodos iterativos de busca trabalham com apenas um modelo e, através de perturbações, vão melhorando esse modelo a cada passo. A grande vantagem do algoritmo genético é trabalhar ao mesmo tempo com uma população de modelos e utilizar conceitos da

biologia evolutiva (como hereditariedade, mutação, recombinação e, principalmente, seleção natural) para "evoluir" a população de modelos a cada "geração" em busca dos "indivíduos ótimos".

A seguir apresenta-se um resumo de como o algoritmo genético funciona:

- O algoritmo cria aleatoriamente uma população inicial de modelos/indivíduos.
- O algoritmo cria uma sequência de novas populações. A cada passo, a geração atual de indivíduos/modelos é utilizada para criar a próxima seguindo os seguintes passos:
  1. Cada membro da população recebe um valor de uma função fitness (quanto menor o valor de fitness, melhor é o modelo/indivíduo)
  2. Membros da população são escolhidos, chamados de "pais", baseados no seu valor de função fitness
  3. Os melhores membros da população, chamados de "elite", são passados automaticamente para a próxima geração
  4. Os "pais" produzem a "prole" através de mudanças aleatórias em um único "pai" (mutação) ou através de uma combinação entre as entradas dos vetores associados a um par de modelos/indivíduos (recombinação).
  5. A população atual é então substituída pela elite e pela prole.
- O Algoritmo é encerrado quando algum critério de parada é atingido, em geral quando a mudança entre os valores de fitness dos "pais" e da "prole" não varia mais do que um valor pré-estabelecido.

O algoritmo Genético utilizado neste trabalho foi o fornecido no pacote de otimização do Matlab<sup>1</sup>. Todos os demais programas, para os testes, simulações e modelagens, realizados neste trabalho foram efetuados utilizando esse software.

---

<sup>1</sup>Matlab R2014a.

## 5 MODELO E GERAÇÃO DE DADOS

### 5.1 MODELO

O modelo de reservatório a ser considerado obedece as premissas estabelecidas pelas relações de Gassmann da Física de Rochas apresentadas no Capítulo 2, tendo em vista que elas serão utilizadas para a obtenção de diversos parâmetros do modelo para o estudo do reservatório. Essas premissas são sumarizadas a seguir:

- O reservatório é poroso, isotrópico, elástico, monominerálico e homogêneo;
- Os poros são conectados e estão em equilíbrio de pressão;
- O meio é um sistema fechado sem troca de fluidos através de suas bordas;
- Não há interação química entre os fluidos e o esqueleto rochoso do reservatório.

Os valores dos parâmetros do modelo do reservatório, apresentados na Tabela 1, foram baseados em dados de um arenito eocênico da Bacia de Campos (ROMANELLI, 2010), considerando seus poros saturados por apenas duas fases: água e óleo. Considerou-se uma camada reservatório composta por esses arenitos relativamente limpos com matriz mineral de quartzo, portanto o índice "0" dos módulos da tabela referem-se ao módulo de bulk e densidade do quartzo. Já os índices "oil" e "H2O" referem-se as duas fases respectivamente: óleo e a água.

Parâmetro	Valor
$K_0$	36.4GPa
$K_{H_2O}$	2.95GPa
$K_{oil}$	1.05GPa
$\mu_0$	40GPa
$\rho_0$	2.65g/cm <sup>3</sup>
$\rho_{H_2O}$	1.04g/cm <sup>3</sup>
$\rho_{oil}$	0.715g/cm <sup>3</sup>
$h_t$	0.5km
$h_b$	0.6km

Tabela 1 - Valores do modelo de reservatório: parâmetros elásticos (módulos de bulk e de cisalhamento e densidades) e profundidades do topo ( $h_t$ ) e da base ( $h_b$ ).

A camada selante foi admitida como sendo um folhelho com os valores de velocidades e densidade apresentados na Tabela 2 (valores citados em (CASTAGNA; SWAN, 1997)). Na Figura 10 observa-se uma esquematização do modelo de reservatório estudado.

Parâmetro	Valor
$V_P$	$2.9km/s$
$V_S$	$1.33km/s$
$\rho$	$2.29g/cm^3$

Tabela 2 - Valores do folhelho selante: velocidades das ondas P e S e densidade.

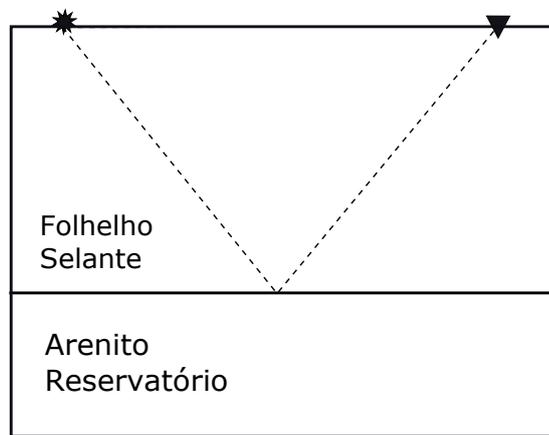


Figura 10 - Esquema do modelo de reservatório.

## 5.2 GERAÇÃO DE DADOS

Utilizando os parâmetros do modelo definidos nas Tabelas 1 e 2 e a teoria apresentada nos Capítulos 2 e 3, pode-se modelar os dados sintéticos que serão invertidos.

Inicialmente foram utilizadas as equações 7, 9 e 11 para o cálculo do módulo de bulk da rocha saturada  $K_{sat}$  e as equações 12 e 13 para o cálculo da densidade média no reservatório saturado, ambas como funções da saturação de óleo  $S$  e da porosidade  $\phi$  do reservatório.

Com os módulos elásticos e com a densidade como função de  $S$  e  $\phi$ , utilizaram-se as equações 1 e 2 para o cálculo das velocidades. Tem-se dessa maneira uma modelagem das velocidades e da densidade do reservatório em função de sua saturação de óleo e de sua porosidade:

$$V_P = f(S, \phi) \quad (23)$$

$$V_S = f(S, \phi) \quad (24)$$

$$\rho = f(S, \phi) \quad (25)$$

Nas Figuras 11, 12 e 13 pode-se observar o comportamento dos parâmetros modelados (equações 23, 24 e 25) com a variação da saturação de óleo  $S$  para alguns valores de porosidade do reservatório.

A partir de 23, 24 e 25 calculou-se os valores dos atributos sísmicos modelados como função da saturação  $S$  e da porosidade  $\phi$ , empregando-se respectivamente, as equações 16, 19 e 20, obtendo-se:

$$R_{PP} = f(S, \phi) \quad (26)$$

$$t_0 = f(S, \phi) \quad (27)$$

$$x_c = f(S, \phi) \quad (28)$$

$R_{PP}$ ,  $t_0$  e  $x_c$  são portanto os dados sintéticos que podem ser gerados para qualquer combinação de  $S$  e  $\phi$ .

Foram ainda incluídos ruídos no dados, representados pelas equações 26, 27 e 28, para simular uma situação de atributos observados da sísmica adquirida. Para a inclusão de ruídos utilizou-se a função  $rand()$  do Matlab para construir um dado ruidoso  $y_r$  a partir de um dado  $y$  utilizando a seguinte expressão:

$$y_r = y + \eta = y + (f * y) * (rand() - 0.5) * 2) \quad (29)$$

onde  $f$  é a fração que mede quanto os dados ruidosos devem se dispersar ao redor do dado  $y$  e  $rand()$  é uma função aleatória que gera números de 0 a 1.

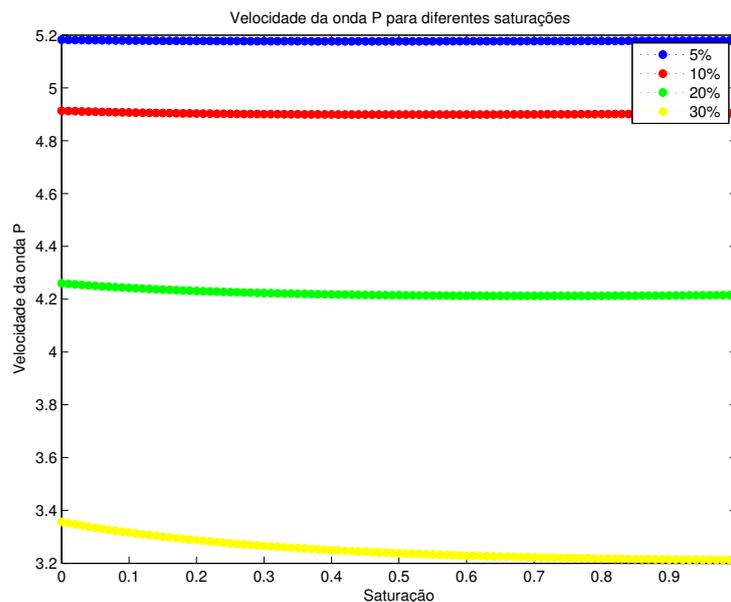


Figura 11 - Velocidade da onda P em função da saturação para diferentes  $\phi$ 's.

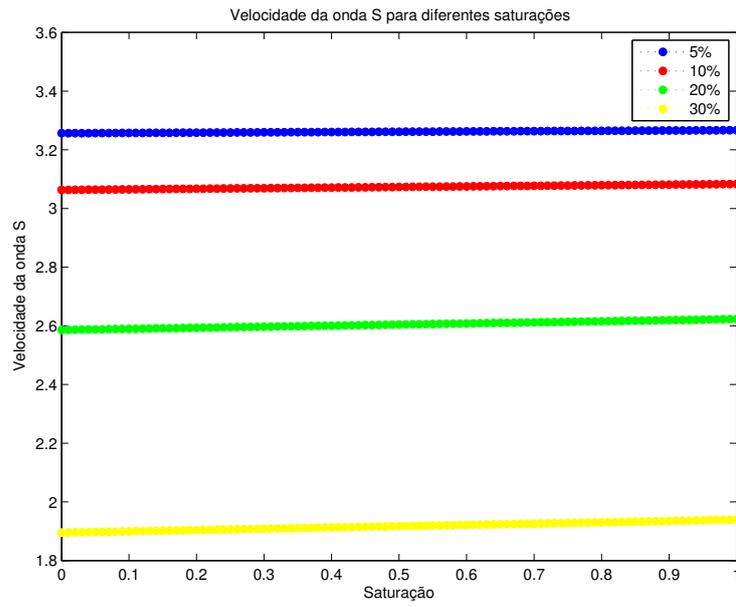


Figura 12 - Velocidade da onda S em função da saturação para diferentes  $\phi'$ s.

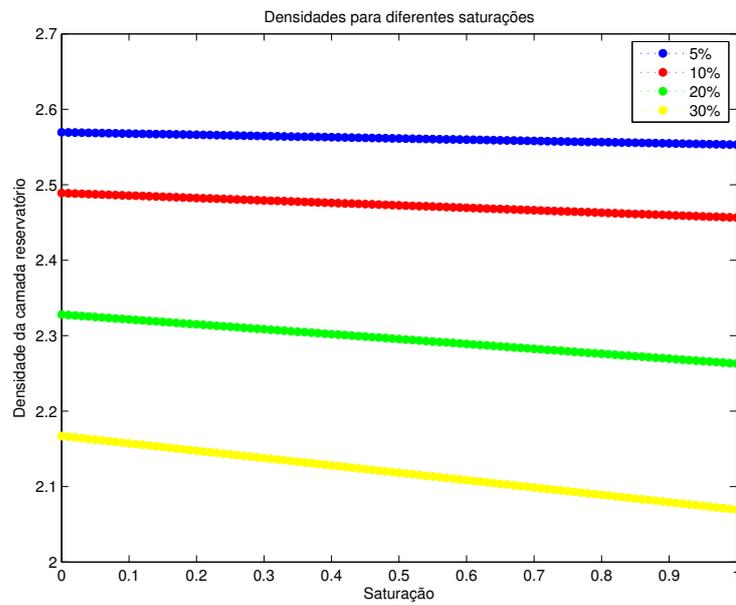


Figura 13 - Densidade em função da saturação para diferentes  $\phi'$ s.

## 6 ANÁLISES E RESULTADOS

Inicialmente serão desenvolvidas análises referentes à performance do algoritmo de inversão baseado no algoritmo genético; em seguida, com o intuito de avaliar a sensibilidade na recuperação dos parâmetros de inversão, serão abordadas análises referentes à composição da Função Objetivo e à faixa de afastamentos (ou ângulos de incidência) considerada. Presença de ruído e influência de erros nos parâmetros assumidos como conhecidos também foram avaliados. E, por fim, será testado o método desenvolvido para a recuperação da variação da saturação de óleo no reservatório em dois cenários de porosidade com o intuito de verificar sua eficiência e viabilidade para o monitoramento do reservatório.

### 6.1 PERFORMANCE DO ALGORITMO DE INVERSÃO

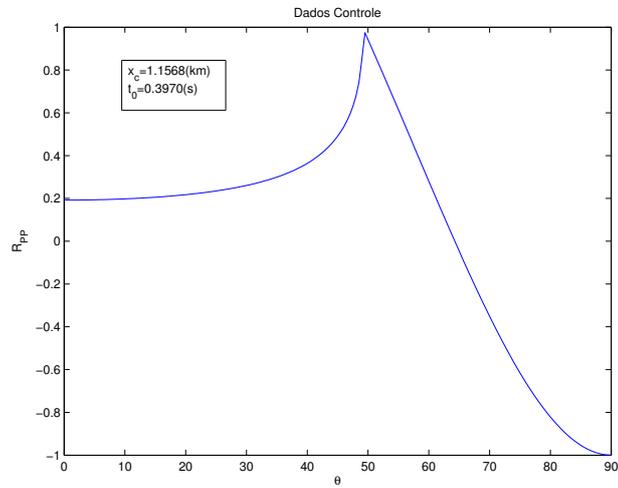
Devido à natureza estocástica do algoritmo genético, os valores de  $V_P$ ,  $V_S$  e  $\rho$  retornados pelo algoritmo como ponto de mínimo da Função Objetivo não serão os mesmos para cada execução do algoritmo. Entretanto, espera-se uma precisão mínima apresentada pelo algoritmo de otimização; para isso foi desenvolvido um Algoritmo de Inversão ( $I$ ) que executa  $n$  vezes o algoritmo genético para uma dada configuração de população e do número máximo de gerações iteradas pelo  $GA$ .

Conforme os conceitos discutidos em 4.3, a população é o conjunto de modelos (indivíduos) disponíveis em cada iteração (geração) e o limite de gerações é um dos critérios de parada das iterações dentro de uma execução do  $GA$ . A população inicial de modelos é gerada de maneira aleatória dentro de um determinado espaço inicial de busca. Esse espaço inicial de busca dos parâmetros foi calibrado de acordo com o esperado dos modelos apresentados nas Figuras 11, 12 e 13. É importante apontar que mesmo em uma situação real, esse tipo de informação para calibrar o espaço de busca está disponível, principalmente no caso do 4D aonde testemunhos, informações de poços e modelos de velocidade estão disponíveis.

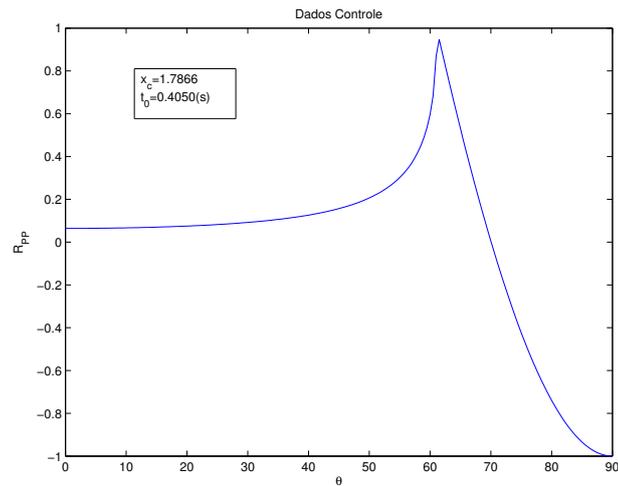
Para a análise da performance do algoritmo de inversão, foram analisados 5 cenários de configurações iniciais do Algoritmo de Inversão para dois valores de porosidade do reservatório: 5% e 20%.

As análises realizadas consistiram em efetuar a inversão de dados gerados pela modelagem direta a partir de valores de  $p^{(C)} = (V_P^{(C)}, V_S^{(C)}, \rho^{(C)})$  previamente estabelecidos, denominados de parâmetros controle, e em seguida, compará-los com os parâmetros recuperados  $p^{(R)} = (V_P^{(R)}, V_S^{(R)}, \rho^{(R)})$  por essa inversão. Para a porosidade  $\phi = 5\%$  temos os parâmetros de controle na Tabela 3a e os dados gerados na Figura 14a; para a porosidade de  $\phi = 20\%$  os parâmetros de controle estão na Tabela 3b e os dados na Figura 14b. Note, que em um

primeiro momento, não foram incluídos ruídos nos dados para verificar a eficiência intrínseca do algoritmo em um caso ideal.



(a)  $\phi = 5\%$ .



(b)  $\phi = 20\%$ .

Figura 14 - Dados gerados - Coeficientes de Reflexão ( $R_{PP}$ ) em função do ângulo de incidência ( $\theta$ ), distância crítica de refração ( $x_c$ ) e tempo normal de reflexão ( $t_0$ ) - para os parâmetros de controle (Tabela 3) nos dois cenários de porosidade.

$p^{(C)}$	valor
$V_P$	3.8333
$V_S$	1.2497
$\rho$	2.5614

$p^{(C)}$	valor
$V_P$	3.3234
$V_S$	1.3201
$\rho$	2.2955

(a)  $\phi = 5\%$ .(b)  $\phi = 20\%$ .

Tabela 3 - Parâmetros de controle para os dois cenários de porosidade.

As inversões dos dados sintéticos foram então efetuadas utilizando o algoritmo de inversão  $I$  com 100 execuções do algoritmo genético  $n = 100$  para cada um dos 5 cenários de configurações iniciais do Algoritmo de Inversão avaliados.

Nas Tabelas 4a e 4b encontram-se sumarizados os cenários (colunas 1 a 3) e os critérios adotados para a análise (colunas 4 a 6).

Para verificar a performance do algoritmo  $I$  em cada um dos cenários, o critério adotado para mensurar a eficiência foi o de comparar os parâmetros recuperados com os parâmetros controle em cada cenário. Existem vários outros critérios para quantificar a performance do algoritmo; aqui não foi avaliado o melhor deles e sim foi escolhido um critério para verificar a performance relativa entre os casos estudados. Neste trabalho, a comparação foi feita utilizando-se a distância vetorial  $\varepsilon$  (denominada de erro) no espaço de parâmetros entre os parâmetros recuperados  $p^{(R)} = (V_P^{(R)}, V_S^{(R)}, \rho^{(R)})$  e os parâmetros controle  $p^{(C)} = (V_P^{(C)}, V_S^{(C)}, \rho^{(C)})$ :

$$\varepsilon = p^{(R)} - p^{(C)} = \sqrt{(V_P^{(R)} - V_P^{(C)})^2 + (V_S^{(R)} - V_S^{(C)})^2 + (\rho^{(R)} - \rho^{(C)})^2} \quad (30)$$

Foram computados para cada cenário, como variavam, em função de  $n$ :

- o erro entre a média dos parâmetros recuperados até o passo  $n$  ( $(p_n^{(R)})_{médio}$ ) e os parâmetros controle ( $p^{(C)}$ ), chamado de  $\varepsilon_{médio}$ ;
- o erro entre os parâmetros recuperados no passo  $n$  ( $(p_n^{(R)})_{passo}$ ) e os parâmetros controle ( $p^{(C)}$ ), chamado de  $\varepsilon_{passo}$ ;

Em seguida, foram tabelados os valores: do erro médio para o último passo ( $\varepsilon_{médio}$ )<sub>final</sub> =  $(\varepsilon_{médio})_{n=100}$ ; o menor valor dentre todos os  $n$  valores do erro de cada passo ( $\varepsilon_{passo}$ )<sub>min</sub>; e o tempo de execução do algoritmo para recuperar os parâmetros em cada cenário.

Cenário	Tamanho da População	Limite de Gerações	$(\epsilon_{médio})_{final}$	$(\epsilon_{passo})_{min}$	Tempo de execução (min)
1	50	300	8.1128e-06	1.7653e-06	20
2	150	300	6.4516e-05	2.3011e-06	37
3	50	50	9.5949e-04	1.3903e-04	8
4	150	50	3.3359e-04	2.6431e-05	15
5	250	300	1.1128e-05	8.7653e-07	52

(a)  $\phi = 5\%$ .

Cenário	Tamanho da População	Limite de Gerações	$(\epsilon_{médio})_{final}$	$(\epsilon_{passo})_{min}$	Tempo de execução (min)
1	50	300	4.9545e-06	2.8070e-06	28
2	150	300	5.3395e-05	1.7702e-05	44
3	50	50	9.4492e-04	4.1096e-04	9
4	150	50	7.7740e-04	3.0079e-04	14
5	250	300	8.8269e-06	1.7399e-07	58

(b)  $\phi = 20\%$ .

Tabela 4 - Cenários de execução do algoritmo de inversão ( $I$ ) e resultados dos critérios adotados para a análise de performance da inversão. (ver texto)

Para cada um dos cenários, foram efetuadas análises dos resultados conforme gráficos apresentados nas Figuras 15 e 16: à esquerda, os dois gráficos relacionam-se ao comportamento de  $\varepsilon_{médio}$  (superior) e  $\varepsilon_{passo}$  (inferior) em função do número de passos ( $n$ ) do algoritmo  $I$ ; e os dois gráficos à direita ilustram o espaço dos 3 parâmetros da inversão ( $V_P, V_S, \rho$ ); no superior estão representados os  $n = 100$  valores recuperados para cada iteração do algoritmo  $I$  ( $(p_n^{(R)})_{passo}$ ) em escala de cores segundo seu respectivo valor de função objetivo, nele também está representado por uma estrela preta o ponto correspondente aos parâmetros controle ( $p^{(C)}$ ); e no inferior representa-se a média de todas as  $n = 100$  iterações de  $I$  por um ponto vermelho e o conjunto de parâmetros recuperados no passo correspondente ao menor erro ( $(\varepsilon_{passo})_{min}$ ) por um ponto verde.

Observando-se, como exemplo os resultados obtidos para o cenário 1 nas Figuras 15 e 16, pode-se sumarizar o comportamento do algoritmo de inversão (que se repete para os 10 cenários analisados) como se segue:

- Nos gráficos da variação de  $\varepsilon_{médio}$  em função do passo (iteração de  $I$ ) pode-se observar um comportamento instável para valores de  $n$  até aproximadamente  $n \sim 50$ ; tal fato é devido à aleatoriedade no comportamento de cada execução do  $GA$  dentro do algoritmo de inversão  $I$ . Quanto maior o valor de  $n$ , maior é o espaço amostral aonde realiza-se a média; portanto para  $n \sim 50$  já tem-se um espaço amostral suficientemente grande para acomodar as variações de cada iteração de  $I$ ;
- Nos gráficos da variação de  $\varepsilon_{passo}$  para cada passo (iteração de  $I$ ) pode-se observar a aleatoriedade comentada acima na distribuição dos valores do erro para cada passo  $n$ ;
- Nas distribuições das recuperações nos espaços de parâmetros, nota-se que quanto maior o valor da função objetivo mais distante está o ponto representando a recuperação (iteração) dos parâmetros controle ( $p^{(C)}$ ); também nota-se que a distância entre o ponto controle (estrela preta) e o ponto correspondente a média de todas as iterações (ponto vermelho no gráfico inferior) é sempre maior que a distância entre o mesmo ponto controle (estrela preta) e o ponto correspondente à recuperação com menor erro (ponto verde no gráfico inferior); além disso, o ponto verde corresponde ao menor valor de  $F_{OBJ}$ .

Pode-se inferir, então, que o ponto com menor valor de função objetivo é aquele que mais se aproxima do ponto de controle. Observando-se também os parâmetros de configuração utilizados no  $GA$ , os tempos de execução, e os erros de cada um dos 10 cenários nas Tabelas 4a e 4b, nota-se que quanto maior a população inicial, melhor é o resultado da inversão, entretanto, o tempo de execução do algoritmo também aumenta consideravelmente.

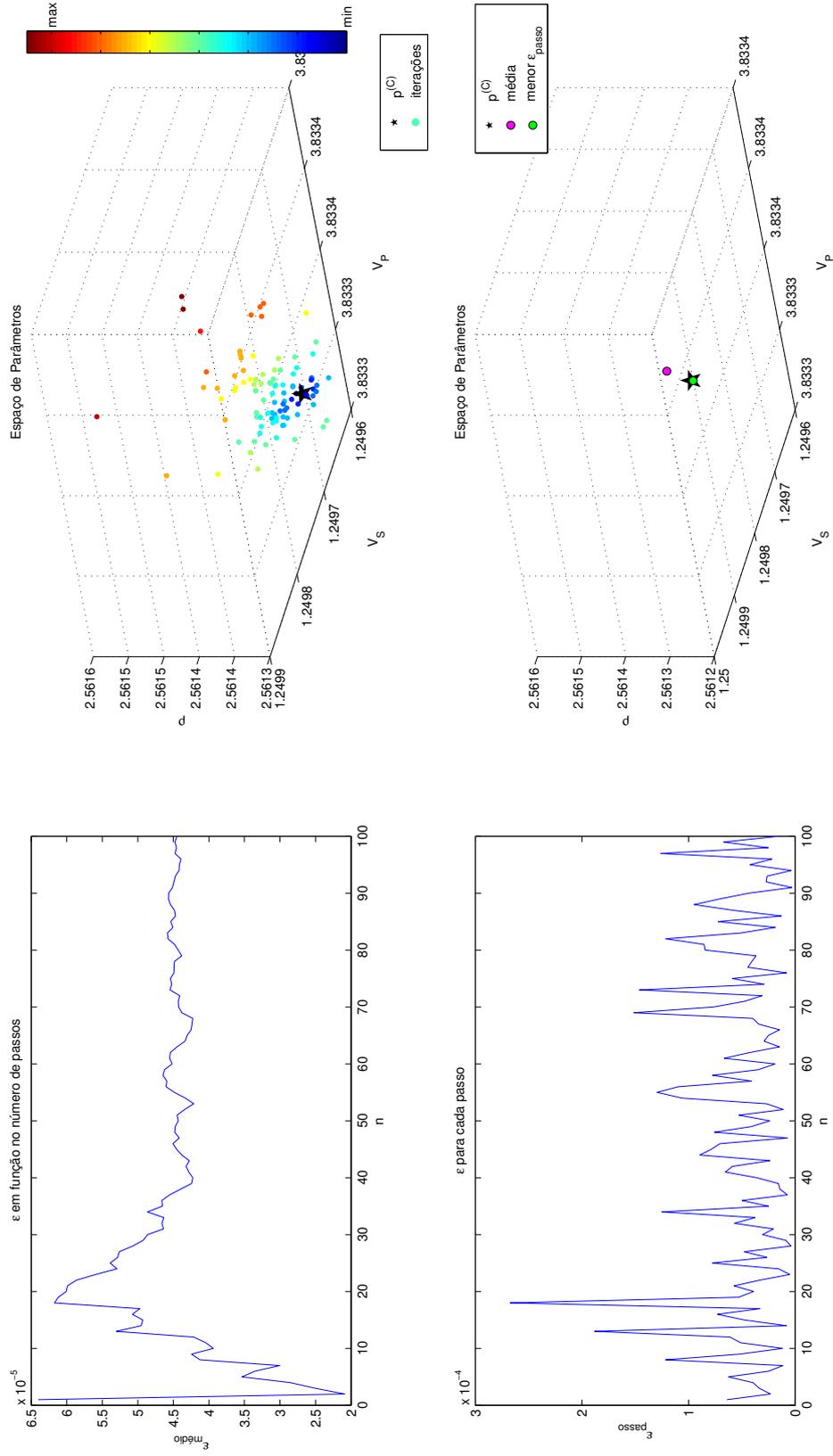


Figura 15 - Análises dos resultados da inversão -  $\phi = 5\%$  (ver texto).

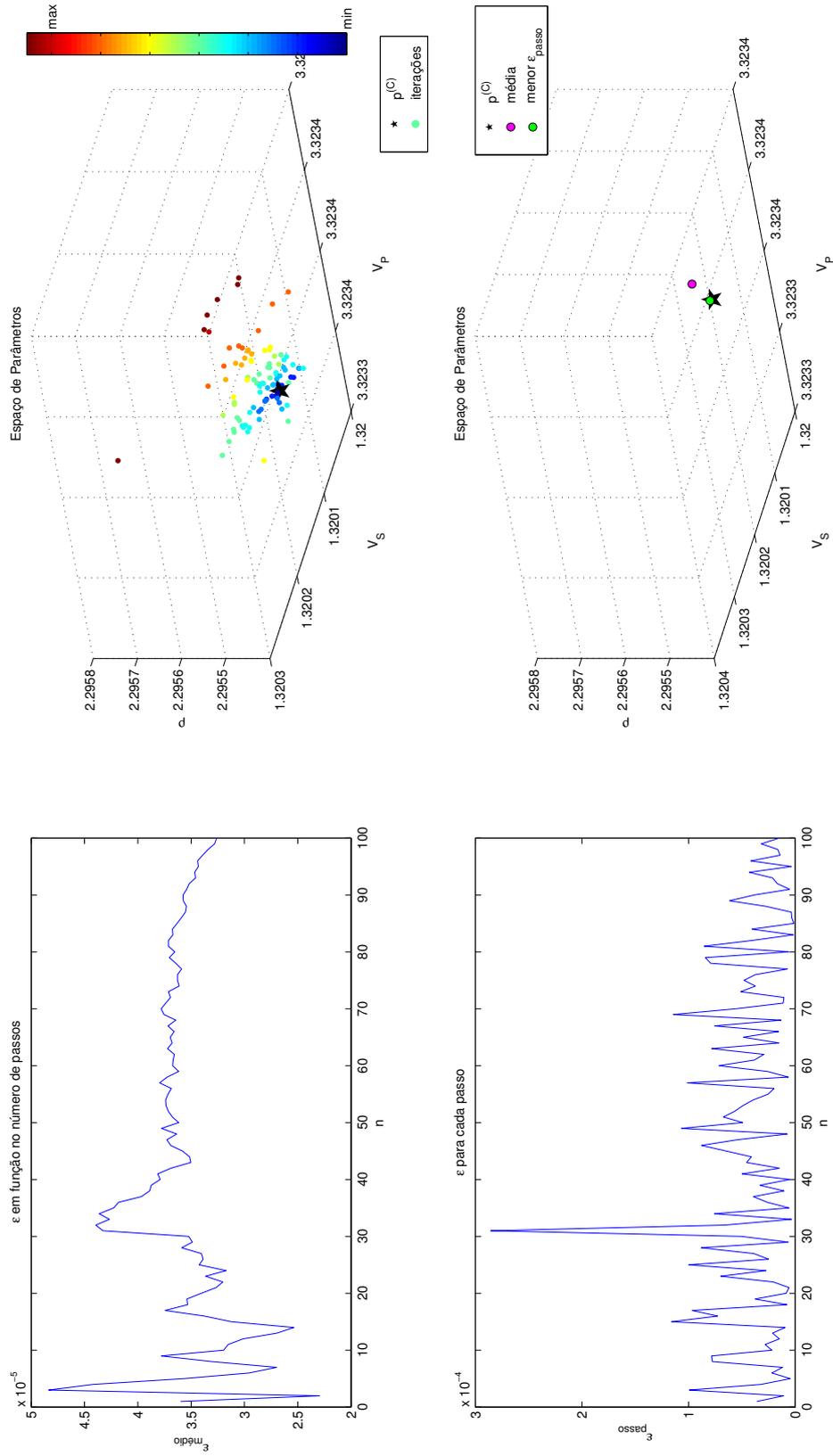
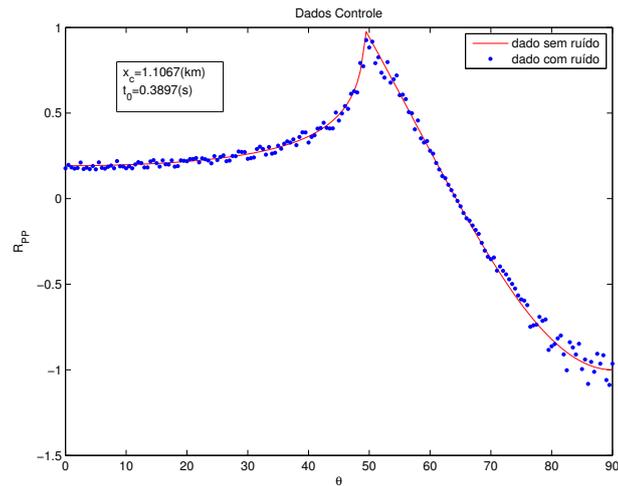


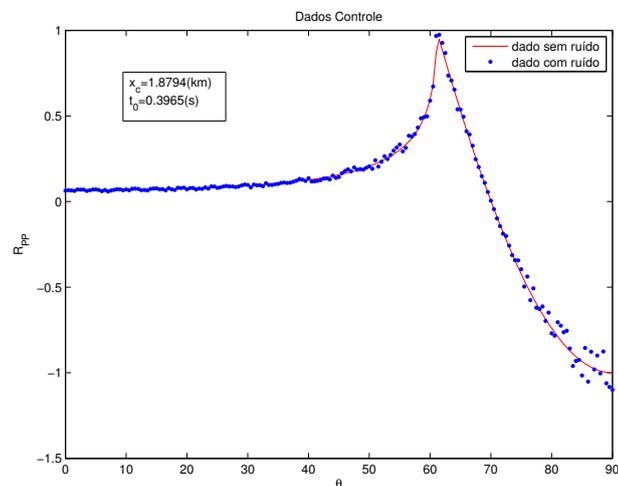
Figura 16 - Análises dos resultados da inversão -  $\phi = 20\%$  (ver texto).

### Efeito de ruído nos dados

Os testes simulados foram executados a partir dos dados sintéticos sem inclusão alguma de ruído, conforme pode-se observar nas Figuras 14a e 14b. Utilizando os mesmos parâmetros controle nas Tabelas 3a e 3b foram gerados dados com a inclusão de ruídos conforme a equação 29, com  $f = 0.07$ , ou seja, 7% de ruído. Os novos dados estão nas Figuras 17a e 17b.



(a)  $\phi = 5\%$ .



(b)  $\phi = 20\%$ .

Figura 17 - Dados da Figura 14 com adição de ruído.

A partir dos novos dados sintéticos com ruído, foram repetidos os testes para o melhor e o pior cenário de acordo com o critério do menor erro encontrado ( $(\varepsilon_{passo})_{min}$ ) em cada um dos modelos de porosidade. Nos dois modelos o melhor cenário foi o 5 e o pior o 3 conforme as Tabelas 4a e 4b. Observa-se nos resultados apresentados na Tabela 5 que os ruídos introduzidos nos dados acarretam em erros na solução da inversão maiores do que a

precisão do algoritmo de inversão (valores apresentados na Tabela 4). A precisão do algoritmo foi definida como sendo o erro devido apenas à performance do próprio algoritmo, que também será chamado de erro intrínseco do algoritmo.

Cenário	$(\varepsilon_{\text{médio}})_{\text{final}}$	$(\varepsilon_{\text{passo}})_{\text{min}}$	Tempo de execução (min)
5 - Melhor	0.003924801320626	0.003925734302610	42
3 - Pior	0.004032656445837	0.004042420208598	9

(a) Melhor e pior cenário para  $\phi = 5\%$ .

Cenário	$(\varepsilon_{\text{médio}})_{\text{final}}$	$(\varepsilon_{\text{passo}})_{\text{min}}$	Tempo de execução (min)
5 - Melhor	0.002380838331268	0.002388961885877	35
3 - Pior	0.002362438330779	0.002371212699500	7

(b) Melhor e pior cenário para  $\phi = 20\%$ .

Tabela 5 - Resultados das análises de performance para as inversões a partir de dados ruidosos.

Os testes realizados para inversão dos dados com ruído apresentam diferença nas soluções de cada passo do algoritmo  $I$ , com variação na casa decimal da precisão do algoritmo, o que pode ser verificado comparando-se os valores apresentados nas Tabelas 4 e 5. Essa observação corrobora a definição acima do critério de erro intrínseco do algoritmo.

A utilização do algoritmo de inversão diversas vezes para os dados com ruído geram diferentes valores de erro médio e erro mínimo, mas sempre na mesma ordem de grandeza dos valores apresentados na Tabela 5, exceto em uma das execuções para o modelo de porosidade 20% com o pior cenário (3), que chegou a apresentar erros na segunda casa decimal, com variação das soluções na quarta casa decimal.

Na Figura 18 observa-se o espaço de parâmetros de inversão com as soluções obtidas empregando-se o cenário 3 para o modelo de porosidade  $\phi = 5\%$ . Nota-se que o conjunto de soluções encontra-se agrupado em torno de um ponto que está deslocado do ponto correto da ordem de  $10^{-3}$ . Embora o ruído adicionado aos dados tenha incluído uma tendência nas soluções da inversão, o conjunto das soluções está dentro da precisão aceitável para os parâmetros buscados.

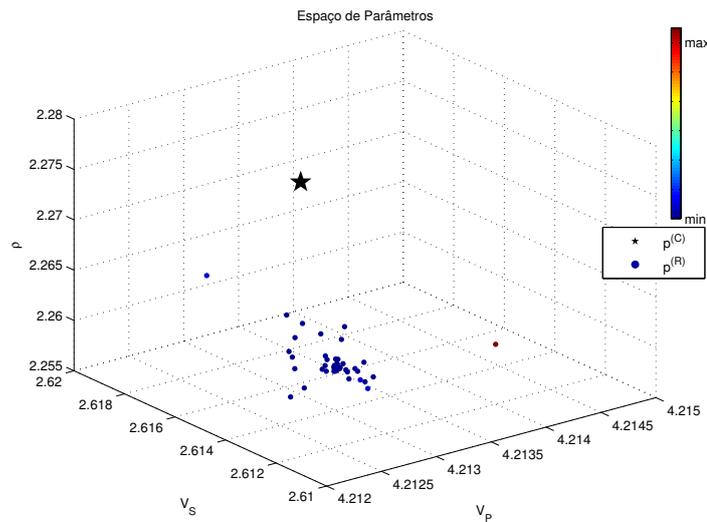


Figura 18 - Soluções da inversão para os dados sintéticos com ruído.

### Critério Final

Sumarizando as observações dos testes e análises da performance do algoritmo:

1. Utilizando valores de  $n \sim 50$  (número de passos do algoritmo  $I$ ) já tem-se um espaço amostral grande o suficiente para o comportamento do erro médio  $\varepsilon_{médio}$  estabilizar-se e para buscar-se um  $\varepsilon_{passo}$  mínimo com uma precisão melhor do que a do  $(\varepsilon_{médio})_{final}$ ;
2. Utilizando-se o pior caso de performance do algoritmo com o critério de erro  $(\varepsilon_{passo})_{min}$ , obtém-se um erro da ordem de  $10^{-5}$  para dados sem ruído;
3. Ruídos introduzidos nos dados conduzem a erros da ordem de  $10^{-2}$  a  $10^{-3}$ ;
4. O ponto de parâmetros recuperados pelo algoritmo  $(p^{(R)})$  correspondente à iteração de  $I$  que apresentou o menor  $(\varepsilon_{passo})_{min}$  é o que apresenta menor valor de função objetivo;

Considerando os resultados acima a configuração, o critério escolhido a partir de agora será:

- O critério para a escolha do ponto recuperado  $p^{(R)}$  aceito será o que apresenta menor valor de  $F_{OBJ}$ ; e o erro chamado de  $\epsilon$  a partir de agora, será o relativo a este ponto;
- O cenário de configuração utilizado para calibrar o algoritmo  $I$  será o cenário 4 com  $n \sim 50$  (tendo seu valor variado caso necessário) pois apresenta a precisão necessária para o estudo de dados ruidosos e menor tempo computacional para sua execução.

## 6.2 ANÁLISE DA COMPOSIÇÃO DAS FUNÇÕES OBJETIVO

Cada atributo sísmico definido no Capítulo 3, conduz a uma respectiva função objetivo: uma para as amplitudes, uma para o tempo de chegada e uma para a distância crítica. Para construir-se cada uma das funções objetivo utiliza-se a definição dada pela equação 22.

Utilizando-se a equação 16 para calcular a amplitude  $A$  de uma onda refletida com o ângulo  $k$ , tem-se que a função objetivo das amplitudes  $F_{OBJ}^A$  é:

$$F_{OBJ}^A = \sqrt{\sum_{k=\theta_0}^{\theta_{final}} (A(k)^{obs} - A(k)^{calc})^2} \quad (31)$$

onde  $A(k)^{obs}$  é o dado de amplitude observado no ângulo  $k$  e  $A(k)^{calc}$  é a amplitude calculada para os modelos testados pelo algoritmo de inversão nesse mesmo ângulo. A soma ocorre com os valores de  $k$  variando do ângulo inicial de aquisição dos dados ( $\theta_0$ ) até o ângulo final de aquisição ( $\theta_{final}$ ).

Utilizando a equação 19 para o cálculo do tempo de chegada normal  $t_0$ , tem-se a função objetivo dos tempos de chegada normal, para um sismograma CMP dada simplesmente por:

$$F_{OBJ}^{t_0} = |t_0^{obs} - t_0^{calc}| \quad (32)$$

onde  $t_0^{obs}$  é o dado observado e  $t_0^{calc}$  é o respectivo valor iterado pelo algoritmo.

Analogamente para a componente referente à distância crítica (equação 20) tem-se:

$$F_{OBJ}^{x_c} = |x_c^{obs} - x_c^{calc}| \quad (33)$$

onde  $x_c^{obs}$  é o dado observado da distância crítica e  $x_c^{calc}$  é o respectivo valor calculado para os modelos durante a inversão.

Serão testadas agora diferentes formas de associação e combinação das funções objetivos com o intuito de analisar a influência dos respectivos atributos no processo de inversão. As funções objetivo 31, 32 e 33 serão combinadas de 4 maneiras diferentes:

- Somatória simples

O primeiro modo de construção é uma função objetivo construída como sendo a soma das funções objetivos individuais provenientes dos 3 atributos sísmicos:

$$F_{OBJ}^1 = F_{OBJ}^A + F_{OBJ}^{t_0} + F_{OBJ}^{x_c}$$

$$F_{OBJ}^1 = \sqrt{\sum_{k=\theta_0}^{\theta_{final}} (A(k)^{obs} - A(k)^{calc})^2} + |t_0^{obs} - t_0^{calc}| + |x_c^{obs} - x_c^{calc}| \quad (34)$$

- Mínimos Quadrados do conjunto total de atributos

Para a construção da função objetivo desta segunda maneira, os dados de distância crítica e de tempo de reflexão normal foram tratados como sendo apenas mais uma informação dentro de um vetor de dados já contendo os valores das amplitudes. Em outras palavras, foi criado um vetor de dados  $d = (A(\theta), t_0, x_c)$  que foi minimizado a partir da diferença dos mínimos quadrados:

$$F_{OBJ}^2 = F_{OBJ}^{A,t_0,x_c} = \sqrt{(d^{obs} - d^{calc})^2}$$

$$F_{OBJ}^2 = F_{OBJ}^{A,t_0,x_c} = \sqrt{\sum_{k=\theta_0}^{\theta_{final}} (A(k)^{obs} - A(k)^{calc})^2 + (t_0^{obs} - t_0^{calc})^2 + (x_c^{obs} - x_c^{calc})^2} \quad (35)$$

- Soma Mínimos Quadrados das Amplitudes e do conjunto parcial do tempo de chegada e distância crítica

Nesta terceira forma de construir a função objetivo utilizou-se a soma da função objetivo das amplitudes (equação 31) com a função objetivo correspondente aos mínimos quadrados do conjunto parcial do tempo de chegada com a distância crítica:

$$F_{OBJ}^3 = F_{OBJ}^A + F_{OBJ}^{t_0,x_c}$$

$$F_{OBJ}^3 = \sqrt{\sum_{k=\theta_0}^{\theta_{final}} (A(k)^{obs} - A(k)^{calc})^2 + \sqrt{(t_0^{obs} - t_0^{calc})^2 + (x_c^{obs} - x_c^{calc})^2}} \quad (36)$$

- Inversão somente com as Amplitudes

Foi também executado um exemplo de inversão com a função objetivo somente com a contribuição das amplitudes.

$$F_{OBJ}^4 = F_{obj}^A$$

$$F_{OBJ}^4 = \sqrt{\sum_{k=\theta_0}^{\theta_{final}} (A(k)^{obs} - A(k)^{calc})^2} \quad (37)$$

As inversões foram executadas novamente utilizando os mesmos dados e parâmetros controle das Tabelas 3a e 3b e das Figuras 14a e 14b para os casos de  $\phi = 5\%$  e  $\phi = 20\%$  respectivamente.

$F_{OBJ}$	$\epsilon$
$F_{obj}^1$	4.4367e-06
$F_{obj}^2$	6.3564e-06
$F_{obj}^3$	4.8745e-06
$F_{obj}^4$	1.9545e-06

(a)  $\phi = 5\%$ .

$F_{OBJ}$	$\epsilon$
$F_{obj}^1$	6.7337e-06
$F_{obj}^2$	2.8270e-06
$F_{obj}^3$	1.9280e-05
$F_{obj}^4$	8.8707e-06

(b)  $\phi = 20\%$ .

Tabela 6 - Análises da composição da  $F_{OBJ}$  a partir de dados ideais: erro mínimo encontrado durante a execução do Algoritmo de Inversão ( $I$ ).

Pode-se observar nos resultados da Tabela 6 que a precisão no caso ideal (sem ruído nos dados) de todas as  $F_{OBJ}$  é da ordem de  $10^{-6}$  a  $10^{-5}$  conforme já havia se observado na seção de análises de performance. na qual a  $F_{OBJ}$  utilizada nos testes foi a  $F_{OBJ}^3$ .

#### *Efeito de ruído nos dados*

As inversões realizadas até aqui para as  $F_{OBJ}$  utilizaram dados sem ruído. Os erros das soluções obtidas da inversão utilizando-se os dados ruidosos das Figuras 17a e 17b para a execução de  $I$  são apresentados na Tabela 7.

Note que o erro  $\epsilon$ , utilizado como critério de escolha das melhores  $F_{OBJ}$ , é composto pelas componentes de erro na recuperação de  $V_P$ ,  $V_S$  e  $\rho$ , conforme a equação 30. É interessante quantificar a contribuição de  $\epsilon_{V_P}$ ,  $\epsilon_{V_S}$  e  $\epsilon_\rho$  na composição do erro total  $\epsilon$ . Pode-se explicitar as componentes que contribuem para a composição do erro reescrevendo a equação 30 como:

$$\epsilon = p^{(R)} - p^{(C)} = \sqrt{\left(V_P^{(R)} - V_P^{(C)}\right)^2 + \left(V_S^{(R)} - V_S^{(C)}\right)^2 + \left(\rho^{(R)} - \rho^{(C)}\right)^2}$$

$$\epsilon = p^{(R)} - p^{(C)} = \sqrt{\left(\epsilon_{V_P}\right)^2 + \left(\epsilon_{V_S}\right)^2 + \left(\epsilon_\rho\right)^2} \quad (38)$$

Na Tabela 7, também estão quantificadas as contribuições de cada componente para o erro total.

Observando-se os resultados presentes nas Tabelas 7a e 7b pode-se notar claramente uma equivalência entre o par de funções objetivo  $F_{OBJ}^1$  e  $F_{OBJ}^3$  e entre o par  $F_{OBJ}^2$  e  $F_{OBJ}^4$ . Levando-se em conta as equações 34, 35, 36 e 37 conclui-se que essa equivalência ocorre devido ao maior peso dado aos atributos  $x_c$  e  $t_0$  nas  $F_{OBJ}^1$  e  $F_{OBJ}^3$  e o menor peso dado a eles nas  $F_{OBJ}^2$  e  $F_{OBJ}^4$ .

O par que conduz aos menores erros, ao contrário do esperado, é o par  $F_{OBJ}^2$  e  $F_{OBJ}^4$ , aquele que dá menos importância ao  $x_c$  e ao  $t_0$ . O esperado seria que, ao introduzir-se

$F_{OBJ}$	$\epsilon$	$\epsilon_{V_P}$	$\epsilon_{V_S}$	$\epsilon_{\rho}$
$F_{obj}^1$	0.0082	2.7157e-04	0.0035	0.0074
$F_{obj}^2$	0.0081	3.2434e-04	0.0028	0.0076
$F_{obj}^3$	0.0084	3.0104e-04	0.0038	0.0075
$F_{obj}^4$	0.0078	3.0159e-05	0.0034	0.0070

(a)  $\phi = 5\%$ .

$F_{OBJ}$	$\epsilon$	$\epsilon_{V_P}$	$\epsilon_{V_S}$	$\epsilon_{\rho}$
$F_{obj}^1$	0.0038	9.2302e-04	0.0020	0.0031
$F_{obj}^2$	0.0036	4.4834e-04	0.0023	0.0027
$F_{obj}^3$	0.0039	1.0687e-04	0.0025	0.0030
$F_{obj}^4$	0.0037	9.8623e-04	0.0019	0.0030

(b)  $\phi = 20\%$ .

Tabela 7 - Contribuição de cada componente do erro na composição total de  $\epsilon$  para cada  $F_{OBJ}$  a partir de dados ruidosos.

atributos mais sensíveis na função objetivo, principalmente o  $x_c$  (altamente sensível à variação de velocidade na camada reservatório), os resultados fossem melhores para inversões baseadas nessas funções objetivo.

Foi efetuado, então, um teste introduzindo ruído apenas nos valores de amplitude e utilizando os valores de  $x_c$  e  $t_0$  sem ruído (Figuras 17a/17b e 14a/14b respectivamente) obtém-se os resultados conforme a Tabela 8.

Observa-se claramente uma melhora muito grande no erro associado apenas às componentes  $\epsilon_{V_P}$  do par  $F_{OBJ}^1$  e  $F_{OBJ}^3$ , exatamente o par de funções objetivo mais sensível às informações de distância crítica e de tempo normal.

Tal fato pode ser explicado, pois ao utilizar a informação de apenas um sismograma, tem-se apenas um dado de  $t_0$  e um de  $x_c$  sendo considerados para a inversão, ao contrário das amplitudes aonde tem-se diversos dados dentro de um mesmo sismograma (180 dados,  $\theta$  foi variado de  $0^\circ$  a  $90^\circ$  com passos de  $0.5^\circ$ ).

Desse modo, não há dados suficientes para que haja um aumento na razão sinal-ruído das informações de  $x_c$  e  $t_0$ , ou seja, não há um espaço amostral suficiente para que o ruído se cancele e a informação de interesse seja preservada nos dados. O mesmo não ocorre no caso dos valores de amplitude pois, em um mesmo sismograma, pode-se extrair informação para vários ângulos de incidência.

$F_{OBJ}$	$\epsilon$	$\epsilon_{V_P}$	$\epsilon_{V_S}$	$\epsilon_\rho$
$F_{obj}^1$	0.0080	-8.6345e-08	0.0035	0.0072
$F_{obj}^2$	0.0078	2.3087e-04	0.0032	0.0071
$F_{obj}^3$	0.0081	9.1234e-08	0.0035	0.0073
$F_{obj}^4$	0.0077	-2.4032e-04	0.0034	0.0069

(a)  $\phi = 5\%$ .

$F_{OBJ}$	$\epsilon$	$\epsilon_{V_P}$	$\epsilon_{V_S}$	$\epsilon_\rho$
$F_{obj}^1$	0.0037	4.8061e-08	0.0025	0.0027
$F_{obj}^2$	0.0034	6.5292e-04	0.0023	0.0024
$F_{obj}^3$	0.0037	-2.0687e-07	0.0024	0.0028
$F_{obj}^4$	0.0035	9.8623e-04	0.0017	0.0029

(b)  $\phi = 20\%$ .

Tabela 8 - Contribuição de cada componente do erro na composição total de  $\epsilon$  para cada  $F_{OBJ}$  a partir de dados ruidosos apenas no atributo de amplitude.

#### *Melhor escolha de $F_{OBJ}$*

A partir dos resultados apresentados nessa seção, vemos que o par  $F_{OBJ}^1$  e  $F_{OBJ}^3$  conduz aos menores valores de erro e, conseqüentemente, aos melhores resultados, principalmente na recuperação de  $V_P$  no caso aonde foram usados para a inversão os dados nos quais foram introduzidos ruídos apenas nos valores de amplitude e utilizando os valores de  $x_c$  e  $t_0$  sem ruído. Portanto se forem utilizadas mais informações de  $x_c$  e  $t_0$  de mais de um sismograma, pode-se melhorar de maneira contundente a eficiência na recuperação de  $V_P$ .

Tanto  $F_{OBJ}^1$  quanto  $F_{OBJ}^3$  apresentam-se com a mesma eficiência computacional nas recuperações dos parâmetros, e não há motivo para preterir uma a outra. A  $F_{OBJ}^1$  será escolhida aqui para as próximas análises por pura simplicidade.

### 6.3 ANÁLISES PARA FAIXAS DISTINTAS DE ÂNGULOS

Conforme discutido no Capítulo 3, no caso da variação da amplitude com o ângulo, a região do ângulo crítico tem maior sensibilidade às variações da velocidade da camada reservatório. Nessa seção, a eficiência de recuperação do algoritmo será testada para diferentes faixas de dados de amplitude:

- $R_{PP}^{near}$ : região abrangendo apenas ângulos pequenos e não incluindo a região do ângulo crítico;
- $R_{PP}^{mid}$ : região abrangendo até ângulos médios incluindo a região do ângulo crítico;
- $R_{PP}^{far}$ : região abrangendo até ângulos longos também contendo a região do ângulo crítico;

Nas Figuras 19 e 20, pode-se observar essas regiões para os modelos com  $\phi = 5\%$  e  $\phi = 20\%$  respectivamente.

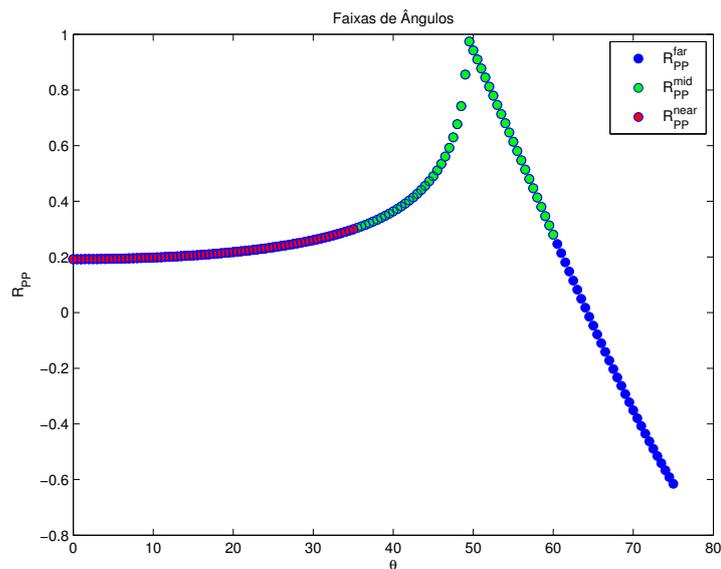


Figura 19 - Faixas de ângulos consideradas para a inversão no modelo  $\phi = 5\%$ .

A partir das faixas de ângulos definidas, foram efetuadas inversões a partir dos dados ruidosos dos modelos de  $\phi = 5\%$  e de  $\phi = 20\%$ . Os resultados estão na Tabela 9.

Analisando os resultados pode-se notar que ao incluir a região do ângulo crítico o erro total da inversão sofre considerável queda nos dois modelos. Já a inclusão de afastamentos mais longos não incorpora mais nenhuma informação adicional e não há melhora na inversão.

Na prática, incluir medidas de amplitudes em ângulos maiores implica em adquirir os dados em afastamentos mais longos. Em geral, a faixa de amplitudes utilizada na inversão é a da região de afastamentos mais curtos, exatamente a região aonde a sensibilidade às variações de

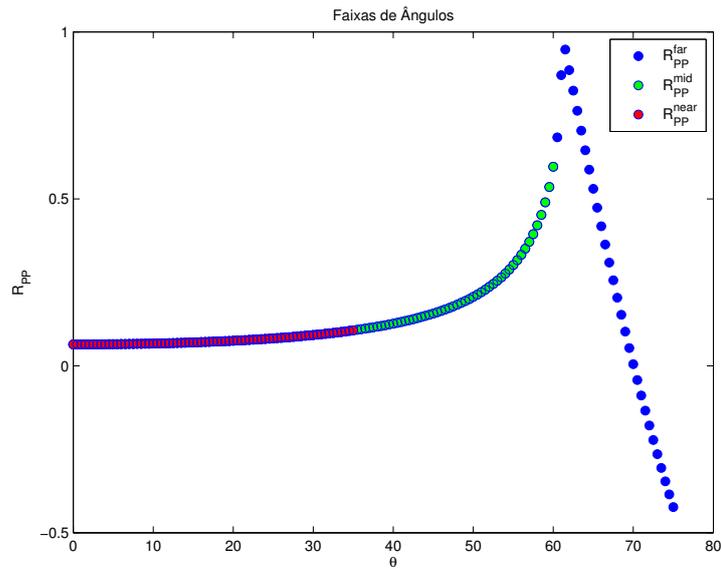


Figura 20 - Faixas de ângulos consideradas para a inversão no modelo  $\phi = 20\%$ .

$R_{PP}$ invertido	$\epsilon$	$\epsilon_{V_P}$	$\epsilon_{V_S}$	$\epsilon_{\rho}$
$R_{PP}^{near}$	0.0066	0.0009	0.0063	0.0018
$R_{PP}^{mid}$	0.0052	2.3087e-05	0.0049	-0.0016
$R_{PP}^{far}$	0.0049	2.1321e-05	-0.0046	0.0017

(a)  $\phi = 5\%$ .

$R_{PP}$ invertido	$\epsilon$	$\epsilon_{V_P}$	$\epsilon_{V_S}$	$\epsilon_{\rho}$
$R_{PP}^{near}$	0.0035	0.0005	-0.0031	-0.0015
$R_{PP}^{mid}$	0.0024	1.5893e-05	0.0019	-0.0015
$R_{PP}^{far}$	0.0024	1.4443e-05	0.0017	0.0017

(b)  $\phi = 20\%$ .

Tabela 9 - Contribuição de cada componente do erro na composição total de  $\epsilon$  para cada  $R_{PP}$  na inversão das amplitudes em diferentes faixas de ângulos.

velocidade na camada reservatório é menor. Portanto, ao incluir afastamentos mais longos, ultrapassando o ângulo crítico, pode-se obter melhora na precisão dos parâmetros recuperados.

#### 6.4 ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DE ERROS NOS PARÂMETROS ASSUMIDOS COMO CONHECIDOS

Em nossas análises, os valores de velocidade, densidade da camada superior e profundidade do topo do reservatório são assumidos como conhecidos e corretos. Na prática, esses parâmetros são estimados de dados experimentais, da sísmica convencional e de dados de poço, e por isso podem estar afetados de erros experimentais e de interpretação.

É interessante, a fim de quantificar o efeito da influência de erros na estimativa em cada um desses parâmetros, conduzir testes medindo o efeito desses erros na recuperação dos parâmetros da inversão.

Foi introduzido um erro de 5% separadamente em cada parâmetro da camada selante ( $h_t$ ,  $V_1$ ,  $\rho_1$ ,  $V_{S1}$ ) e realizada uma inversão para a estimativa de  $V_P$ ,  $V_S$  e  $\rho$ . Foram invertidos os dados ideais dos modelos de  $\phi = 5\%$  e  $\phi = 20\%$  das Figuras 14a e 14b pois deseja-se extrair o erro introduzido apenas pela estimativa incorreta do parâmetro individualmente. Também foi realizado um teste com todos os parâmetros da camada selante errados.

parâmetro errado	$\epsilon$	$\epsilon_{V_P}$	$\epsilon_{V_S}$	$\epsilon_\rho$
sem erro	8.8595e-06	3.6453e-06	4.8732e-06	6.4385e-06
$h_t$	1.0009e-05	4.5356e-06	5.8312e-06	6.8733e-06
$V_1$	0.1012	0.0832	0.0367	0.0443
$\rho_1$	0.0502	0.0098	0.0289	0.0399
$V_{S1}$	0.0908	0.0765	0.0479	0.0096
todos	0.1789	0.0975	0.0543	0.1398

(a) Erros induzidos por cada parâmetro da camada selante no modelo de  $\phi = 5\%$ .

parâmetro errado	$\epsilon$	$\epsilon_{V_P}$	$\epsilon_{V_S}$	$\epsilon_\rho$
sem erro	7.3005e-06	3.9543e-07	6.1038e-06	3.9855e-06
$h_t$	9.0864e-06	7.1936e-06	4.9524e-07	5.5290e-06
$V_1$	5.5470e-05	5.5293e-05	3.5299e-06	2.6790e-06
$\rho_1$	7.7840e-04	7.7835e-04	5.6785e-06	6.4365e-05
$V_{S1}$	6.6517e-05	6.5458e-05	6.4584e-06	9.8978e-06
todos	1.3270e-04	8.7659e-05	4.3346e-05	8.9703e-05

(b) Erros induzidos por cada parâmetro da camada selante no modelo de  $\phi = 20\%$ .

Tabela 10 - Influência, na recuperação dos parâmetros do reservatório, de erros na estimativa prévia de cada parâmetro da camada selante.

Na Tabela 10, estão sumarizados os parâmetros que tiveram seus valores alterados com erro de 5% e como se comportaram as inversões.

Pode-se observar que no modelo de reservatório com porosidade maior, introduzir erro nos parâmetros da camada selante não conduz a aumento de erros nos parâmetros invertidos. Já no caso do reservatório menos poroso tem-se uma sensibilidade muito maior à introdução de erros nos parâmetros da rocha selante; há um aumento muito significativo nos erros.

Tal fato corrobora a dificuldade já conhecida de obter-se resultados satisfatórios no monitoramento de reservatórios pouco porosos. Mesmo com a introdução da informação da distância crítica, caso os parâmetros do modelo da rocha selante não sejam bem estimados, é difícil obter bons resultados em reservatório menos porosos.

Levando em conta o resultado seria interessante, em um caso real, buscar diminuir o erro nas estimativas dos parâmetros conhecidos do modelo para que haja maior chance de melhora na performance da inversão.

## 6.5 SENSIBILIDADE DO ALGORITMO À VARIAÇÕES DE SATURAÇÃO

Em posse dos resultados da performance do algoritmo, pode-se realizar uma análise preliminar a respeito da sua sensibilidade à variações de saturação. O gráfico da variação da velocidade da onda P com a saturação da Figura 11 é apresentado em escala ampliada na Figura 20, dando maior atenção a um determinado intervalo de saturações no modelo de reservatório menos poroso ( $\phi = 5\%$ ).

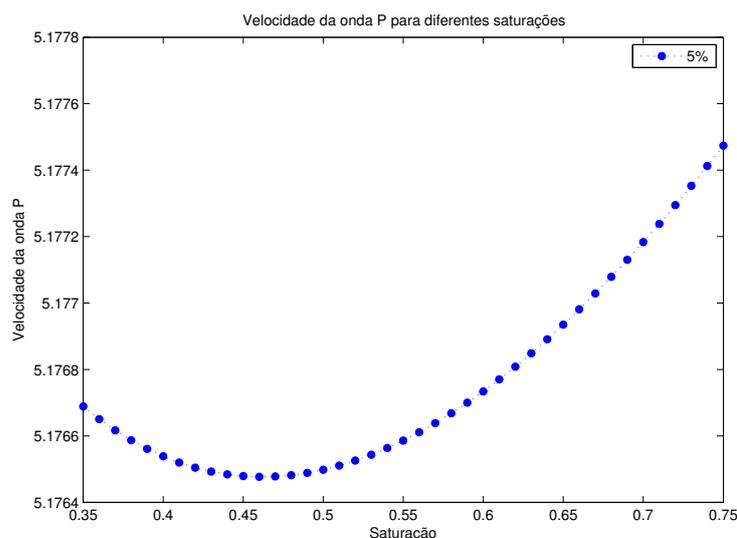


Figura 21 - Velocidade da onda P em função da saturação em detalhe.

Observando as variações de  $V_P$  correspondentes aos intervalos de variação da saturação

apresentados na Tabela 11, tem-se para  $\Delta S_1$  um  $\Delta V_P \sim 5.1775 - 5.1772 = 0.0003 \sim 10^{-4}$ ; para  $\Delta S_2$  um  $\Delta V_P \sim 5.1775 - 5.1767 = 0.0008 \sim 10^{-3}$  e para  $\Delta S_3$  tem-se  $\Delta V_P \sim 5.1775 - 5.1766 = 0.0009 \sim 10^{-3}$ . Comparando-se os valores de  $\Delta V_P$  com a precisão do algoritmo na recuperação de  $V_P$  apresentadas nas Tabelas 6, 7 e 8 vê-se que no caso sem ruído a resolução é suficiente para resolver a velocidade e no caso com ruído a resolução oscila no limite do necessário para resolver a velocidade.

Deste modo, com o intuito de monitorar a saturação de óleo no reservatório, um método para recuperá-la a partir dos parâmetros da inversão  $(V_P, V_S, \rho)$  foi desenvolvido e testado. O método consiste em:

- Efetuar uma modelagem em um momento  $t_1$  da vida do reservatório para uma dada configuração de saturação obtendo assim os atributos sísmicos para tal estado do reservatório;
- Esses atributos são invertidos e obtêm-se os parâmetros recuperados  $p_{(t_1)}^{(R)} = (V_P^{(R)}, V_S^{(R)}, \rho^{(R)})_{(t_1)}$  em  $t_1$ ;
- Após um intervalo de produção do reservatório, o processo é repetido num momento  $t_2$  obtendo-se os parâmetros recuperados  $p_{(t_2)}^{(R)} = (V_P^{(R)}, V_S^{(R)}, \rho^{(R)})_{(t_2)}$  para essa nova configuração de saturação do reservatório;
- Para cada um dos  $p_{(t_1)}^{(R)}$  e  $p_{(t_2)}^{(R)}$  utiliza-se a teoria de Gassmann para estabelecer uma conexão com a saturação de óleo no reservatório em cada um desses momentos.

Com o intuito de estabelecer tal conexão, utilizando as equações 7, e 11 (Média de Reuss), resolveu-se as equações para a saturação  $S$ . Desse modo obteve-se a saturação  $S$  de óleo no reservatório em função de  $K_{sat}$ :

$$S = - \frac{\left( \phi + \frac{K_d}{K_0} - \frac{K_0 \phi}{K_{H_2O}} + \frac{K_0 \left( \frac{K_d}{K_0} - 1 \right)^2}{K_{sat} - K_d} - 1 \right)}{K_0 \phi \left( \frac{1}{K_{H_2O}} - \frac{1}{K_{oil}} \right)} \quad (39)$$

aonde  $K_d$  é dado pela equação 9. Também podemos reescrever as equações 1, 2, como:

$$K_{sat} = \rho \left( V_P^2 - \frac{4}{3} V_S^2 \right) \quad (40)$$

Desse modo pode-se utilizar os parâmetros invertidos  $p^{(R)} = (V_P^{(R)}, V_S^{(R)}, \rho^{(R)})$  para encontrar o valor de  $K_{sat}$  e em seguida utilizar  $K_{sat}$  para recuperar a saturação  $S$ .

Utilizando as equações 39 e 40 pôde-se utilizar os parâmetros das inversões dos atributos sísmicos em dois momentos distintos da vida do reservatório e recuperar a saturação de óleo

no reservatório. Foram efetuados testes de sensibilidade para três intervalos de variação de saturação no reservatório conforme a Tabela 11.

	$S_i$	$S_f$	Variação Percentual
$\Delta S_1$	0.75	0.7125	5%
$\Delta S_2$	0.75	0.6000	20%
$\Delta S_3$	0.75	0.3750	50%

Tabela 11 - Variações de saturação no reservatório.

Para cada um dos três casos de variações, foram efetuados os testes em 2 cenários, um utilizando os dados controle com ruído e o outro sem ruído. Para cada um dos cenários foi simulado um caso de reservatório menos poroso ( $\phi = 5\%$ ) e um de reservatório mais poroso ( $\phi = 20\%$ ).

Nas Tabelas 12, 13 e 14 encontram-se os resultados das simulações das recuperações de  $\Delta S_1^{(R)}$ ,  $\Delta S_2^{(R)}$  e  $\Delta S_3^{(R)}$  a partir dos parâmetros invertidos para um caso de saturação inicial  $S_i$  no momento  $t_1$  e dos parâmetros invertidos para um caso de saturação final  $S_f$  no momento  $t_2$  de acordo com as variações apresentadas na Tabela 11. Nelas também estão relacionados os erros  $\epsilon_S$  que são os erros das inversões que geraram os parâmetros  $p^{(R)}$  utilizados para o cálculo da saturação no momento inicial (indicado pelo índice "i") e no momento final (indicado pelo índice "f").

Modelo	$S_i$	$\epsilon_{S_i}$	$S_f$	$\epsilon_{S_f}$	$\Delta S_1^{(R)}$
$\phi = 5\%$	0.7491	1.1653e-05	0.7126	1.5407e-05	4.86%
$\phi = 20\%$	0.7502	2.0494e-05	0.7128	2.2809e-05	4.99%

(a) Resultados das recuperações para  $\Delta S_1$  utilizando dados **sem** ruído.

Modelo	$S_i$	$\epsilon_{S_i}$	$S_f$	$\epsilon_{S_f}$	$\Delta S_1^{(R)}$
$\phi = 5\%$	4.3683	0.0085	1.4226	0.0050	67.43%
$\phi = 20\%$	0.5953	0.0107	0.7386	0.0021	-24.06%

(b) Resultados das recuperações para  $\Delta S_1$  utilizando dados **com** ruído.

Tabela 12 - Resultados das recuperações da variação de saturação ( $\Delta S_1$ ), onde os índices "i" e "f" referem-se, respectivamente, aos estados inicial e final; e  $\epsilon_S$  corresponde ao erro (dado pela equação 30) nos resultados da inversão.

Modelo	$S_i$	$\epsilon_{S_i}$	$S_f$	$\epsilon_{S_f}$	$\Delta S_2^{(R)}$
$\phi = 5\%$	0.7462	4.6060e-05	0.5992	1.3845e-05	19.70%
$\phi = 20\%$	0.7500	9.7421e-06	0.6000	7.9277e-06	20.00%

(a) Resultados das recuperações para  $\Delta S_2$  utilizando dados **sem** ruído.

Modelo	$S_i$	$\epsilon_{S_i}$	$S_f$	$\epsilon_{S_f}$	$\Delta S_2^{(R)}$
$\phi = 5\%$	4.3630	0.0085	0.2879	0.0054	93.40%
$\phi = 20\%$	0.5947	0.0107	0.6995	0.0089	-17.61%

(b) Resultados das recuperações para  $\Delta S_2$  utilizando dados **com** ruído.

Tabela 13 - Resultados das recuperações da variação de saturação ( $\Delta S_2$ ), onde os índices " $i$ " e " $f$ " referem-se, respectivamente, aos estados inicial e final; e  $\epsilon_S$  corresponde ao erro (dado pela equação 30) nos resultados da inversão.

Modelo	$S_i$	$\epsilon_{S_i}$	$S_f$	$\epsilon_{S_f}$	$\Delta S_3^{(R)}$
$\phi = 5\%$	0.7504	5.7837e-06	0.3748	4.8105e-06	50.05%
$\phi = 20\%$	0.7501	1.6453e-05	0.3750	2.1830e-05	50.00%

(a) Resultados das recuperações para  $\Delta S_3$  utilizando dados **sem** ruído.

Modelo	$S_i$	$\epsilon_{S_i}$	$S_f$	$\epsilon_{S_f}$	$\Delta S_3^{(R)}$
$\phi = 5\%$	4.3499	0.0084	0.0769	0.0070	98.2321
$\phi = 20\%$	0.5957	0.0106	0.4876	0.0117	18.13%

(b) Resultados das recuperações para  $\Delta S_3$  utilizando dados **com** ruído.

Tabela 14 - Resultados das recuperações da variação de saturação ( $\Delta S_3$ ), onde os índices " $i$ " e " $f$ " referem-se, respectivamente, aos estados inicial e final; e  $\epsilon_S$  corresponde ao erro (dado pela equação 30) nos resultados da inversão.

Observando os resultados, pode-se notar que nos casos de monitoramento utilizando-se dados ideais (Tabelas 12a, 13a e 14a) obtém-se resultados excelentes em ambos os modelos, entretanto nota-se resultados extremamente precisos no caso do reservatório mais poroso.

Já ao introduzir-se ruído aos dados a serem invertidos, os resultados não apresentam-se satisfatórios; existe ainda um tendência de resultados "menos piores" para o reservatório mais poroso.

Observando-se, por exemplo, na Tabela 13b o valor do erro na recuperação dos parâmetros ( $V_P^{(R)}$ ,  $V_S^{(R)}$ ,  $\rho^{(R)}$ ) no caso da saturação inicial para o modelo de reservatório mais poroso, encontra-se o valor de 0.0107; este valor é um valor razoável de erro na estimativa de  $V_P$ ,  $V_S$

e  $\rho$ , entretanto, ao utilizar-se as equações 39 e 40 para recuperar a saturação obtém-se o valor de 59%. Na mesma tabela para, o mesmo erro para o reservatório menos poroso conduz a erros mais absurdos ainda. Tal fato deve-se a grande instabilidade da equação 39, pequenas alterações nos parâmetros propagam-se de maneira extremamente violenta para a saturação.

## 7 CONCLUSÕES

Ao longo do trabalho, foram desenvolvidas análises sobre a performance do algoritmo de inversão utilizando diferentes configurações do algoritmo genético; também foram abordados estudos sobre a composição da Função Objetivo considerando diferentes atributos utilizados no momento de sua construção; além disso a incorporação de diferentes faixas de ângulos na inversão das amplitudes foi analisada com o intuito de verificar a influência da incorporação da região em torno do ângulo crítico para o resultado da inversão do coeficiente de reflexão da onda P; a análise da influência de erros nos parâmetros da rocha selante assumidos como conhecidos também foi investigada; por fim, um teste do método desenvolvido para recuperar a saturação de óleo na camada reservatório utilizando o algoritmo foi realizado.

Ao estudar-se a performance do algoritmo de inversão desenvolvido, pode-se notar que quanto maior a população iterada pelo algoritmo genético, menor é o erro na inversão dos parâmetros, entretanto, mesmo com a população menor o algoritmo entregava erros da mesma ordem de grandeza mas com menor custo computacional. Desse modo optou-se pelas configurações com melhor custo benefício, aquelas que entregam erros de mesma ordem mas com menor custo computacional. Também foi observado que ao incluir-se ruídos nos dados utilizados na inversão, mesmo o pior cenário de configuração do algoritmo entregava resultados com precisão suficiente para estudar-se as inversões de dados ruidosos pois o erro introduzido aos parâmetros recuperados devido a utilização de dados ruidosos (Tabela 5), era duas ordens de grandeza maior do que a precisão do algoritmo (Tabela 4).

Em seguida, na análise da construção das Funções Objetivo, notou-se que as funções  $F_{OBJ}^1$  e  $F_{OBJ}^3$  (equações 34 e 36) conduzem aos menores valores de erro e, conseqüentemente, aos melhores resultados. Entretanto isso ocorre para inversões aonde existe um nível de certeza muito grande na estimativa dos atributos da distância crítica e do tempo normal de reflexão. Essas duas formas de compor a função objetivo são as que dão maior peso aos atributos  $x_c$  e  $t_0$ . Uma sugestão seria desenvolver metodologias de inversão utilizando uma das duas funções citadas acima, atribuindo-se pesos aos atributos  $x_c$  e  $t_0$ , baseados no nível de certeza da extração desses valores dos dados reais. Quanto maior a certeza na estimativa dos valores de  $x_c$  e  $t_0$ , maior o peso dado a eles na composição da Função Objetivo.

No que se refere a incorporação das diferentes faixas de ângulos na inversão das amplitudes utilizando a equação exata de Zoeppritz, viu-se que ao introduzir a faixa de ângulos que contém a região do ângulo crítico há uma notável diminuição do erro na inversão dos parâmetros. Isso mostra que a região de ângulos intermediários pode trazer grande quantidade de informações devido à maior energia refletida na faixa do ângulo crítico.

Já ao analisar-se a influência de erros nos parâmetros assumidos como conhecidos na camada

selante, o resultado obtido mostra que é mais fácil extrair informações no caso de reservatórios mais porosos. Isso ocorreu pois os erros nos parâmetros da rocha selante, foram propagados para os parâmetros invertidos de maneira muito mais contundente no caso do reservatório menos poroso (conforme tabelas 10a e 10b).

Na realização do teste do método desenvolvido para para estimar os valores de saturação do reservatório, e efetivamente monitorá-lo, obteve-se êxito utilizando os dados ideais mas não ao introduzir-se ruído nos dados. Mesmo recuperando os valores dos parâmetros ( $V_P$ ,  $V_S$ ,  $\rho$ ) com razoável nível de certeza, ao utilizar-se a inversão analítica da equação de Gassmann (equação 39) para tentar recuperar os valores de saturação de óleo, o que observou-se é um comportamento altamente sensível que merece ser melhor investigado. Pequenas alterações nos parâmetros da inversão são amplificadas fortemente na determinação da saturação. O que reforça a importância de estudos numéricos controlados para a inversão de parâmetros físicos da rocha, com o intuito de verificar quais os fatores que teriam maior influência na imprecisão nos resultados.

Para contornar essa grande sensibilidade e instabilidade na inversão analítica da equação de Gassmann, é importante buscar maneiras para introduzir refinamentos na metodologia utilizada com o intuito de mitigar erros presentes tanto na inversão dos parâmetros, quanto na própria modelagem utilizada.

Uma sugestão para mitigar erros presentes na inversão sísmica utilizada, seria avaliar o uso de vínculos entre  $V_P$ ,  $V_S$  e  $\rho$  presentes nas equações 1 e 2 para melhorar sua performance na recuperação dos parâmetros.

Outros pontos que merecem destaque para um aprofundamento nos estudos são:

1. Avaliar outras funções objetivo: normalizar as funções estudadas pelo número de amostras de cada atributo; considerar as funções na norma L1;
2. A composição das funções objetivo utilizando as informações da distância crítica ( $x_c$ ) e do tempo normal de reflexão ( $t_0$ ): requer a realização de novos testes para avaliar os resultados sobre dados perturbados por ruído, porém correspondendo a um número maior de sismogramas; e para estabelecer critérios para orientar a determinação dos pesos dos atributos  $x_c$  e  $t_0$ , baseados no nível de certeza da extração desses valores dos dados reais.
3. A influência nos resultados da inversão, de erros nas informações assumidas como conhecidas para a sua execução, e de possíveis fontes de erro na extração dos atributos que serão invertidos: como por exemplo, erros na conversão afastamento – ângulo; e identificar possíveis erros tendenciosos nos valores dos atributos que seriam extraídos dos dados reais, ao invés de apenas inserir um ruído aleatório no conjunto de atributos observados.

Este trabalho vai de encontro com pesquisas atuais que procuram trazer um caráter mais quantitativo à Sísmica 4D. O estudo realizado mostrou-se de grande valor para direcionar a continuidade da pesquisa utilizando dados reais. Ao utilizar-se o ambiente controlado proporcionado pelo dados sintéticos, pode-se avaliar especificamente a influência dos fatores que afetam os resultados da inversão, o que auxiliará na utilização e avaliação de incertezas de procedimentos de inversão para extração de parâmetros petrofísicos em dados reais.

## Referências

- AKI, K.; RICHARDS, P. G. **Quantitative Seismology: Theory and Methods**. [S.l.]: University Science Books., 1980.
- BATZLE, M.; WANG, Z. Seismic properties of pore fluids. **Geophysics**, Society of Exploration Geophysicists, v. 57, n. 11, p. 1396–1408, 1992.
- BERRYMAN, J. G. Origin of gassmann's equations. **Geophysics**, Society of Exploration Geophysicists, v. 64, n. 5, p. 1627–1629, 1999.
- BOSCHETTI, F.; DENTITH, M. C.; LIST, R. D. Inversion of seismic refraction data using genetic algorithms. **Geophysics**, Society of Exploration Geophysicists, v. 61, n. 6, p. 1715–1727, 1996.
- CASTAGNA, J. P.; BACKUS, M. Offset-dependent reflectivity-theory and practice of avo analysis. **Investigations in Geophysics series**, v. 8, 1993.
- CASTAGNA, J. P.; SWAN, H. W. Principles of avo crossplotting. **The leading edge**, Society of Exploration Geophysicists, v. 16, n. 4, p. 337–344, 1997.
- DICEZARE; DIOGO, L. A. Análise de sensibilidade dos coeficientes de reflexão rpp e rps para estudo de reservatórios aren. XIII Congresso Internacional da SBGf, 2013.
- DIX, C. H. Seismic velocities from surface measurements. **Geophysics**, Society of Exploration Geophysicists, v. 20, n. 1, p. 68–86, 1955.
- GASSMANN, F. Elastic waves through a packing of spheres. **Geophysics**, Society of Exploration Geophysicists, v. 16, n. 4, p. 673–685, 1951.
- GOLDBERG, D. E.; HOLLAND, J. H. Genetic algorithms and machine learning. **Machine learning**, Springer, v. 3, n. 2, p. 95–99, 1988.
- GROCHAU, M. et al. Time-lapse seismic monitoring in carbonates-an offshore brazil successful case-study. **75th EAGE Conference & Exhibition incorporating SPE EUROPEC 2013**. 2013.
- HAN, D.-h.; BATZLE, M. L. Gassmann's equation and fluid-saturation effects on seismic velocities. **Geophysics**, Society of Exploration Geophysicists, v. 69, n. 2, p. 398–405, 2004.
- HAN, D.-h.; NUR, A.; MORGAN, D. Effects of porosity and clay content on wave velocities in sandstones. **Geophysics**, Society of Exploration Geophysicists, v. 51, n. 11, p. 2093–2107, 1986.

IKELLE, L. T.; AMUNDSEN, L. **Introduction to petroleum seismology**. [S.l.]: Society of Exploration Geophysicists Tulsa, OK, 2005.

LANDRØ, M. Future challenges and unexplored methods for 4d seismic analysis. **CSEG Recorder**, v. 31, n. special edition, 2006.

LANDRØ, M. et al. Time lapse refraction seismic—a tool for monitoring carbonate fields? **2004 SEG Annual Meeting**. 2004.

LOUIS, S. J.; CHEN, Q.; PULLAMMANAPPALLIL, S. Seismic velocity inversion with genetic algorithms. **Evolutionary Computation, 1999. CEC 99. Proceedings of the 1999 Congress on**. v. 2, 1999.

MACBETH, C.; FLORICICH, M.; SOLDI, J. Going quantitative with 4d seismic analysis. **Geophysical Prospecting**, Wiley Online Library, v. 54, n. 3, p. 303–317, 2006.

MAVKO, G.; MUKERJI, T. Seismic pore space compressibility and gassmann's relation. **Geophysics**, Society of Exploration Geophysicists, v. 60, n. 6, p. 1743–1749, 1995.

MAVKO, G.; MUKERJI, T. Bounds on low-frequency seismic velocities in partially saturated rocks. **Geophysics**, Society of Exploration Geophysicists, v. 63, n. 3, p. 918–924, 1998.

MAVKO, G.; MUKERJI, T.; DVORKIN, J. **The rock physics handbook: Tools for seismic analysis of porous media**. [S.l.]: Cambridge university press, 2009.

MURPHY, W.; REISCHER, A.; HSU, K. Modulus decomposition of compressional and shear velocities in sand bodies. **Geophysics**, Society of Exploration Geophysicists, v. 58, n. 2, p. 227–239, 1993.

NUR, A. et al. Critical porosity: a key to relating physical properties to porosity in rocks. **The Leading Edge**, Society of Exploration Geophysicists, v. 17, n. 3, p. 357–362, 1998.

RODRÍGUEZ, P. **2-D Finite Difference Modelling and Analysis of Shallow Gas Leakage Scenarios, Using Time-Lapse Refraction**. 2013. Tese (Doutorado) — Norwegian University of Science and Technology.

ROMANELLI, A. Análise do sinal sí. **Sociedade Brasileira de Geofísica (SBGf)**. Rio de Janeiro, 2010.

RUSSELL, B. H. et al. Fluid-property discrimination with avo: a biot-gassmann perspective. **Geophysics**, Society of Exploration Geophysicists, v. 68, n. 1, p. 29–39, 2003.

SAMBRIDGE, M.; DRIJKONINGEN, G. Genetic algorithms in seismic waveform inversion. **Geophysical Journal International**, Oxford University Press, v. 109, n. 2, p. 323–342, 1992.

SHERIFF, R. E.; GELDART, L. P. **Exploration seismology**. [S.l.]: Cambridge university press, 1995.

SHUEY, R. A simplification of the Zoeppritz equations. **Geophysics**, Society of Exploration Geophysicists, v. 50, n. 4, p. 609–614, 1985.

THORE, P.; HUBANS, C. 4d seismic-to-well tying, a key step towards 4d inversion. **Geophysics**, Society of Exploration Geophysicists, v. 77, n. 6, p. R227–R238, 2012.

VEIRE, H. H.; BORGOS, H. G.; LANDRØ, M. Stochastic inversion of pressure and saturation changes from time-lapse avo data. **Geophysics**, Society of Exploration Geophysicists, v. 71, n. 5, p. C81–C92, 2006.

WANG, Z. Fundamentals of seismic rock physics. **Geophysics**, Society of Exploration Geophysicists, v. 66, n. 2, p. 398–412, 2001.

ZOEPPRITZ, K. Erdbebenwellen vii. **Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse**, v. 1919, p. 57–65, 1919.