

Universidade de São Paulo
Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas
Departamento de Astronomia

Nathália Cibirka de Oliveira

**Um estudo de aglomerados de galáxias via
lentes gravitacionais: perfil de massa e
cosmologia**

São Paulo

2017

Nathália Cibirka de Oliveira

**Um estudo de aglomerados de galáxias via
lentes gravitacionais: perfil de massa e
cosmologia**

Tese apresentada ao Departamento de Astronomia do Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da Universidade de São Paulo como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Ciências.

Área de Concentração: Astronomia

Orientador(a): Prof. Dr. Eduardo Serra Cypriano

São Paulo

2017

À minha mãe Mônica, pelas alegrias e tristezas compartilhadas ao longo dessa jornada.

Agradecimentos

Ao meu orientador, Prof. Dr. Eduardo Serra Cypriano, pela dedicação e amizade durante os 6 anos de pós-graduação.

À minha mãe Mônica, por acreditar em mim e me apoiar incondicionalmente.

Aos pesquisadores Dr. Daniel Gruen, Dr. Matteo Costanzi, Steffen Hagstotz, Prof. Dr. Alexis Finoguenov, Dr. Fabrice Brimiouille e demais colaboradores do CODEX pelas contribuições significativas para o trabalho desenvolvido.

Ao Prof. Dr. Jochen Weller, pela recepção e acolhida durante minha estada de um ano no observatório da Universidade Ludwig-Maximilians - Munique.

Aos meus colegas do IAG, fundamentais durante estes anos pela troca de experiências, discussões e momentos de descontração em meio à um caminho cheio de dúvidas: Miguel Andrés (e um agradecimento especial ao café nosso de cada dia), Marcus (pela ajuda na revisão da tese), Patrícia, Mirian, Rogério, Carla, André, Fernanda, Felipe, Gustavo, Raniere, Juliana, Luciene, Jullian, Maria Luíza e tantos outros. As risadas, desabafos, o café e a cerveja compartilhados tornaram esse caminho mais prazeroso.

À todos os professores e funcionários do Departamento de Astronomia do IAG, que contribuíram para minha formação e auxiliaram nas mais diversas maneiras.

Às minhas amigas Michelle Cristina, Larissa, Rebeca e Danila pelo carinho, ajuda, incentivo e paciência.

Ao meu amigo Clayton, pelo apoio nas horas mais difíceis.

À CAPES, pelo apoio financeiro, sob o projeto nº: 99999.002684/2015-02.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro, sob o projeto nº: 142435/2014-7.

Aos institutos *Max-Planck-Institut für Extraterrestrische Physik* e *Exzellenzcluster Universe*, pelo apoio financeiro que permitiu visitas essenciais para o andamento do projeto.

À todos aquele que, de alguma maneira, estiveram ao meu lado e me ajudaram a chegar até aqui.

Esta tese/dissertação foi escrita em \LaTeX com a classe IAGTESE, para teses e dissertações do IAG.

“O conhecimento é finito, o desconhecido, infinito; intelectualmente permanecemos em uma ilha dentro de um oceano ilimitado de inexplicabilidade. Nosso objetivo em todas as gerações é reivindicar por um pouco mais de terra”

T. H. Huxley, 1887

“Não nos perguntamos qual o propósito útil dos pássaros cantarem, pois o canto é o seu prazer, uma vez que foram criados para cantar. Similarmente, não devemos perguntar por que a mente humana se inquieta com a extensão dos segredos dos céus... A diversidade do fenômeno da Natureza é tão vasta e os tesouros escondidos nos céus tão ricos, precisamente para que a mente humana nunca tenha falta de alimento.”

Johannes Kepler, *Mysterium Cosmographicum*.

Resumo

Halos de matéria escura associados a aglomerados de galáxias são as maiores estruturas a alcançarem o equilíbrio dinâmico, desempenhando um papel central tanto na restrição de parâmetros cosmológicos quanto em estudos astrofísicos.

Do lado da astrofísica, simulações numéricas dentro do cenário Λ CDM mostram um perfil de densidade universal para os halos de matéria escura. Tal perfil pode ser descrito por dois parâmetros, onde um desses parâmetros se relaciona com a concentração dos halos, e o outro é a massa. Diferentes estudos observacionais e previsões numéricas para a relação entre a massa dos halos e sua concentração, bem como sua evolução com o *redshift*, não mostram um acordo perfeito.

Dentro da cosmologia, a densidade numérica de aglomerados em função da massa e do *redshift* é sensível aos parâmetros que afetam o crescimento e o espectro de potência das perturbações da densidade linear. Especificamente, a abundância de aglomerados é sensível à densidade da matéria Ω_m e à amplitude atual das flutuações da densidade, caracterizada por σ_8 .

Esta tese se propôs a analisar dados de lentes fracas dentro do levantamento CODEX, uma amostra de aglomerados de galáxias detectados através de observações em raio-X e selecionados pela estimativa de riqueza. Com base nesses dados, medimos o perfil de densidade radial para uma sub-amostra combinada, inferindo a massa e o parâmetro de concentração médios dos aglomerados. Partindo das medidas de massa por lentes individuais e das estimativas de riqueza, determinamos a relação massa-observável para a amostra. A função de seleção do levantamento foi modelada em detalhes, o que, juntamente com as relações massa-observável, levou ao cálculo da abundância de aglomerados esperada em função do *redshift* e da riqueza. Finalmente, por meio da contagem de aglomerados CODEX obtivemos vínculos sobre os parâmetros cosmológicos σ_8 e Ω_m .

Abstract

Dark matter halos associated with galaxy clusters are the biggest structures to have reached dynamical equilibrium, playing a central role both in providing cosmological information as well as astrophysical properties.

On the astrophysical side, numerical simulations based on the Λ CDM scenario exhibit a universal density profile for dark matter halos. This profile can be described by two parameters, where one of these parameters measures the concentration of the halo, and the other is the mass. Different observational studies and numerical predictions for the relation between halo masses and their concentration parameter, as well as its evolution with redshift, do not show a perfect agreement.

As cosmological probes, the number density of galaxy clusters as a function of mass and redshift is sensitive to the parameters affecting the growth and power spectrum of the linear density perturbations. Specifically, the cluster abundance is sensitive to the matter density Ω_m and to the present amplitude of density fluctuations characterized by σ_8 .

This thesis proposed an analysis of weak lensing data within the CODEX survey, a sample of galaxy clusters initially identified from X-ray data and selected by the richness estimate. Based on these data, we have measured the radial density profile, inferring their average mass and concentration parameter by stacking the individual profiles. With the individual weak lensing mass measurements and richness estimates, we have derived the mass-observable relation for the sample. The survey selection function was carefully modelled, which together with the mass-observable relation led to the expected cluster counts as a function of redshift and mass proxy. Finally, through the cluster abundance we were able to constrain the cosmological parameters σ_8 and Ω_m based on the CODEX sample.

Lista de Figuras

1.1	Espectro de potência das flutuações de densidade obtido a partir de observações.	31
1.2	Espectro de potência das flutuações de densidade produzido pelas simulações <i>DEUS</i>	32
1.3	Evolução do raio de uma perturbação seguindo o modelo do colapso esférico.	34
1.4	Simulação cosmológica mostrando a evolução do campo de densidade da matéria escura.	35
1.5	Evolução da função de massa em diferentes cosmologias.	37
1.6	Comparação entre os perfis de densidade radial do tipo NFW e Einasto.	41
1.7	Previsões para a relação massa-concentração e para a evolução da concentração.	43
1.8	Evolução da função de massa para diferentes cosmologias.	47
1.9	Evolução observada da função de luminosidade de aglomerados.	57
2.1	Deflexão da luz por um ponto de massa.	63
2.2	Geometria típica de um sistema de lente gravitacional.	65
2.3	Variação da eficiência da lente com o <i>redshift</i>	67
2.4	Mapeamento da lente gravitacional.	69
2.5	Efeito de convergência e cisalhamento sobre uma fonte circular.	71
2.6	Imagens múltiplas produzidas por uma lente elíptica.	73
2.7	Diferentes regimes de lentes gravitacionais.	74
2.8	Simulação de uma região sob influência do efeito de lentes gravitacionais nos diferentes regimes.	75
2.9	Componentes tangencial e cruzada do cisalhamento.	76

2.10	Sistema de coordenadas para medidas de lentes fracas.	77
2.11	Imagens simuladas mostrando as fontes de ruído no sinal de lentes fracas.	79
3.1	Sensibilidade do <i>ROSAT all-sky survey</i> (RASS) na área do CODEX.	92
3.2	Posições dos aglomerados CODEX da amostra WL.	95
3.3	Distribuição da luminosidade corrigida em raio x em função do <i>redshift</i> para as diferentes amostras do CODEX.	98
3.4	Distribuição da riqueza em função do <i>redshift</i> para as diferentes amostras do CODEX.	98
3.5	Detalhe da máscara de uma imagem de ciência reduzida.	101
4.1	Valor médio de β em caixas no espaço cor-magnitude de 5 bandas.	109
4.2	Mapa de significância de massa de abertura para o aglomerado empilhado.	115
4.3	Perfil do cisalhamento tangencial da amostra empilhada.	123
4.4	Projeções uni e bidimensionais das distribuições dos posteriores para os parâmetros ajustados.	125
4.5	Distribuições da luminosidade em raio x em função do <i>redshift</i> para os aglomerados do CODEX CFHT WL, LoCuSS e CLASH.	132
4.6	Estimativa do CODEX para a luminosidade $L_{0.1-2.4keV}$ vs L_{500} obtida do catálogo MCXC.	133
4.7	Distribuição de riqueza para os aglomerados CODEX e para os aglomerados do LoCuSS e do CLASH presentes no catálogo do CODEX.	133
4.8	Melhor ajuste para os parâmetros c_{200c} e M_{200c} da amostra CODEX em $\bar{z} = 0.50$, e para as amostras LoCuSS e CLASH.	134
4.9	Relação massa-concentração obtida para o CODEX, com os intervalos de confiança de 1 e 2σ , e de previsões numéricas.	139
4.10	A relação massa-concentração prevista pela relação de Dutton & Macciò (2014) calculada no <i>redshift</i> médio da amostra CODEX CFHT WL e no <i>redshift</i> médio das amostras combinadas do LoCuSS e do CLASH.	139
4.11	Mapa de significância de abertura de massa para a amostra combinada selecionada pelo método da estimativa pontual do photo-z.	142
4.12	Perfil do cisalhamento tangencial para a pilha dos 27 aglomerados, com base no método da estimativa pontual do photo-z.	143

4.13	Projeções uni e bi-dimensionais das distribuições dos posteriores para os parâmetros ajustados, para a seleção baseada no método da estimativa pontual do photo-z.	144
4.14	Perfis do cisalhamento tangencial combinado obtidos para uma população selecionada pelos dois diferentes métodos.	145
5.1	Probabilidade de detecção de aglomerados no levantamento RASS em função da massa.	151
5.2	Distribuição de probabilidade do tempo de exposição do RASS.	151
5.3	Exemplo da distribuição da contagens de fótons observada para o CODEX.	154
5.4	Distribuições esperadas de aglomerados em função da massa para $0.3 \leq z \leq 0.4$ e $0.45 \leq z \leq 0.55$	155
5.5	Projeções bidimensionais dos ajustes MCMC para os parâmetros da relação massa-riqueza.	161
5.6	Distribuição dos dados sobre o plano $M_{\text{WL}} - \lambda$ e a relação massa-riqueza para os valores de melhor ajuste.	161
5.7	Resultado dos ajustes MCMC das distribuições do posterior para a relação massa-riqueza, comparado com resultados da literatura.	164
5.8	Distribuição dos aglomerados da amostra cosmológica do CODEX com $\lambda_{\text{SDSS}} > 60$ e $0.1 \leq z \leq 0.6$	168
5.9	Projeções uni e bi-dimensionais das distribuições do posterior dos parâmetros cosmológicos e secundários.	172
5.10	Comparação dos resultados sobre $\Omega_m - \sigma_8$ obtidos unicamente pela contagem de aglomerados CODEX e pela análise combinada com os resultados de BAO.	174
5.11	Distribuição em <i>redshift</i> para o modelo de melhor ajuste sobre a contagem de aglomerados.	174
5.12	Comparativo do resultado sobre $\Omega_m - \sigma_8$ encontrado em nossa análise e do resultado baseado nos dados de CMB do Planck.	176
5.13	Resultados sobre $\Omega_m - \sigma_8$ para a contagem de aglomerados CODEX e <i>Planck</i> e para a análise de CMB do <i>Planck</i>	177

Lista de Tabelas

3.1	Propriedades da amostra CODEX e sub-amostras CFHT CODEX para aglomerados com $z \geq 0.4$, $\lambda_{\text{SDSS}} \geq 60$	97
4.1	Resumo das distribuições dos posteriores para o ajuste do perfil de densidade empilhado.	124
4.2	Valores de melhor ajuste para diferentes abordagens sobre os parâmetros de descentralização.	127
4.3	Resumo das distribuições dos posteriores para o ajuste do perfil de densidade combinado, com base na estimativa pontual do photo-z.	143
5.1	Conjunto de parâmetros cosmológicos da análise, com a descrição do prior adotado.	171
5.2	Resultado do ajuste sobre os parâmetros cosmológicos.	173
A.1	Propriedades da população de fundo para a amostra CODEX WL.	206
B.1	Propriedades observacionais da amostra CODEX WL	208
C.1	Catálogo de massas de WL individuais para a amostra primária do CODEX.	214

Sumário

1. <i>Introdução</i>	23
1.1 Formação e evolução de estruturas	23
1.1.1 O Universo inhomogêneo	28
1.1.1.1 Evolução linear	29
1.1.1.2 Evolução não-linear	31
1.1.2 A função de massa	36
1.1.3 Halo Bias	38
1.2 Aglomerados de galáxias	38
1.2.1 Perfis de densidade	39
1.2.2 A relação massa-concentração dos halos de matéria escura	43
1.3 Cosmologia com aglomerados de galáxias	46
1.3.1 Observáveis e relações massa-observável	48
1.3.1.1 O modelo auto-similar e as relações de escala	49
1.3.1.2 Observáveis no óptico	54
1.3.1.3 Calibração da massa	55
1.3.2 Restrições sobre a matéria escura e a energia escura	56
1.4 Objetivos e estrutura de tese	58
2. <i>Técnicas de análise</i>	61
2.1 Lentes Gravitacionais	61
2.1.1 Deflexão da luz	62
2.1.2 Equação da lente e densidade crítica	65
2.1.3 Esfera isotérmica singular	67

2.1.4	O potencial efetivo de lente	68
2.1.5	Degenerescência de lâmina de massa	70
2.1.6	Regimes de lentes gravitacionais	71
2.1.7	Lentes fracas	72
2.1.8	Medidas de lentes fracas em aglomerados de galáxias	78
2.1.9	Reconstrução da distribuição de massa a partir do cisalhamento	81
2.1.10	O perfil NFW e medidas de lentes fracas	82
2.1.11	Técnica de empilhamento (<i>Stacking</i>)	83
2.2	Técnicas estatísticas	84
2.2.1	Teoria <i>Bayesiana</i>	84
2.2.2	Monte Carlo via Cadeias de Markov	86
2.2.3	Estimativa de parâmetros	88
3.	O levantamento CODEX	91
3.1	O levantamento CODEX	91
3.2	Amostra CODEX de lentes fracas	94
3.2.1	Redução de dados do CFHT	97
3.2.2	Catálogos fotométricos	101
3.2.3	Medidas do cisalhamento	101
3.2.4	Dados espectroscópicos complementares	103
4.	A concentração de aglomerados em $z \sim 0.5$	105
4.1	Seleção das galáxias de fundo	105
4.2	Erros	111
4.2.1	Incertezas sistemáticas das medidas de cisalhamento	111
4.2.2	Incertezas sistemáticas na árvore de decisão no espaço cor-magnitude	111
4.3	Análise de lentes fracas	113
4.3.1	Amostra combinada	113
4.3.2	Perfil da densidade de massa superficial	114
4.3.2.1	Contribuição do halo principal	116
4.3.2.2	O termo de <i>2-halo</i>	116
4.3.2.3	Correção do erro de centralização	118
4.3.3	A matrix de covariância	119

4.3.4	Ajuste do perfil	120
4.3.5	Resultados	122
4.3.5.1	Impacto do prior adotado para as componentes do erro de centralização	126
4.3.5.2	Impacto do procedimento de empilhamento	127
4.3.6	Comparação com outros estudos	129
4.3.6.1	As amostras de comparação	130
4.3.6.2	Comparativo entre massas e concentrações observadas	132
4.3.6.3	A relação massa-concentração de simulações	136
4.4	Análise de WL a partir da estimativa pontual do <i>redshift</i> fotométrico	140
4.4.1	Erros sistemáticos do <i>redshift</i> fotométrico	141
4.4.2	Resultados	141
4.5	Conclusões	146
5.	<i>Restringindo parâmetros cosmológicos com a amostra CODEX</i>	149
5.1	A função de seleção do levantamento CODEX	149
5.2	A relação massa-riqueza da amostra CODEX	156
5.2.1	Ajuste e resultados	159
5.3	Cosmologia com a amostra CODEX	164
5.3.1	Ajuste dos parâmetros cosmológicos	167
5.3.2	Comparação com os resultados do Planck	173
5.4	Conclusões	178
6.	<i>Perspectivas</i>	183
	<i>Referências</i>	187
	<i>Apêndice</i>	203
A.	<i>Propriedades da população de galáxias de fundo</i>	205
B.	<i>Informações observacionais</i>	207
C.	<i>Massas individuais da amostra CODEX primária</i>	213

Introdução

Halos de matéria escura, em especial aqueles associados com aglomerados de galáxias, têm uma posição de destaque dentro do paradigma atual mais aceito para a formação e evolução de estruturas no Universo.

Por serem os maiores objetos a terem atingido o equilíbrio dinâmico, aglomerados de galáxias desempenham um papel fundamental tanto dentro de estudos cosmológicos quanto astrofísicos; enquanto seu perfil de densidade e a densidade numérica dentro de intervalos específicos de massa e *redshift* trazem informação sobre modelos cosmológicos (e.g. White, Efstathiou, & Frenk 1993; Bahcall & Fan 1998; Henry 2000; Reiprich & Böhringer 2002; Henry et al. 2009), aglomerados também possibilitam estudos sobre evolução de galáxias, física de plasma, termodinâmica do meio intra-aglomerado e modelos de gravitação.

Nas seções seguintes daremos uma visão geral sobre a formação e evolução de estruturas no Universo, e abordaremos o modelo cosmológico mais aceito atualmente. Em seguida daremos ênfase aos aglomerados de galáxias, discutindo modelos que descrevem esses objetos, suas assinaturas observacionais e seu uso dentro da cosmologia.

O conteúdo apresentado a seguir foi baseado principalmente nos trabalhos de Voit (2005); Kravtsov & Borgani (2012); Bartelmann et al. (2013).

1.1 Formação e evolução de estruturas

Embora uma teoria final e completa descrevendo a formação e evolução de estruturas no nosso Universo esteja longe de ser alcançada, existem conceitos centrais aceitos pelos diversos modelos cosmológicos propostos. Dentre esses conceitos está o chamada "Princípio Cosmológico", que diz:

Não há um observador privilegiado no Universo.

Se por um lado essa afirmação diminui a importância da humanidade, retirando-a do centro do Universo, por outro lado trás a vantagem de que observações feitas de um único ponto são representativas do Universo como um todo.

A base do princípio cosmológico é a suposição de que o Universo é homogêneo e isotrópico, o que significa que as propriedades do Universo não mudam com a localização ou direção. Embora observemos grande inhomogeneidade em nossa vizinhança, em grandes escalas, da ordem de centenas de megaparsecs, as observações astronômicas dão suporte à essa hipótese.

A presença de inhomogeneidades no Universo, incluindo galáxias e aglomerados de galáxias rodeados por grandes regiões de espaço vazio, pode ser explicada por pequenos desvios da homogeneidade. Essas perturbações iniciais puderam crescer em algum momento do passado, graças à instabilidade gravitacional, levando à atual aparência da "Teia Cósmica".

Outro conceito-chave sustentado por dados observacionais é a expansão do Universo. Edwin Hubble foi o primeiro a encontrar um relação entre a distância e a cor das galáxias (Hubble, 1929), observando um deslocamento relativo do comprimento de onda $\Delta\lambda$ do espectro das galáxias para o vermelho, o chamado *redshift* $z \equiv \Delta\lambda/\lambda$, e que é proporcional à distância r em que a galáxia se encontra do observador. Esse resultado foi interpretado como um deslocamento Doppler resultante do movimento de recessão das galáxias em relação ao observador. Dentro desse contexto o *redshift* é uma medida da razão entre a velocidade de recessão da galáxia v e a velocidade da luz c , $z \simeq v/c$, o que nos leva à Lei de Hubble:

$$v = Hr, \tag{1.1}$$

onde H é a constante de Hubble. Em conjunto com o Princípio Cosmológico, a Lei de Hubble leva à conclusão de que qualquer observador no Universo assiste à todas as galáxias ao seu redor se afastarem. Esse aparente paradoxo faz sentido se interpretarmos o Universo através de um olhar dinâmico, onde o próprio espaço vazio está expandindo e aumentando a distância entre as galáxias. O primeiro a formular tal idéia foi Georges Lemaître, antes mesmo da descoberta de Hubble (Lemaître, 1927).

Outra implicação da interpretação de Lemaître é o fato de que, se o Universo está

expandindo hoje em dia, deve ter sido menor no passado. E caso essa expansão seja monotônica, leva à conclusão de que houve um início em que todo o Universo estava contido em uma região muito pequena, semelhante a um ponto, a chamada singularidade do espaço-tempo. Esse cenário é conhecido como *Big Bang* e descreve de maneira surpreendentemente boa a história de expansão do Universo.

A fim de descrever a evolução do Universo, é necessário encontrar uma solução que obedeça homogeneidade e isotropia para as equações de campo de Einstein:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (1.2)$$

onde os índices gregos representam as coordenadas do espaço-tempo, $g_{\mu\nu}$ é a métrica do espaço-tempo, $R_{\mu\nu}$ é o tensor de *Ricci* e R sua contração que caracteriza a curvatura do espaço-tempo, e $T_{\mu\nu}$ descreve qualquer forma de massa-energia.

As distâncias em tal Universo homogêneo e isotrópico podem ser descritas em termos da métrica de Robertson-Walker. Como a escala do Universo evolui com o passar do tempo, sendo expressa através do fator de escala $a(t)$, o sistema de coordenadas mais apropriado para descrever sua geometria é aquele que se expande junto com o próprio Universo. Nesse sistema comóvel expresso em coordenadas esféricas de raio r , ângulos polar ϑ e azimutal ϕ , um intervalo radial tem comprimento $a(t)dr$. A solução procurada para a equação 1.2 pode então ser expressa através de um intervalo de espaço-tempo:

$$c^2d\tau^2 = c^2dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2d\vartheta^2 + r^2\sin^2\vartheta d\phi^2 \right], \quad (1.3)$$

composto pela parte temporal dt e pela parte espacial (dentro do colchetes), multiplicada pelo fator de escala $a(t)$. O valor de K fornece a informação sobre o tipo de curvatura espacial do Universo: $K = 0$ descreve um espaço plano, $K > 0$ uma curvatura positiva (correspondendo à um universo fechado) e $K < 0$ uma curvatura negativa (universo aberto).

A equação 1.3 mostra que as distâncias físicas no Universo são proporcionais ao fator de escala $a(t)$, e portanto podemos reescrever a Lei de Hubble (eq. 1.1) em função desse fator:

$$\dot{a} = Ha. \quad (1.4)$$

É conveniente normalizar o fator de escala para que este seja igual à unidade no presente, levando à relação entre o *redshift* cosmológico z e o fator de escala no momento em que a radiação foi emitida: $a = (1 + z)^{-1}$.

Nas maiores escalas, onde o Universo se apresenta homogêneo e isotrópico, podemos aproximá-lo por um fluido perfeito com densidade de energia ρ e pressão p , relacionadas através da equação de estado $p = w\rho c^2$ com parâmetro da equação de estado w . Ao introduzirmos a equação de estado juntamente com a métrica descrita pela equação 1.3 nas equações de campo de Einstein, chegamos às equações de Friedman:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4}{3}\pi G \left(\rho + \frac{3p}{c^2} \right), \quad (1.5)$$

$$\dot{a}^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho a^2 - K \quad (1.6)$$

Fica evidente pela segunda equação de Friedman que, para uma dada taxa de expansão, a densidade de energia determinará a geometria do Universo através de sua curvatura K . Podemos portanto determinar uma densidade crítica para o qual teremos uma geometria plana ($K = 0$):

$$\rho_{\text{cr}} \equiv \frac{3H^2}{8\pi G} \quad (1.7)$$

Valores de densidade maior ou menor que a densidade crítica implicam em um Universo fechado ou aberto, respectivamente.

Uma vez que existem diferentes componentes contribuindo para a densidade de energia total do Universo, é interessante introduzir o parâmetro de densidade Ω , que é independente das várias formas de energia:

$$\Omega \equiv \frac{\rho}{\rho_{\text{cr}}} = \frac{8\pi G\rho}{3H^2}, \quad (1.8)$$

e redefinir a equação 1.6 em termos dos parâmetros de densidade e da constante de Hubble atuais ($z = 0$), $\Omega_{i,0}$ e H_0 :

$$H^2(z) = \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = H_0^2 \left[\sum_i \Omega_{i,0} a^{\gamma_i} + \Omega_{k,0} a^{-2} \right], \quad (1.9)$$

onde γ_i é o índice de escala da componente i e $\Omega_k = 1 - \sum_i \Omega_i$ é a densidade de curvatura.

Cada componente do Universo apresenta sua própria equação de estado e pode influenciar o histórico da expansão. Dentre as componentes conhecidas, podemos listar as seguintes espécies:

- A matéria não-relativística, que apresenta pressão desprezível correspondendo à $w = 0$ e $\gamma_m = -3$. Um exemplo dessa componente é a matéria escura fria (CDM, do inglês *Cold Dark Matter*), que interage principalmente de forma gravitacional. Em grandes escalas os bárions também se comportam como matéria não-relativística. Expressamos essa componente como Ω_m .
- Partículas ultra-relativísticas que exercem pressão e apresentam parâmetro da equação de estado $w = 1/3$, e $\gamma_r = -4$. Exemplos incluem a radiação eletromagnética e os neutrinos. Essa componente é expressa por Ω_r .
- A constante cosmológica de Einstein, Λ , que pode ser interpretada como uma densidade de energia do vácuo com $w = -1$ e $\gamma_\Lambda = 0$. Essa componente permanece constante com o tempo enquanto o Universo se expande e é representada por Ω_Λ .

Considerando o Universo composto por essas componentes e levando em consideração a variação com o fator de escala, podemos reescrever a equação 1.9 de densidade:

$$H^2(z) = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H_0^2 [\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_r(1+z)^4 + \Omega_\Lambda + \Omega_k(1+z)^2] \quad (1.10)$$

e definir $\Omega_0 = \Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda$, e $\Omega_k = 1 - \Omega_0$. A componente Ω_m engloba a contribuição de bárions Ω_b e da matéria escura fria Ω_{CDM} , enquanto o parâmetro da radiação Ω_r inclui a contribuição dos fótons da radiação cósmica de fundo, Ω_{CMB} , e dos neutrinos produzidos no *Big Bang*, Ω_ν .

Resultados observacionais recentes fornecem uma estimativa dos diversos parâmetros de densidade. Essas estimativas indicam que vivemos em um Universo dominado no presente pela energia escura, com $\Omega_{\Lambda,0} \approx 0.7$. A contribuição da matéria não-relativística é de $\Omega_{m,0} \approx 0.3$, implicando que a matéria era dominante em $z \geq 1$. Com base nos valores estimados de $\Omega_{m,0}$ e $\Omega_{\Lambda,0}$, os dados também apontam que vivemos em um Universo de geometria plana ($\Omega_k = 0$). Os dados também sugerem que a taxa de expansão atualmente é de $H_0 \simeq 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, indicando que a idade do Universo é de aproximadamente 14 bilhões de anos.

1.1.1 O Universo inhomogêneo

A existência de estruturas no Universo, como aglomerados de galáxias e filamentos cercados por regiões vazias, indica que o Universo não é perfeitamente homogêneo em escalas menores do que ~ 100 Mpc. Para que tal teia cósmica possa existir, é necessário que no início de sua existência o Universo tenha apresentado pequenas perturbações que causaram instabilidades gravitacionais e levaram a criação da estrutura observada.

As perturbações iniciais são caracterizadas por um contraste de densidade com relação à densidade média, correspondendo a um campo de sobredensidade:

$$\delta(\mathbf{x}) = \frac{\rho_m(\mathbf{x}) - \langle \rho_m \rangle}{\langle \rho_m \rangle} \quad (1.11)$$

que no espaço de Fourier tem a forma:

$$\delta_{\mathbf{k}}(k) = \int \delta(\mathbf{x}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} d^3x \quad (1.12)$$

No caso em que $\delta(\mathbf{x})$ é uma realização de um processo Gaussiano aleatório homogêneo e isotrópico, podemos caracterizá-lo através do espectro de potência

$$P(k) \equiv \langle |\delta_k|^2 \rangle, \quad (1.13)$$

que descreve a variância das flutuações em um elemento de volume correspondendo à escala de comprimento k^{-1} . O espectro de potência fornece uma descrição estatística completa do espectro de perturbações iniciais, englobando todas as correlações de ordem superior.

Para descrever a variância da massa, primeiramente suavizamos a perturbação aplicando uma função janela $W(\mathbf{r})$, que tem como propriedades ir rapidamente à zero na região fora de uma certo raio característico r_W e cuja integral sobre todo o espaço é igual a unidade:

$$\frac{\delta M}{M}(\mathbf{r}) = \int \delta(\mathbf{x}) W(|\mathbf{x} - \mathbf{r}|) d^3x \quad (1.14)$$

Com base no teorema da convolução, podemos escrever a variância desse campo suavizado em termos da transformada de Fourier da função janela, $W_k(r)$:

$$\sigma^2(r_W) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int P(k) |W_k(r_W)|^2 d^3k \quad (1.15)$$

Considerando um intervalo estreito de k , podemos aproximar o espectro de potência por uma lei de potência, $P(k) \propto k^n$, com a variância dada por $\sigma^2(r_W) \propto r_W^{-(n+3)}$.

O caso especial em que $n = 1$ é previsto pela teoria da inflação como uma boa aproximação para o espectro de potência primordial (Guth & Pi, 1982), sendo consistente com as flutuações observadas na radiação cósmica de fundo (e.g. Spergel et al. 2003). Tal espectro foi discutido independentemente por Harrison (1970); Peebles & Yu (1970); Zeldovich (1972), sendo conhecido como *espectro de Harrison-Zeldovich*. No decorrer da evolução do Universo esse espectro primordial é modificado, devido à formação de estruturas.

1.1.1.1 Evolução linear

As pequenas perturbações de densidade presentes no Universo primitivo crescem devido à instabilidades gravitacionais, que são causadas por regiões com contraste de densidade positivo e negativo. A expansão das regiões de sobre-densidade ocorre em um ritmo mais lento que o Universo como um todo, fazendo com que seu contraste de densidade aumente progressivamente. O oposto ocorre em regiões de sub-densidade.

A hipótese mais aceita atualmente é a de que durante os estágios iniciais de evolução linear, o campo $\delta(\mathbf{x})$ permanece gaussiano. As diferentes componentes $\delta_k(k)$ evoluem de forma independente e com a mesma taxa de crescimento, dada pela função de crescimento $D_+(a)$. Para o caso de um Universo descrito pelo modelo Λ CDM, a função de crescimento tem a forma (Heath, 1977):

$$\delta(a) \propto D_+(a) = \frac{5\Omega_m}{2} E(a) \int_0^a \frac{da'}{[a'E(a')]^3} \quad (1.16)$$

sendo $E(a)$ a normalização da taxa de expansão, descrita para o caso geral de cosmologias com energia escura em Percival (2005).

Pela equação 1.16 vemos que a taxa de crescimento dada por $D_+(a)$ não depende de escala, e as perturbações de densidade em todas as escalas crescem de maneira conforme. Diferentes processos, porém, alteram essa natureza independente de escala do espectro primordial. Durante a era da radiação, a pressão altera o crescimento de estruturas com dimensões menores que o horizonte de Hubble (cH^{-1}). Isso ocorre porque a pressão do gás de fótons e bárions supera a gravidade e inibe o crescimento de estruturas naquela escala. Como o amortecimento ocorre somente nas escalas menores que o horizonte, o espectro de

potência sofre uma alteração em sua forma. Essas perturbações voltam a crescer após a equipartição, quando a matéria passa a ser a componente dominante.

Na escala do horizonte correspondente à transição da era dominada pela radiação para a dominada pela matéria, podemos ver uma curvatura em $P(k)$. A região correspondente às estruturas maiores que o horizonte (k pequeno) na época da equipartição mantém uma forma semelhante à do espectro primordial, enquanto a região das menores estruturas segue $P(k) \propto k^{-3}$ (figuras 1.1 e 1.2).

Os efeitos dependentes de escala que alteram a forma do espectro de potência primordial são englobados pela chamada função de transferência, definida como

$$T(k) \equiv \frac{\delta_k(z=0)}{\delta_k(z_{\text{in}})D(z_{\text{in}})}, \quad (1.17)$$

onde z_{in} é suficientemente grande para que $\delta_k(z_{\text{in}})$ descreva o espectro de potência primordial. Assim, a evolução do espectro é dada por:

$$P(k) = T^2(k)P_0(k) \quad (1.18)$$

Embora a forma de $P(k)$ possa ser determinada de maneira teórica, sua normalização só pode ser determinada observacionalmente. A figura 1.1 mostra o espectro de potência medido através de diferentes técnicas observacionais, fornecendo informações sobre as diferentes escalas de estruturas no Universo.

A normalização de $P(k)$ é determinada em termos da grandeza σ_8 , que é a variância obtida com a função filtro W , tendo valor constante dentro do raio comóvel de $8 h^{-1}$ Mpc e sendo nula fora desse raio. A motivação dessa definição vem de medidas da distribuição de massa no Universo, que indicam que $\delta M/M \approx 1$ dentro de esferas com raio de $8 h^{-1}$ Mpc.

Na figura 1.2 vemos que para as grandes escalas (baixo k), somente a amplitude do espectro de potência sofre variação com o *redshift*. Por outro lado, após o ponto de máximo, ocorre um desvio na forma do espectro com relação à previsão do modelo linear, sendo essa a assinatura da evolução não-linear em pequenas escalas (alto k).

Em um determinado momento da evolução do Universo, podemos definir uma escala crítica k_{cr} que determina qual região do espectro de potência passa a evoluir de maneira não-linear. A convenção é de que essa escala crítica corresponde à $\delta(k_{cr}, z) = 1$. Com a

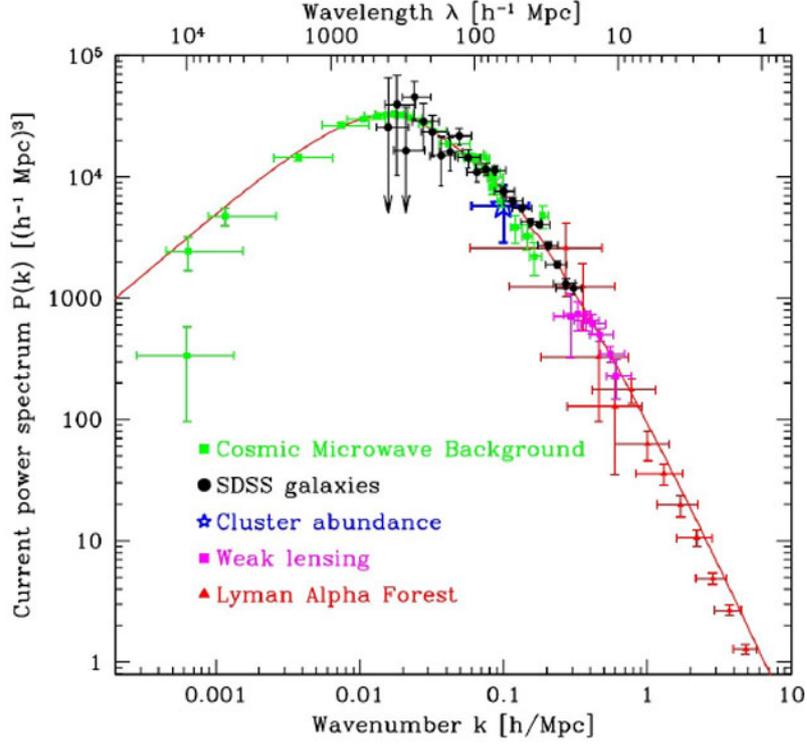


Figura 1.1: Espectro de potência das flutuações de densidade obtido a partir de diferentes observações. A linha contínua mostra a previsão para o espectro linear em $z = 0$, para um Universo Λ CDM, em boa concordância com os dados. (Figura extraída de Tegmark et al. (2004))

aproximação de $P(k)$ por uma lei de potência, a variância da massa em escalas $M \propto k^{-3}$ é:

$$\frac{\delta M}{M} \propto M^{-\frac{n+3}{6}} \quad (1.19)$$

ou seja, o desvio padrão das flutuações diminui com M . Para as menores escalas temos que $n \rightarrow -3$, necessário para explicar a homogeneidade observada em grande escala, enquanto para as maiores escalas $n = 1$. O resultado é que as pequenas perturbações chegam primeiro ao regime não-linear, colapsando e formando as primeiras estruturas. Esse cenário onde as menores estruturas se formam primeiro é chamado de *modelo hierárquico*, sendo o modelo de formação de estruturas mais aceito atualmente.

1.1.1.2 Evolução não-linear

No momento em que as perturbações do campo de densidade atingem valores de $\delta \sim 1$, o tratamento linear deixa de ser válido e as regiões com $\delta \geq 1$ evoluem de forma não-linear.

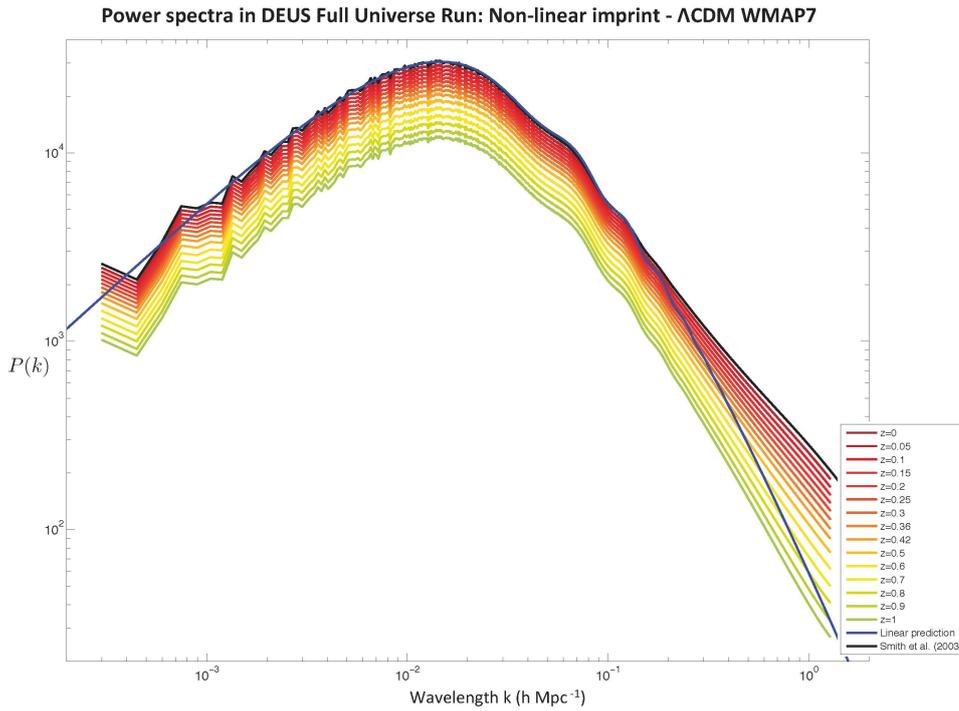


Figura 1.2: Espectro de potência das flutuações de densidade produzido pelas simulações *Dark Energy Universe* (DEUS) (<http://www.deus-consortium.org/>).

O tratamento detalhado do modelo não-linear é complexo e requer o uso de simulações numéricas, porém a abordagem através de um modelo analítico simples é interessante para ilustrar os principais conceitos.

O modelo mais simples consiste em tratar a perturbação como uma esfera de raio inicial R_i e massa M , onde a massa no instante t é dada por

$$M = \left(\frac{4\pi}{3} R^3 \right) \rho_m(t) (1 + \bar{\delta}), \quad (1.20)$$

onde $\bar{\delta}$ é o contraste de densidade dentro de R , e $\rho_m(t)$ é a densidade média do Universo naquele instante.

Sendo um problema de simetria esférica, o colapso é uni-dimensional e descrito pela evolução do raio $R(t)$, dentro do qual a densidade é constante e fora do qual a densidade cai a zero (Gunn & Gott, 1972).

Inicialmente, a perturbação expande juntamente com o restante do Universo. A força gravitacional, porém, desacelera progressivamente tal expansão até que o raio da perturbação atinja seu valor máximo, R_{ta} , no momento do *turnaround* t_{ta} . A partir desse

momento o raio passa a diminuir até que haja o colapso, a virialização e a definição do raio característico R_f no instante t_f .

A evolução desse sistema é governada pela lei da conservação de energia:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dR}{dT} \right)^2 - \frac{GM}{R} = E \quad (1.21)$$

onde E é a energia total do sistema. No caso em que $E < 0$, a expansão atinge o raio máximo e passa a contrair até o colapso. Para $E > 0$ a expansão será eterna.

A solução paramétrica da equação 1.21, para o caso com $E < 0$ e considerando um universo sem energia escura, é dada por:

$$R = \frac{R_{ta}}{2}(1 - \cos \theta) , \quad t = \frac{t_{ta}}{\pi}(\theta - \sin \theta) \quad (1.22)$$

O *turnaround* ocorre quando $\theta = \pi$, e vemos que em $\theta = 2\pi$, correspondendo à $t = 2t_{ta}$, $R \rightarrow 0$. Entretanto, essa configuração singular não chega a ocorrer: uma vez iniciado o colapso, a força gravitacional entre diferentes camadas de matéria produz um potencial gravitacional variável, levando à uma distribuição Maxwelliana de velocidades das partículas. Esse processo é conhecido como *relaxação violenta* (Lynden-Bell, 1967), e leva o sistema à um estado de equilíbrio do virial, onde as energias cinética E_K e potencial E_U estão relacionadas através da equação:

$$|E_U| = 2E_K \quad (1.23)$$

Ao final do processo, o sistema virializado terá uma energia total $E_f = -E_K$, dispersão de velocidades σ_f e densidade ρ_f , tornando-se um halo de matéria escura.

A figura 1.3 ilustra a evolução de uma perturbação seguindo o modelo de colapso esférico.

No momento do *turnaround* toda a energia do sistema está na forma potencial, podendo ser descrita em termos do raio do *turnaround*:

$$E_U = -\gamma \frac{GM^2}{r_{ta}}, \quad (1.24)$$

onde γ varia de acordo com o perfil de densidade, sendo $\gamma = 3/5$ para o caso de uma esfera homogênea. No instante final do colapso esférico, a energia total será igual à energia cinética do sistema:

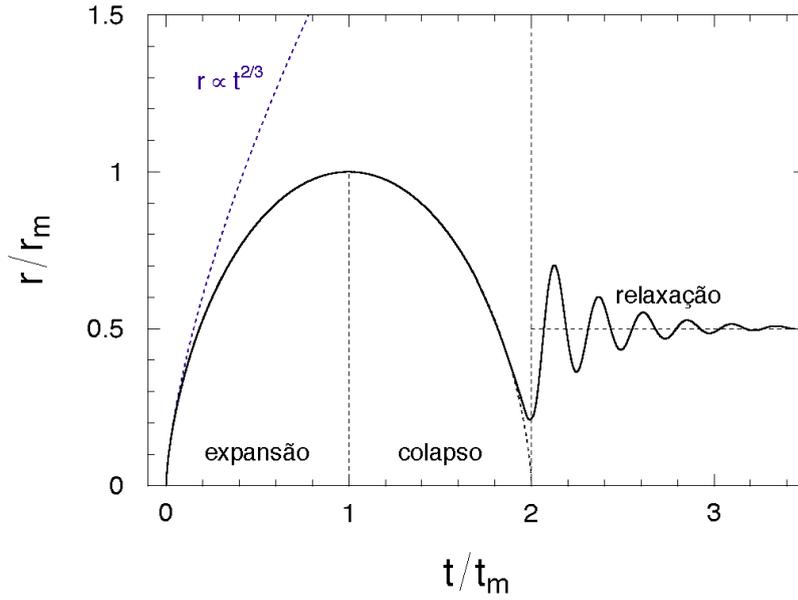


Figura 1.3: Evolução do raio de uma perturbação seguindo o modelo do colapso esférico (linha contínua preta). A estrutura se expande até o raio máximo r_m no instante t_m , onde o índice m representa o *turnaround*. Após o instante $2t_m$, o sistema entra na fase de relaxação violenta até atingir o equilíbrio do virial. A linha tracejada azul representa a extrapolação do regime linear. (Figura extraída de Lima Neto, G. B., 2016)

$$E_K = \frac{M\sigma_f^2}{2} \quad (1.25)$$

A partir do teorema do virial chegamos na relação entre o raio r_{ta} e o raio final r_f :

$$r_f = \frac{r_{ta}}{2} \quad (1.26)$$

Para um universo dominado pela matéria e sem energia escura (chamado de Einstein-de Sitter, EdS), $\rho_m \propto a^{-3}$ e $a \propto t^{2/3}$. Nesse caso, o contraste de densidade do halo colapsado (virializado) é dado por:

$$\Delta_v \equiv \frac{\rho_f}{\rho_m(t_f)} = 18\pi^2 \approx 178 \quad (1.27)$$

No caso de um Universo plano Λ CDM, Bryan & Norman (1998) fornece uma aproximação para Δ_v em função do *redshift*:

$$\Delta_v(z) = 18\pi^2 - 82 \left[\frac{\Omega_{m,0}(1+z)^3}{[H(z)/H_0]^2} - 1 \right] - 39 \left[\frac{\Omega_{m,0}(1+z)^3}{[H(z)/H_0]^2} - 1 \right]^2 \quad (1.28)$$

Utilizando essa aproximação, um universo com $\Omega_{m,0} = 0.27$ e $\Omega_{\Lambda,0} = 0.73$ apresenta contraste em $z = 0$ igual a $\Delta_v \approx 356$.

A discussão sobre o modelo do colapso esférico auxilia no entendimento e desenvolvimento de modelos de formação e evolução de halos. Esse modelo simplificado, porém, não inclui diversas informações essenciais para a descrição do colapso de halos reais. A complexidade do Universo real pode ser explorada através de simulações numéricas cosmológicas (e.g. Springel et al. 2005; Vogelsberger et al. 2014), como mostrado na figura 1.4.

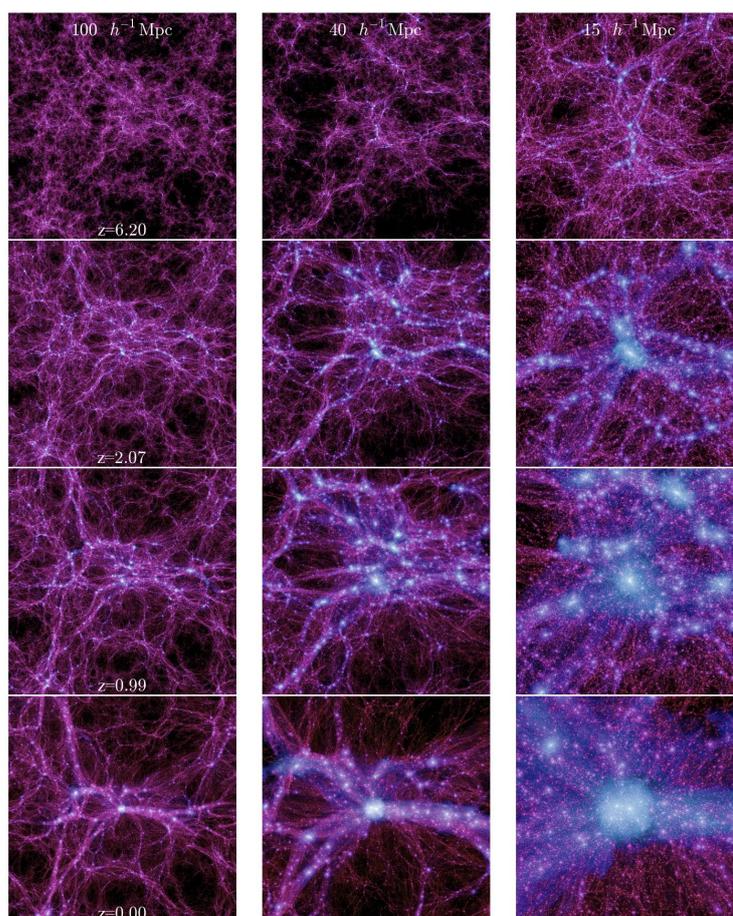


Figura 1.4: Simulação cosmológica mostrando a evolução do campo de densidade da matéria escura em diferentes escalas e para diferentes *redshifts*. Da esquerda para a direita: 100, 40, e 15 Mpc/h, de cima para baixo: $z = 6, 2, 1, \text{ e } 0$. (Figura extraída de <http://wwwmpa.mpa-garching.mpg.de/galform/millennium-II/>)

As diferenças para o modelo simples de colapso esférico ficam evidentes, onde podemos citar os seguintes aspectos: os picos no campo de densidade inicial não possuem densidade constante, apresentando um certo perfil radial, o que faz com que diferentes regiões colapsem em momentos distintos; os picos não estão isolados, e a força gravitacional dos picos

mais massivos atrai a matéria ao seu redor, criando estruturas filamentosas; a distribuição de densidade atual apresenta flutuações em todas as escalas, e interações não-lineares entre picos de alta e baixa densidade resultam em trocas energéticas e redistribuição de massa.

1.1.2 A função de massa

Um das formas mais eficientes para se testar os modelos de formação e evolução de estruturas é através da comparação entre a abundância de halos prevista pela teoria com aquela observada (Press & Schechter, 1974; Blumenthal et al., 1984; Kaiser, 1986).

As previsões para a abundância de halos são normalmente definidas em função da massa dos objetos, através da chamada função de massa $dN(M, z)$, que prevê a densidade numérica de objetos dentro de um volume comóvel no intervalo de massa $[M, M + dM]$ para um dado *redshift*.

A função de massa pode ser expressa como sendo a razão entre o volume total do Universo que colapsa em halos de massa $[M, M + dM]$, dF/dM , e o volume comóvel ocupado por cada um desses halos no campo de densidade inicial, $M/\bar{\rho}$:

$$\frac{dN(M)}{dM} = \frac{\bar{\rho}}{M} \left| \frac{dF}{dM} \right| \quad (1.29)$$

O primeiro modelo estatístico para a função de massa foi desenvolvido por Press & Schechter (1974). Esse modelo é baseado na hipótese de que as perturbações de densidade continuam a crescer de maneira linear mesmo após sua amplitude atingir o regime não-linear, e que qualquer região do espaço onde a densidade supere um certo valor crítico δ_c irá colapsar. Os modelos de colapso esférico indicam que esse valor crítico é

$$\delta_c = \frac{3}{5} \left(\frac{3\pi}{2} \right)^{2/3} \approx 1.686. \quad (1.30)$$

Para o caso de um campo de densidade inicial Gaussiano, como o adotado no formalismo de Press & Schechter (1974), a probabilidade de uma determinada região colapsar em um halo de massa M é expressa através da função

$$F(M) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[\frac{\delta_c}{\sqrt{2}\sigma(M, z)} \right], \quad (1.31)$$

onde $\sigma(M, z)$ é dado pela variância da perturbação gaussiana inicial e $\operatorname{erfc}(x)$ é a função erro complementar. Esse formalismo implica na ideia de que, do ponto de vista de escalas

suficientemente pequenas, toda a massa do Universo está contida em objetos colapsados, levando à forma da função de massa:

$$N(M, z) = \frac{\Omega_{m,0}\rho_{cr,0}}{M} \operatorname{erfc} \left[\frac{\delta_c}{\sqrt{2}\sigma(M, z)} \right]. \quad (1.32)$$

Através dessa expressão vemos que a forma da função de massa depende apenas de $\sigma(M, z)$, sendo uma função universal da chamada altura do pico $\nu(M, z) \equiv \delta_c/\sigma(M, z)$.

Por questões observacionais é interessante expressar a função de massa na forma diferencial:

$$\frac{dN}{d \ln \sigma^{-1}} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\Omega_{m,0}\rho_{cr,0}}{M} \frac{\delta_c}{\sigma} \exp \left[-\frac{\delta_c^2}{2\sigma^2} \right] \quad (1.33)$$

A figura 1.5 ilustra a função de massa baseada no modelo de Press & Schechter (1974), onde podemos ver a dependência da distribuição dos halos em função da massa e do *redshift*. Também é possível notar que a função de massa é sensível à cosmologia adotada, em especial aos parâmetros $\Omega_{m,0}$ e σ_8 . Essa sensibilidade torna a contagem de objetos, em particular de aglomerados de galáxias ($M \geq 10^{14} M_\odot$), e sua evolução com z uma poderosa ferramenta para restringir parâmetros cosmológicos. Voltaremos a abordar esse assunto em mais detalhes na seção 1.3.

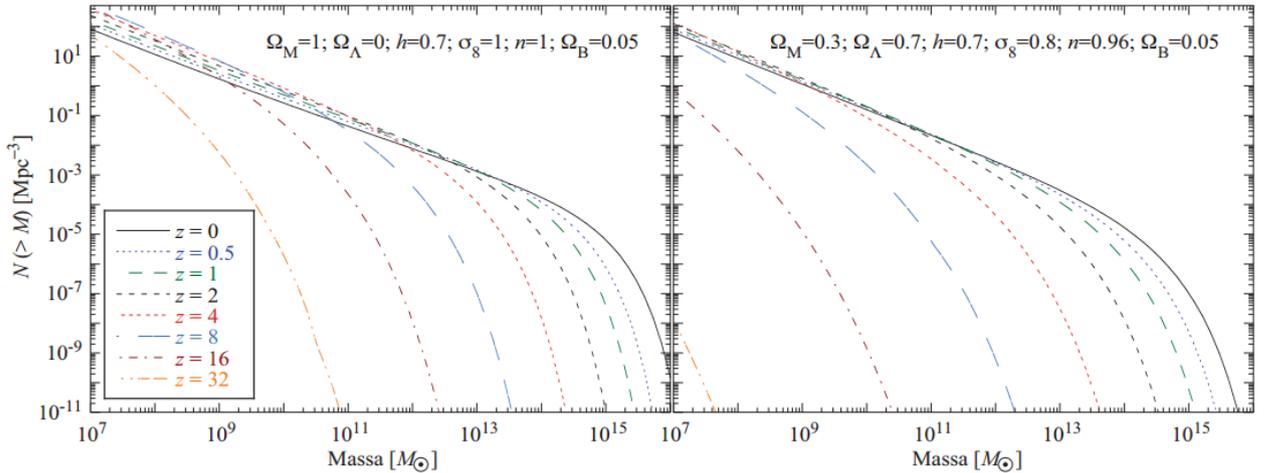


Figura 1.5: Evolução da função de massa em diferentes cosmologias, para o modelo de Press & Schechter (1974). O painel da esquerda mostra um Universo do tipo SCDM (sem energia escura) e o da direita um Universo Λ CDM (Figura extraída de Lima Neto, G. B., 2016)

Funções de massa empíricas baseadas em simulações numéricas (e.g. Tinker et al. 2008) fornecem modelos mais realistas comparados com o modelo original de Press & Schechter

(1974), embora qualitativamente os resultados sejam semelhantes.

1.1.3 Halo Bias

Uma característica dos halos de matéria escura é a tendência de estes se agruparem. Se tratarmos a distribuição em grande escala dos halos de matéria escura como um campo contínuo, de maneira similar ao campo de densidade inicial, a flutuação do número de halos ao redor da média é definida de maneira similar à equação 1.11:

$$\delta_h(\mathbf{x}) = \frac{N(\mathbf{x}) - \bar{N}}{\bar{N}}. \quad (1.34)$$

Tais flutuações na densidade numérica de halos se mostram maiores que as flutuações do campo de densidade subjacente (e.g Klypin & Kopylov (1983); Postman, Huchra, & Geller (1992); Bahcall et al. (2003)). A razão entre δ_h , definido para halos de massa M , e a flutuação do campo da densidade de matéria é conhecido como parâmetro de viés $b(M)$, e é independente do tamanho da escala para o caso em que este seja muito maior que o tamanho do halo em questão. O viés pode ser interpretado como uma modulação causada pelas perturbações da matéria escura com grande comprimento de onda sobre o limiar necessário para o colapso (Kaiser, 1984; White et al., 1987; Cole & Kaiser, 1989).

O parâmetro de viés se relaciona com a função de massa através da seguinte expressão (Mo & White, 1996; Sheth & Tormen, 1999):

$$b(M) = 1 - \frac{d}{d\delta_c} \left[\ln \left(\frac{dN}{d \ln \sigma^{-1}} \right) \right] \quad (1.35)$$

Para pequenos valores de $\sigma(M)$ obtemos valores altos de $b(M)$, o que significa que os raros objetos de alta massa apresentam grande probabilidade de serem encontrados em regiões onde a densidade de matéria ao seu redor seja mais alta do que a média.

1.2 Aglomerados de galáxias

A formação dos aglomerados de galáxias ocorre através de um processo hierárquico, onde as pequenas estruturas são as primeiras a serem formadas e, posteriormente, passam a se fundir e coalescer, formando as maiores estruturas progressivamente.

Devido à processos de relaxação, os aglomerados atingem o equilíbrio interno após a fase de fusões. A estrutura interna desses halos dependerá tanto das propriedade do

campo de densidade inicial quanto dos processos hierárquicos ocorridos durante a fusão das estruturas menores.

1.2.1 Perfis de densidade

Observações de aglomerados de galáxias indicam que a dispersão de velocidades das galáxias de um aglomerado se mantém aproximadamente constante com a distância ao centro, levando à um perfil de densidade chamado isotérmico, onde $\rho(R) \propto r^{-2}$.

O perfil analítico mais simples descrevendo um aglomerado é a esfera isotérmica singular (Binney & Tremaine, 1987), onde a dispersão de velocidades é constante e isotrópica em todos os pontos:

$$\rho(R) = \frac{\sigma_v^2}{2\pi G r^2} \quad (1.36)$$

Esse modelo permite a estimativa analítica de algumas propriedades dos aglomerados, porém a massa total diverge de maneira linear com o raio. Através de simulações de N-corpos foi possível determinar formas numéricas mais apropriadas para descrever o perfil de densidade radial dos halos de matéria escura.

Simulações numéricas envolvendo matéria escura fria sob influência exclusiva da gravidade demonstraram que os halos formados seguem um perfil de densidade universal, de maneira quase independente das condições iniciais - como por exemplo o espectro de potência das flutuações iniciais ou a cosmologia de fundo. Esse perfil é caracterizado por dois raios: o raio mais externo, chamado de raio do virial R_{vir} , que delimita a região à qual o equilíbrio foi alcançado; e o raio de escala r_s , que marca a região onde o perfil muda sua inclinação. De maneira qualitativa, o perfil radial é mais plano do que o isotérmico na região central até o raio r_s , e mais inclinado de r_s até R_{vir} .

Partindo da definição da inclinação logarítmica desse perfil,

$$\alpha = \frac{d \ln \rho}{d \ln R}, \quad (1.37)$$

diferentes simulações numéricas concordam com relação ao valor assintótico de -3 próximo ao raio do virial, porém valores para a região central variam de $-1 < \alpha < -1.5$.

Definindo agora o raio adimensional $x = R/r_s$, a seguinte expressão para o perfil de densidade se ajusta de maneira satisfatória aos halos de matéria escura simulados:

$$\rho(x) = \frac{\rho_s}{x^{-\alpha}(1+x)^{3+\alpha}} \quad (1.38)$$

com $-1 \lesssim \alpha \lesssim -1.5$ e ρ_s sendo a densidade característica em $R = r_s$. O perfil com $\alpha = -1$ foi inicialmente proposto por Navarro, Frenk, & White (1996, 1997), e é hoje conhecido como perfil Navarro-Frenk-White (NFW), sendo amplamente utilizado na literatura.

Uma forma alternativa para o perfil de densidade foi proposto por Einasto & Haud (1989), seguindo a seguinte forma funcional:

$$\rho(x) = \rho_s \exp \left[\frac{2}{\delta} (1 - x^\delta) \right], \quad (1.39)$$

e se mostrando uma boa aproximação para descrever o perfil de halos simulados (Merritt et al., 2006). O raio de escala para esse modelo é definido como o raio em que a inclinação do perfil é -2 , correspondendo ao caso para o perfil NFW em $x = 1$. O perfil de Einasto apresenta um parâmetro extra em comparação com o modelo NFW, o parâmetro δ , que descreve a dependência do tipo lei de potência da inclinação logarítmica com o raio. Esse parâmetro varia com a massa e *redshift*: $\delta \approx 0.16$ para halos do tamanho de galáxias em $z = 0$, aumentando para $\delta \approx 0.2, 0.3$ para halos massivos; em $z \approx 3$ esses valores aumentam em ~ 0.1 .

A inclinação do perfil de Einasto decresce de maneira contínua em direção ao centro, atingindo zero nessa região. Como podemos ver pela figura 1.6, a principal diferença entre os perfis NFW e Einasto é que o primeiro mostra um perfil cúspide central, enquanto o último não apresenta essa característica assintótica para raios pequenos.

A causa da universalidade na forma do perfil de densidade não é totalmente clara. Alguns estudos apontam para dois conceitos centrais como possível explicação para tal forma genérica: *i*) a composição de halos mais massivos a partir de halos menores e o papel das fusões e taxas envolvidas (Syer & White, 1998; Subramanian, Cen, & Ostriker, 2000); *ii*) contração aproximadamente adiabática da matéria já colapsada devido ao aumento do poço de potencial durante colapsos posteriores (Ascasibar, Hoffman, & Gottlöber, 2007; Lithwick & Dalal, 2011).

Embora a forma funcional do perfil de densidade dos halos de matéria escura pareça ser universal, as condições iniciais e a cosmologia alteram propriedades físicas dos halos, como a densidade característica e o raio de escala. Podemos traduzir tais dependências em

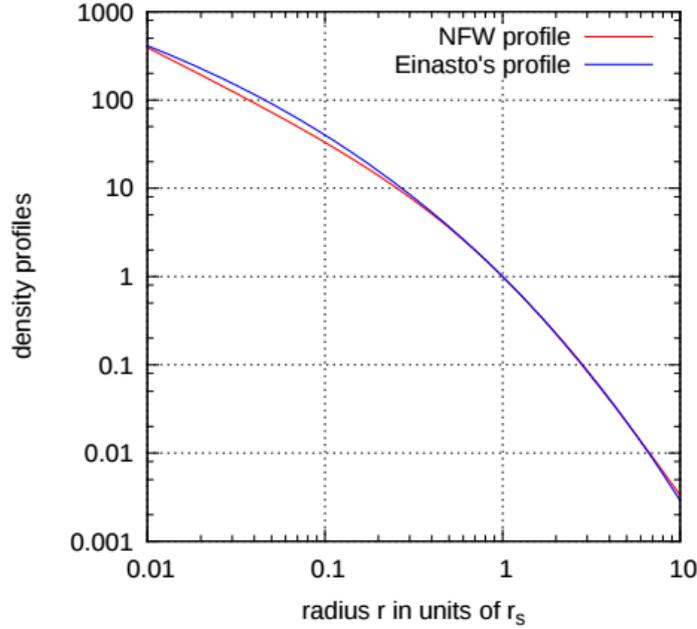


Figura 1.6: Comparação entre os perfis de densidade radial do tipo NFW e Einasto. A principal diferença ocorre na região central, onde a inclinação do perfil de Einasto diminui gradativamente até atingir o zero na região central. (Figura extraída de Bartelmann et al. 2013)

termos do chamado parâmetro de concentração do halo, definido pela razão entre os raios do virial e de escala:

$$c_{\Delta} = \frac{R_{\Delta}}{r_s}, \quad (1.40)$$

onde Δ é uma generalização do caso do virial, correspondendo à uma dada sobredensidade com relação à densidade crítica do Universo. Frequentemente na literatura é utilizado o valor de 200, que é uma aproximação para o valor do virial no caso de um Universo EdS (eq. 1.27).

Simulações mostram que o raio de escala apresenta dois comportamentos, dependendo do estágio evolutivo do halo: nos estágios iniciais se mantém aproximadamente constante, mas evolui com $r_s = cR_{\Delta}$ durante os estágios mais avançados, quando a massa do halo aumenta rapidamente devido às fusões e acreções (Bullock et al., 2001; Zhao et al., 2003, 2009). Os valores mínimos que o parâmetro de concentração pode assumir para $\Delta = 200$ são $c \sim 3, 4$. Esses dois regimes estão separados pela época de formação dos halos, que determinará o valor do raio de escala e a evolução da concentração do halo. As condições iniciais e a cosmologia determinam a época de formação e o histórico de acreção de massa para halos de uma dada massa, e portanto também estão relacionados com o parâmetro

de concentração.

Mesmo com a descrição mais completa do perfil de densidade, obtida através das simulações numéricas, a massa dos halos ainda diverge com o raio. E o perfil de densidade final observado é produto de diversos efeitos, incluindo a ausência de limites claros entre as regiões sofrendo colapso, a distribuição de densidade inicial não-uniforme, triaxialidade dos picos do campo de densidade e efeitos não-lineares nas menores escalas. Esses efeitos produzem um perfil de densidade contínuo e sem uma borda ou raio externo bem definido. Por esse motivo, a definição dos limites dos objetos colapsados e conseqüentemente a massa contida dentro dessa região não é unívoca.

Uma maneira de relacionar as propriedades globais dos halos de matéria escura entre si e com os parâmetros cosmológicos é através do modelo esférico. Mais especificamente, podemos definir a massa como sendo a quantidade de matéria contida dentro de uma região esférica de raio R_Δ e com densidade média $\Delta\rho_{\text{cr}}$:

$$M_\Delta = \frac{4\pi\Delta\rho_{\text{cr}}(z)R_\Delta^3}{3}, \quad (1.41)$$

Notamos que aqui definimos a massa com relação à densidade crítica do Universo, porém alguns estudos optam por utilizar a densidade média, que se relaciona com a crítica através de $\rho_m = \rho_{\text{cr}}\Omega_m$.

Voltando novamente a atenção para o perfil NFW, podemos definir a densidade de escala como $\rho_s = \delta_c\rho_{\text{cr}}$, onde escrevemos δ_c em função da concentração do halo:

$$\delta_c = \frac{\Delta}{3} \frac{c^3}{\ln(1+c) - c/(1+c)} \quad (1.42)$$

Reescrevendo o perfil NFW em termos das definições acima:

$$\rho(x) = \frac{\delta_c\rho_{\text{cr}}(z)}{x(1+x)^2}, \quad (1.43)$$

vemos que tal perfil é totalmente caracterizado pela massa M_Δ e concentração c_Δ do halo.

Estudos baseados em análises de lentes gravitacionais indicam que o perfil NFW fornece uma boa descrição dos dados, especialmente quando o ajuste é feito para uma amostra combinada de aglomerados (*stacked*) (e.g. Mandelbaum et al. 2006; Umetsu et al. 2011; Okabe et al. 2013; Umetsu et al. 2014).

1.2.2 A relação massa-concentração dos halos de matéria escura

A partir dos resultados de simulações numéricas, observamos uma relação do parâmetro de concentração com a massa e com o *redshift* dos halos. Diferentes grupos encontraram um decréscimo na concentração com o aumento da massa (para um *redshift* fixo) e do *redshift* (para uma massa fixa). Dentro do paradigma CDM, onde a formação e evolução de estruturas ocorre de forma hierárquica, essa tendência pode ser explicada como um reflexo da época em que o halo foi formado: assumindo que a região central dos halos mantém a densidade média do Universo na época em que foi formado, os halos mais massivos, que são formados tardiamente, devem apresentar menor concentração. A figura 1.7 mostra tais relações da concentração com a massa (para $z = 0$) e com o *redshift* (para $M = 5 \times 10^{14} M_{\odot}$), para diferentes estudos (Navarro, Frenk, & White, 1996; Seljak, 2000; Eke, Navarro, & Steinmetz, 2001; Bullock et al., 2001).

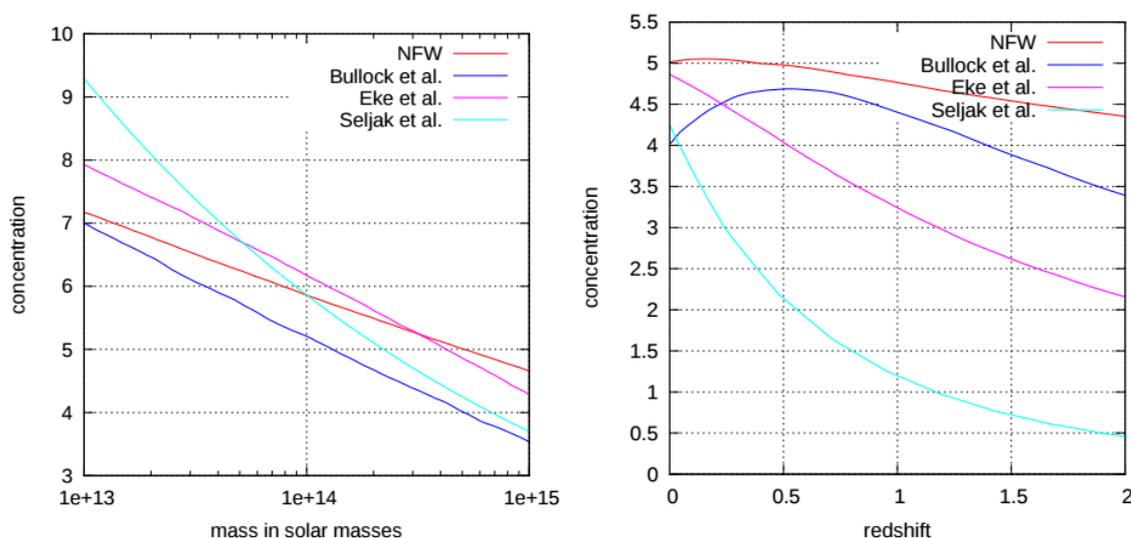


Figura 1.7: Gráfico da esquerda: Diferentes previsões para a relação massa-concentração em $z = 0$, no intervalo de massa de aglomerados de galáxias. Gráfico da direita: Previsões para a evolução da concentração de halos com massa $5 \times 10^{14} M_{\odot}$ (Figura extraída de Bartelmann et al. 2013)

O comportamento observado entre os valores de massa e concentração de um halo, a relação massa-concentração ($M-c$), fornece importantes informações cosmológicas; teorias sustentam a idéia de que a relação está associada ao histórico da composição da massa do halo (*Mass Assembly History*, MAH) (Navarro, Frenk, & White, 1997; Bullock et al., 2001; Zhao et al., 2009; Giocoli, Tormen, & Sheth, 2012; Correa et al., 2015). A medida que o MAH se correlaciona com o pico de densidade inicial (Dalal et al., 2008), alguns estudos

sugerem que uma relação entre concentração e altura do pico ν pode ser mais precisa do que a relação $M - c$ (Bhattacharya et al., 2013; Ludlow et al., 2014; Klypin et al., 2016) para descrever a evolução da concentração de halo.

Diferentes simulações explorando a relação $M - c$ e suas previsões não estão em perfeito acordo (e.g. Neto et al. 2007; Duffy et al. 2008; Bhattacharya et al. 2011; Klypin et al. 2014; Ludlow et al. 2013; Dutton & Macciò 2014; Correa et al. 2015). Dentro das diferenças encontradas, porém, essas simulações concordam que no regime de baixo *redshift*, a inclinação da relação logarítmica é de aproximadamente -0.1 , considerando que podemos descrever a dependência da concentração com a massa como

$$c \approx A(M/M_{\text{pivot}})^\alpha, \quad (1.44)$$

onde M_{pivot} é a massa mediana do halo.

Algumas simulações encontraram que tal relação não é monotônica (Klypin, Trujillo-Gomez, & Primack, 2011; Prada et al., 2012), apresentando um aumento na concentração para os halos mais massivos. Outros estudos, porém, argumentam que tal comportamento pode ser um artefato produzido pela inclusão de halos que não estão em equilíbrio (Ludlow et al., 2012) ou devido ao algoritmo utilizado para determinar a concentração (Dutton & Macciò, 2014).

Do lado observacional, estudos baseados em técnicas de lentes gravitacionais derivaram a relação $M - c$ para diferentes amostras de aglomerados. Okabe et al. (2010), por exemplo, encontrou um índice de $\alpha \simeq -0.4 \pm 0.19$ ao analisar uma amostra de 19 aglomerados em $\bar{z} = 0.24$; Sereno & Covone (2013) analisou 31 sistemas em alto *redshift* (~ 1) e inferiu um valor de $\alpha \simeq -0.83 \pm 0.39$; o estudo mais recente de Groener, Goldberg, & Sereno (2016) encontrou $\alpha \simeq -0.38 \pm 0.03$ para uma amostra de 111 sistemas disponíveis na literatura com $\bar{z} = 0.48$; sendo todos esses estudos de lentes fracas. Combinando análises de lentes fracas e fortes, Oguri et al. (2012) obteve um valor de $\alpha \simeq -0.59 \pm 0.12$ para 28 aglomerados dentro de um intervalo de $0.28 < z < 0.68$, enquanto a colaboração CLASH (Umetsu et al., 2016) determinou $\alpha \simeq -0.32 \pm 0.18$ para uma amostra em $0.19 < z < 0.89$. Como podemos ver através desses resultados, os estudos observacionais mostram uma tendência para uma relação $M - c$ mais inclinada em comparação com o valor teórico esperado de $\alpha = -0.1$.

Possíveis explicações para a inclinação da relação $M - c$ observada incluem diferentes

processos astrofísicos, como o efeito do resfriamento bariônico (Fedeli, 2012) ou o *feedback* de supernovas e AGNs (Duffy et al., 2010; Mead et al., 2010), ingredientes que normalmente não fazem parte das simulações de N-corpos contendo apenas matéria escura. Os efeitos dessas componentes podem ser resumidos por uma elevação dos valores da concentração causado pela inclusão do resfriamento bariônico, enquanto o *feedback* de AGN diminui a concentração de volta ao nível esperado na ausência de bárions. Outras fontes que podem potencialmente provocar desvios entre observações e previsões numéricas são os efeitos de seleção (Oguri et al., 2012; Meneghetti et al., 2014; Sereno et al., 2015), e a triaxialidade dos halos, que podem causar *bias* e espalhamento no perfil de densidade de massa projetado (Meneghetti et al., 2010; Giocoli et al., 2012; Sereno & Ettori, 2014). Em particular, concentrações derivadas para amostras de aglomerados selecionados por produzirem efeitos de lentes fortes tendem a ser mais altas do que o valor esperado pelas simulações; uma possível explicação para esse comportamento é o fato de que tais halos apresentam o semi-eixo maior preferencialmente alinhado com a linha de visada (Oguri, Lee, & Suto, 2003), o que aumenta a seção de choque para formação de arcos.

No entanto, não são todos os estudos observacionais que estão em tensão com as simulações: Comerford & Natarajan (2007) compilaram todas as concentrações disponíveis na literatura na época - incluindo determinações obtidas através de lentes fortes e fracas, análises dinâmicas e raios-x para aglomerados até $z \sim 0.8$ - e mais 10 novos sistemas de lentes fortes, encontrando $\alpha \simeq -0.15 \pm 0.13$; Mandelbaum, Seljak, & Hirata (2008) utilizaram dados do Sloan Digital Sky Survey (SDSS), na faixa de $0.1 < z < 0.3$, obtendo $\alpha \simeq -0.13 \pm 0.07$. Observações em raio-x (e.g. Pointecouteau, Arnaud, & Pratt (2005); Buote et al. (2007); Schmidt & Allen (2007); Ettori et al. (2011)) e estudos da cinemática de galáxias em aglomerados (e.g Rines & Diaferio (2006); Wojtak & Lokas (2010)) estão tipicamente em acordo com as previsões para a concentração, especialmente para aglomerados relaxados, embora apresentem um espalhamento significativo.

Essa relativa tensão acerca da relação $M - c$, evidente entre diferentes estudos observacionais e simulações numéricas, mostra a necessidade de um melhor entendimento sobre os possíveis efeitos sistemáticos nas análises observacionais (como efeitos de seleção e incertezas sobre a forma dos objetos), bem como a inclusão de processos físicos bariônicos nas simulações.

1.3 Cosmologia com aglomerados de galáxias

Ao analisarmos a equação 1.33 com atenção, vemos o grande potencial da função de massa de aglomerados dentro da cosmologia observacional; medidas da normalização da função de massa no Universo local, por exemplo, refletem a combinação dos parâmetros $\sigma_8 \Omega_{m,0}^\alpha$, onde $\alpha \approx 0.5$.

A degenerescência observada entre σ_8 e $\Omega_{m,0}$ pode ser quebrada de diferentes maneiras. Primeiramente, podemos combinar a contagem de aglomerados com outras técnicas que forneçam σ_8 e $\Omega_{m,0}$. Também através de medidas precisas da forma da função de massa, assumindo que o espectro de potência de CDM seja válido, tal degenerescência é quebrada. Por fim, medidas da evolução da função de massa se mostram bastante sensível à $\Omega_{m,0}$ e são outra forma de tratar o problema.

A evolução da função de massa carrega importante informação cosmológica porque é a densidade de matéria que controla a taxa com que as estruturas crescem em um universo em particular. Ao expressar a função de massa em termos da equação 1.33, vemos que a evolução é controlada pela função de crescimento $D(z)$, que é definida pelos parâmetros cosmológicos $\Omega_{m,0}$, $\Omega_{\Lambda,0}$, w e σ_8 . Para as perturbações de pequena amplitude, o crescimento segue $D(z) = (1+z)^{-1}$ quando $\Omega_m(z) \approx 1$, e é freado quando $\Omega_m(z) \ll 1$. Esse efeito é mais evidente na região de aglomerados de alta massa, já que esses são os últimos objetos a se formarem no cenário CDM hierárquico (Peebles, Daly, & Juszkiewicz, 1989; Eke, Cole, & Frenk, 1996).

Já a dependência da função de massa com os parâmetros $\Omega_{\Lambda,0}$ e w é mais sutil, alterando a evolução de acordo com o *redshift* em que a energia escura passa a dominar a dinâmica do Universo. Valores maiores de $\Omega_{\Lambda,0}$ e w tornam esse momento mais tardio, o que leva a uma evolução da função de massa mais acentuada entre $z \sim 1$ e o presente (Wang & Steinhardt, 1998; Weller, Battye, & Kneissl, 2002). A taxa de expansão do Universo também fornece informações a respeito de $\Omega_{\Lambda,0}$ e w ; caso a função de massa seja conhecida com precisão, o número de aglomerados que excedem uma dada massa em intervalos de *redshift* está relacionado com o volume associado a tal intervalo, e pode portanto ser usado para estudar a dinâmica da expansão.

Na figura 1.8 podemos ver o impacto na evolução da função de massa para cinco cosmologias diferentes, e em particular como a densidade de massa afeta drasticamente

o comportamento da evolução. Para os modelos sem energia escura e com $\Omega_{m,0} = 0.1$ (SCDM, τ CDM), a evolução é muito mais dramática em comparação com o modelo Λ CDM com $\Omega_{m,0} = 0.3$, $\Omega_{\Lambda,0} = 0.7$, $\sigma_8 = 0.9$. Em particular para o modelo SCDM, onde a inclinação é muito mais pronunciada, os dados observacionais desfavorecem fortemente tal cenário (Reiprich & Böhringer, 2002). No caso sem energia escura mas com menor densidade de matéria ($\Omega_{m,0} = 0.3$), o modelo OCDM mostra uma menor evolução que o Λ CDM, uma vez que a formação de estruturas começa a desacelerar mais cedo. Incluindo finalmente energia escura, o modelo w CDM tem todos os parâmetros iguais ao Λ CDM, exceto que $w = -0.8$, prevendo uma evolução mais lenta em comparação com o modelo Λ CDM.

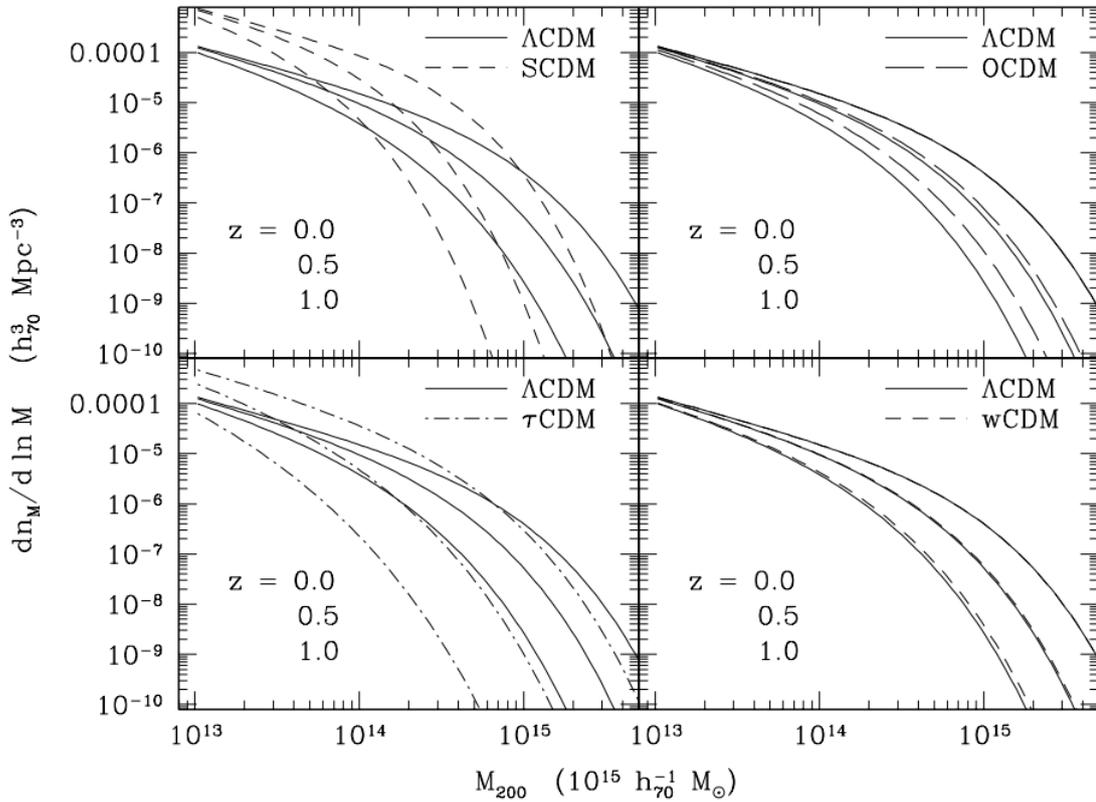


Figura 1.8: Evolução da função de massa para diferentes cosmologias. O modelo fiducial é o Λ CDM com $\Omega_{m,0} = 0.3$, $\Omega_{\Lambda,0} = 0.7$, $w = -1$ e $\sigma_8 = 0.9$. O modelo SCDM tem $\Omega_{m,0} = 1.0$, $\Omega_{\Lambda,0} = 0.0$ e $\sigma_8 = 0.5$, e vemos que nesse cenário a evolução é muito mais forte. Para o modelo τ CDM, $\Omega_{m,0} = 1.0$, $\Omega_{\Lambda,0} = 0.0$, mas o espectro de potência é modificado tal que $\Gamma = \Omega_{m,0} h \exp[-\Omega_{b,0}(1 + \sqrt{2}h/\Omega_{m,0})] = 0.21$, e notamos que a evolução ainda é acentuada. Ainda sem energia escura e com $\Omega_{m,0} = 0.3$, $\sigma_8 = 0.9$, o modelo OCDM apresenta menor evolução que o Λ CDM. Ao incluir energia escura no modelo w CDM, com todos os parâmetros iguais ao Λ CDM exceto por $w = -0.8$, a evolução também se mostra mais lenta. (Figura extraída de Voit 2005)

Para que a função de massa possa ser utilizada em medidas de cosmologia, é necessário relacionar a massa dos aglomerados com quantidades observacionais. Atualmente os observáveis incluem os efeitos de lentes gravitacionais, a emissão em raio x, a cinemática das galáxias membro, o efeito Sunyaev-Zel'dovich (SZ) térmico e a sobredensidade de galáxias em um mesmo *redshift* detectadas no óptico, a chamada riqueza.

1.3.1 Observáveis e relações massa-observável

O ponto de partida para derivar as relações entre a massa dos aglomerados e outras quantidades observacionais é a própria definição da massa. Primeiramente as definições de massa podem ser dadas em função da densidade média ou da densidade crítica do Universo, e essas podem ser invariantes com a cosmologia dependendo do método utilizado para a determinação da massa. Como simulações numéricas sugerem que as quantidades dinâmicas dos aglomerados devem se correlacionar mais fortemente com a definição de massa em termos da densidade crítica, estudos envolvendo, por exemplo, dispersão de velocidades ou temperatura do gás em raio x adotam normalmente essa definição. Com relação ao valor de Δ , as propriedades de um aglomerado se tornam mais simples de serem observadas em regiões onde o contraste de densidade é maior, o que favorece a escolha de altos Δ . O valor 200 é muito utilizado nas observações, sendo uma aproximação para o valor do virial conforme mencionado anteriormente. O valor de 500 também é comum, especialmente para observações em raio x, já que a região interna ao raio r_{500} parece ser mais relaxada que regiões internas ao raio do virial, segundo simulações, e é difícil a detecção de regiões com $r > r_{500}$ em raio x. É importante notar que a relação entre M_{Δ} e sua definição e as quantidades observáveis pode ser um fonte de erro sistemáticos.

Outra importante fonte de incerteza nos estudos observacionais da função de massa é a dispersão das relações massa-observável, devido ao comportamento exponencial da inclinação da função de massa. Se houver um espalhamento significativo, ocorre um aumento da normalização devido ao excesso de sistemas de baixa massa espalhados para valores maiores do observável em comparação com sistemas de alta massa espalhados no sentido contrário. Por outro lado, caso o espalhamento seja subestimado, veremos um superestimativa de σ_8 que se torna pior caso haja uma longa cauda não-Gaussiana na direção de valores altos do observável.

Levantamentos de aglomerados em grandes intervalos de *redshift* também devem levar

em conta a evolução das relações massa-observável. Essa incerteza afeta tanto o mapeamento do observável para a massa quanto a densidade numérica encontrada para aglomerados de uma dada massa através do observável.

Os problemas sistemáticos expostos acima podem ser tratados no caso de grandes levantamentos através da técnica de auto-calibração (Levine, Schulz, & White, 2002; Hu, 2003). Dentro dessa abordagem, todos os parâmetros ligados às incertezas da relação massa-observável, como espalhamento, normalização e evolução, são tratados como parâmetros livres dentro do modelo cosmológico. O ajuste desse modelo para um grande número de aglomerados em um amplo intervalo de *redshift* fornecerá, portanto, não apenas parâmetros cosmológicos mas também os parâmetros envolvidos nas relações massa-observável. A contrapartida dessa abordagem é que a inclusão desses parâmetros enfraquece a restrição estatística aos parâmetros cosmológicos.

1.3.1.1 O modelo auto-similar e as relações de escala

Nas seções anteriores discutimos os processos envolvidos no colapso da matéria, a transição para o equilíbrio e a distribuição da matéria nos halos colapsados. Esses processos consideram apenas forças gravitacionais e a componente da matéria escura. Os processos bariônicos, porém, tem papel fundamental sobre as propriedades observadas dos aglomerados.

O modelo mais simples para descrever os processos físicos que ocorrem nos aglomerados é baseado na auto-similaridade (*self-similarity*). O modelo auto-similar (Kaiser, 1986) é baseado em três suposições: *i*) considera que os aglomerados foram formados via colapso gravitacional em um universo EdS ($\Omega_{m,0} = 1$), sendo que o colapso nesse caso é independente de escala (ou auto-similar); *ii*) a amplitude das flutuações de densidade é uma função do tipo lei de potência do seu tamanho, $\Delta(k) \propto k^{3+n}$, o que significa que as perturbações iniciais também não tem uma escala preferencial; *iii*) os processos físicos que modelam as propriedades dos aglomerados não introduzem novas escalas.

Com base nessas hipóteses, o modelo tem apenas dois parâmetros: a normalização e a inclinação do espectro de potência das perturbações em um momento inicial t_i , e qualquer propriedade dos halos em $t > t_i$ depende apenas desses parâmetros. Qualquer variável que dependa desses dois parâmetros pode ser definida, de acordo com o problema em questão. Uma variável frequentemente utilizada em problemas envolvendo halos e sua abundância

é a massa não-linear M_{NL} , definida como a massa característica para que um pico típico com $\nu \equiv \delta/\sigma = 1$ colapse, sendo que as propriedades e abundância dos halos podem ser descritas em função de $\mu \equiv M/M_{NL}$. Nesse modelo, aglomerados com massas $M_1(z_1)$ e $M_2(z_2)$ que correspondam à razão $M_1(z_1)/M_{NL}(z_1) = M_2(z_2)/M_{NL}(z_2)$ terão as mesmas propriedades adimensionais, como fração da massa do gás ou concentração.

No caso geral para cosmologias diferentes de um Universo EdS, as propriedades dos halos e a função de massa são funções da altura do pivô ν , que traduz a dependência com a normalização e a forma do espectro de potência.

Pela definição de massa apresentada na equação 1.41, a massa e o raio de um halo estão diretamente relacionados. O modelo auto-similar assume simetria esférica, além de considerar que o meio intra-aglomerado (ICM, do inglês *intracluster medium*) está em equilíbrio com o potencial gravitacional do aglomerado, de modo que as equações de equilíbrio hidrodinâmico sejam válidas. Desse modo, a massa M dentro de um raio R é proporcional à soma das inclinações logarítmicas dos perfis de densidade do gás e de temperatura em R . Outra hipótese da teoria auto-similar é a de que essas inclinações são independentes da massa, tal que:

$$T \propto \frac{M}{R} \propto (\Delta\rho_r)^{1/3} M^{2/3} \quad (1.45)$$

onde ρ_r é a densidade de referência, podendo ser a densidade crítica ou a densidade média do Universo.

A temperatura T na relação acima deve ser a temperatura medida dentro de R , porém as observações fornecem apenas um valor médio dentro de pequenos raios. Entretanto, se assumirmos que o perfil de temperatura é independente de M , qualquer média da temperatura sobre uma mesma fração do intervalo radial será proporcional à $T(R)$.

Podemos calcular a massa correspondente ao gás, M_g , dentro do raio R integrando o perfil de densidade do gás, e esta será proporcional à $M(< R)$.

Das relações de proporcionalidade entre M_g , T com a massa é possível encontrar a relação entre a luminosidade bolométrica do ICM e a massa:

$$L_{bol} \propto \frac{M_g^2}{V} T^{1/2} \propto (\rho_r \Delta)^{7/6} M^{4/3}, \quad (1.46)$$

porém a luminosidade que frequentemente é observada em raio x é a luminosidade na banda "mole" L_x , por exemplo entre 0.5 – 2 keV. Essa medida é praticamente insensível à

temperatura quando $T > 2$ keV (Fabricant & Gorenstein, 1983), portanto a dependência com a temperatura pode ser desprezada:

$$L_x \propto \frac{M_g^2}{V} \propto \Delta M. \quad (1.47)$$

Para $T < 2$ keV a dependência com a temperatura é importante, devido ao fluxo em linhas de emissão. Portanto para sistemas de menor massa as relações mostradas acima para massa e luminosidade deixam de ser válidas.

Outras duas grandezas de interesse são a entropia do ICM, definida como

$$K_x \propto \rho_g^{-2/3} T \propto (\Delta\rho_r)^{-1/3} M^{2/3}, \quad (1.48)$$

e a grandeza $Y = M_g T$, utilizada em análises de observações em raio x e SZ. Esta última é considerada como um *proxy* bastante robusto da massa de aglomerados (e.g. da Silva et al. 2004; Kravtsov, Vikhlinin, & Nagai 2006; Fabjan et al. 2011) por ser proporcional à energia térmica global do ICM. A relação de escala entre Y e a massa no modelo auto-similar é

$$Y \equiv M_g T \propto (\Delta\rho_r)^{1/3} M^{5/3}. \quad (1.49)$$

A dependência com o *redshift* das relações de escala apresentadas acima está associada apenas com a escolha particular da definição da massa e com a dependência de $\Delta\rho_r$ com o *redshift*, não tendo nenhum significado físico maior. É importante notar que o fato de não haver nenhuma dependência adicional com z é uma consequência das hipóteses do modelo auto-similar, sendo possível haver outro tipo de evolução caso alguma suposição desse modelo seja violada (por exemplo por processos físicos).

As equações apresentadas acima para o modelo auto-similar de Kaiser são somente válidas no caso em que os perfis adimensionais de temperatura e densidade do gás são independentes da massa. Mas na realidade espera-se algum grau de dependência desses perfis com a massa, implicando que o modelo de Kaiser pode falhar mesmo para descrever a evolução auto-similar.

Uma classe geral de modelos auto-similar pode ser introduzida para levar em conta desvios do modelo original. As relações de escala entre massa e observável nesse modelo estendido são construídas de forma similar às relações originais, usando a definição $\Delta\rho_r \equiv \Delta\rho_{cr}(z) \propto h^2 E^2(z)$, resumidas pelas equações:

$$M_g \propto M_{NL}^{-\alpha_g}(z) M_{\Delta}^{1+\alpha_g} , \quad (1.50)$$

$$T \propto E(z)^{2/3} M_{NL}^{\alpha_T}(z) M_{\Delta}^{2/3+\alpha_T} , \quad (1.51)$$

$$L_{bol} \propto E(z)^{7/3} M_{NL}^{-2\alpha_g-\alpha_T/2}(z) M_{\Delta}^{4/3+2\alpha_g+\alpha_T/2} , \quad (1.52)$$

$$K \propto E(z)^{-2/3} M_{NL}^{2/3\alpha_g-\alpha_T}(z) M_{\Delta}^{2/3(1-\alpha_g)+\alpha_T} , \quad (1.53)$$

$$Y \propto E(z)^{2/3} M_{NL}^{-\alpha_g-\alpha_T}(z) M_{\Delta_c}^{5/3+\alpha_g+\alpha_T} . \quad (1.54)$$

As relações acima se tornam equivalentes às equações originais para $\alpha_g = \alpha_T = 0$. Dentro do modelo estendido, a evolução das relações é devida à dependência com o *redshift* tanto de $\Delta(z)\rho_{cr}(z)$ quanto dos fatores contendo M_{NL} . Na prática isso implica que se as medidas fornecerem $\alpha_g \neq 0$ ou $\alpha_T \neq 0$, as relações originais de Kaiser não serão capazes de descrever a evolução, devendo então ser utilizadas as relações do modelo estendido.

Ao calibrar observacionalmente as relações de escala, muitas vezes se faz necessário trazer para o mesmo referencial medidas feitas em diferentes *redshifts*. Essa renormalização é frequentemente feita utilizando as previsões do modelo auto-similar de Kaiser, levando em conta a dependência de $\Delta(z)$. Devido as aproximações desse modelo, deve-se levar em conta que as relações apresentam imprecisões as quais podem erroneamente ser interpretadas como um espalhamento na relação. Além disso, como os fatores $\Delta(z)$ provem da definição arbitrária da massa, não devem ser interpretados como tendo um significado físico que descreva a evolução da massa.

Os processos físicos que ocorrem durante a formação e evolução dos aglomerados são complexos e não-lineares, provocando um forte desvio das propriedades observadas com relação ao modelo auto-similar. Esses processos incluem o aquecimento e resfriamento por *feedback* de AGN e diferentes tipos de fusões, e afetam principalmente as regiões mais centrais dos aglomerados, correspondendo à uma pequena fração da massa e do volume total. Medidas observacionais em raio-x mostram diversos efeitos ocorrendo na região central, dependendo da presença e intensidade de *cool cores*. Para raios maiores, o ICM mostra-se bastante regular e os aglomerados se comportam de acordo com o esperado pelo

modelo auto-similar, levando à existência de um intervalo radial onde grandezas observacionais integradas apresentam baixo espalhamento para uma dada massa. O motivo físico da regularidade das relações com a massa é devido à massa ser a variável que controla a formação do aglomerado, implicando por exemplo na quantidade de gás e temperatura do ICM.

Podemos dividir o perfil radial do aglomerados em três regimes, de acordo como espalhamento apresentado: o centro dos aglomerados, onde $r \lesssim r_{2500}$, apresenta o maior espalhamento e as relações de escala com a massa desviam significativamente do modelo auto-similar; raios intermediários, em $r_{2500} \lesssim r \lesssim r_{500}$, apresentam o menor espalhamento (porque em geral o ICM está em equilíbrio hidrodinâmico com o potencial gravitacional nessa região) e as relações com a massa são próximas de serem auto-similar, sendo o intervalo mais apropriado para obter propriedades observacionais a serem relacionadas com a massa total; regiões mais periféricas, com $r > r_{500}$, apresentam um espalhamento que aumenta com o raio, pois nesse regime a dinâmica do aglomerado é caracterizada por fusões e desvios do equilíbrio.

Além disso, nos raios intermediários é esperada uma fraca dependência das relações de escala com o estado dinâmico do aglomerado, uma vez que tanto aglomerados relaxados quanto não-relaxados apresentam um perfil similar nessa região.

As grandezas observacionais integradas comumente utilizadas nas relações de escala incluem a temperatura do gás, a massa do gás e o conteúdo térmico total Y do ICM (eq. 1.49). As relações entre essas grandezas e a massa total são previstas pelo modelo auto-similar, além de terem calibrações baseadas em dados de raio x e SZ e simulações disponíveis.

A temperatura é uma grandeza amplamente utilizada nas observações que investigam a massa de aglomerados por estar estreitamente relacionada com a dimensão do poço de potencial, além de poder ser observada até *redshifts* $\gtrsim 1$. As medidas de temperatura obtidas atualmente com os telescópios *Chandra* e *XMM-Newton* apresentam alta qualidade, tornando as incertezas sistemáticas sobre a relação $M - T$ o principal fator limitante.

A relação entre Y em raio x (Y_x) e M_{500} mostrou ter um espalhamento de apenas $\sim 8\%$ nas simulações, tanto para aglomerados relaxados quanto não-relaxados, e sua normalização com o *redshift* é consistente com as previsões do modelo auto-similar. A relação entre Y medido via efeito SZ e a massa ($Y_{SZ} - M$) também apresenta um espalhamento

baixo, da mesma ordem da relação com Y_x , e com a inclinação e evolução da normalização também compatível com o modelo auto-similar. A proximidade dos resultados encontrados tanto para $Y_x - M$ quanto para $Y_{SZ} - M$ é esperado, dado a similaridade entre as medidas de Y através das duas técnicas.

A luminosidade em raios também é correlacionada com a massa (eq. 1.47), além de ser mais simples de ser obtida em comparação com a temperatura, o que permite seu uso em medidas da função de massa para amostras maiores de aglomerados. A correlação entre massa e luminosidade, porém, apresenta maior espalhamento, da ordem de $\sim 50\%$ (Reiprich & Böhringer, 2002).

A estreita relação das quantidades integradas com a massa total torna tais quantidades um bom *proxy* para estimativas observacionais da massa dos aglomerados, sendo de grande utilidade para análises cosmológicas utilizando populações de aglomerados (Allen, Evrard, & Mantz, 2011). É fundamental, entretanto, que tais relações sejam calibradas através de observações detalhadas de pequenas amostras de aglomerados e através de simulações numéricas. A calibração dos *proxies* de massa deve ser obtida por métodos observacionais independentes para a medida da massa, seja através de medidas de lentes gravitacionais fracas, equilíbrio hidrodinâmico ou dispersão de velocidades das galáxias membro.

Por fim, as calibrações observacionais das relações de escala são em geral dependentes da cosmologia através das distâncias. Essas distâncias são aquelas envolvidas na conversão entre dimensões angulares e físicas e na conversão do fluxo observado em luminosidade, respectivamente as distâncias de diâmetro angular e de luminosidade. Essa dependência pode ser utilizada para restringir parâmetros cosmológicos, como por exemplo através das medidas em raio x da fração de gás em aglomerados (Ettori et al., 2003; Allen et al., 2004; LaRoque et al., 2006; Ettori et al., 2009) ou da evolução da contagem de aglomerados em função dos observáveis (Vikhlinin et al., 2009).

1.3.1.2 Observáveis no óptico

Amostras consideravelmente maiores de aglomerados de galáxias têm sido observadas através de telescópios ópticos. Porém a obtenção da massa através dessas observações é um processo complexo, onde efeitos de projeção introduzem incertezas tanto nas medidas de massa quando no cálculo do volume associado a uma determinada massa.

Uma grandeza observacional que pode ser considerada como análoga à temperatura em

raio x é a dispersão de velocidades σ_{1D} das galáxias membro de um aglomerado. Medidas feitas com aglomerados de alta riqueza indicam que σ_{1D}^2 é diretamente proporcional à temperatura medida em raio x (e.g. Xue & Wu 2000). Por outro lado, Evrard et al. (2002) discute que a combinação dessas duas grandezas e suas relações com a massa podem ser mais complexas, uma vez que efeitos não-gravitacionais devem afetar de forma diferente as duas medidas. Reiprich & Böhringer (2002) encontraram, para uma amostra de 42 aglomerados, massas do virial 25% maiores que as massas derivadas por raio- x , em média.

Mais uma vez o espalhamento tem um papel importante, podendo explicar em parte a discrepância encontrada em medidas baseadas na relação $M-\sigma_{1D}$; caso o espalhamento seja subestimado, causará um aumento na amplitude da função de massa, elevando o valor de σ_8 . O modo como as velocidades são observadas também pode explicar parte da diferença nas medidas de massa com relação às medidas em raio- x . A grandeza σ_{1D} diminuiu com o raio projetado, tornando o valor observado dependente dos limites radiais considerados. A projeção de galáxias de fundo e de frente no aglomerado em questão também é uma fonte de incerteza.

Outra grandeza observável frequentemente associada aos aglomerados em levantamentos ópticos é a riqueza, que pode ser obtida em termos do número de galáxias vermelhas dentro de um certo intervalo de magnitude, ou em termos do número de galáxias com *redshift* fotométrico semelhante, contadas dentro de um certo raio projetado. Diversos estudos recentes utilizando dados de grandes levantamentos ópticos (e.g. Rozo & Rykoff (2014); Saro et al. (2015); Melchior et al. (2016); Rettura et al. (2017); Simet et al. (2017)) encontraram um espalhamento na relação M - riqueza da ordem de 0.2 – 0.3, valores semelhantes ao encontrado para a relação $M - L_x$.

Efeitos de projeção no caso de medidas de riqueza podem fazer com que galáxias fora do raio considerado mas que estejam projetadas ao longo da linha de visada sejam consideradas como membros, aumentando a contagem de galáxias e portanto a massa estimada. Esse tipo de efeito introduz incertezas não-gaussianas na relação massa-riqueza.

1.3.1.3 Calibração da massa

A calibração entre a massa e o *proxy* de massa nos grandes levantamentos da atualidade pode ser feita tanto através do método de auto-calibração nas análises Bayesianas, conforme mencionado anteriormente, ou através de observações de complementares que forneçam

medidas da massa mais diretas e independentes.

É importante notar, porém, que a restrição sobre parâmetros cosmológicos obtida sem medidas independentes da relação massa-observável é mais fraca (Wu, Rozo, & Wechsler, 2008; Andreon & Hurn, 2010). Portanto, mesmo que a técnica de auto-calibração seja utilizada, medidas diretas das relações de escala são de grande importância para determinar a forma da relação e do espalhamento.

Um método robusto para estimar a massa total de aglomerados de galáxias é o método das cáusticas (Diaferio & Geller, 1997; Diaferio, 1999). Esse método é baseado na identificação no espaço de fases projetado de regiões definindo um alto contraste de densidade entre o aglomerado e o campo, a partir dos dados de velocidades na linha de visada e raio projetado. Diferentemente de outros métodos (como raio x , SZ, massas dinâmica), esse método não requer hipóteses sobre o estado do ICM, ou sobre equilíbrio dinâmico e hidrodinâmico. Por outro lado, esse é um método menos explorado e portanto possui menos estudos de simulações numéricas e comparações com outros traçadores de massa. Também é bastante ruidoso, sendo necessário obter medidas de centenas de *redshifts*.

O método de estimativa de massa baseado na técnica de lentes gravitacionais fracas (e.g. Narayan & Bartelmann (1996); Schneider (2005)) é amplamente utilizado para a calibração das relações de escala dos levantamentos atuais (e.g. Applegate et al. (2014); Hoekstra et al. (2015); Okabe & Smith (2016); Umetsu et al. (2016)). Esse método é baseado na deflexão da luz provinda de objetos de fundo e causada por concentrações de massa no plano de frente, que no caso de interesse corresponde aos aglomerados de galáxias. Assim como o método das cáusticas, a princípio é independente de suposições acerca do estado de equilíbrio do aglomerado, bem como do seu conteúdo bariônico e da razão massa-luminosidade. As principais fontes de incerteza associadas com o método de lentes fracas provém de possível contaminação das galáxias de fundo por membros do aglomerado, das concentrações de matéria não correlacionadas ao longo da linha de visada e da triaxialidade dos halos. Por ser um método utilizado em nossa análise, o descrevemos em maiores detalhes na seção 2.1.

1.3.2 Restrições sobre a matéria escura e a energia escura

Levantamentos envolvendo aglomerados em alto *redshift* mostram que a densidade numérica comóvel apresenta uma evolução modesta, consistente com os modelos cos-

mológicos com $\Omega_{m,0} \approx 0.3$. Como a evolução da função de massa em $z \lesssim 0.5$ é determinada principalmente pela densidade de matéria, esse resultado não depende significativamente do valor de $\Omega_{\Lambda,0}$.

Observações da evolução da função de luminosidade em raio x estão disponíveis para um grande número de aglomerados, número superior à informação disponível sobre a temperatura, fornecendo portanto resultados com melhor estatística. Entretanto, incertezas nas relações de escala são maiores para a luminosidade, o que enfraquece as restrições sobre $\Omega_{m,0}$ obtidas através dessa medida.

Diferentes levantamentos em raio x encontraram uma evolução significativa apenas para os aglomerados mais luminosos, com $L_X \gtrsim 10^{45}$ erg s $^{-1}$, no intervalo de *redshift* de ~ 8 até o presente (Rosati, Borgani, & Norman, 2002; Mullis et al., 2004). Esse comportamento está ilustrado na figura 1.9, onde a diferença entre as funções de luminosidade em $z = 0$ e $z = 1$ é imperceptível para aglomerados com $L_X < 10^{44}$ erg s $^{-1}$. Essa evolução sutil é esperada para os modelos cosmológicos com $\Omega_{m,0} \approx 0.3$. Os estudos de Vikhlinin et al. (2009), utilizando uma amostra em alto e outra em baixo *redshift*, e de Mantz et al. (2010), em $0 < z < 0.5$, encontraram valores de $\Omega_{m,0} \sim 0.25$.

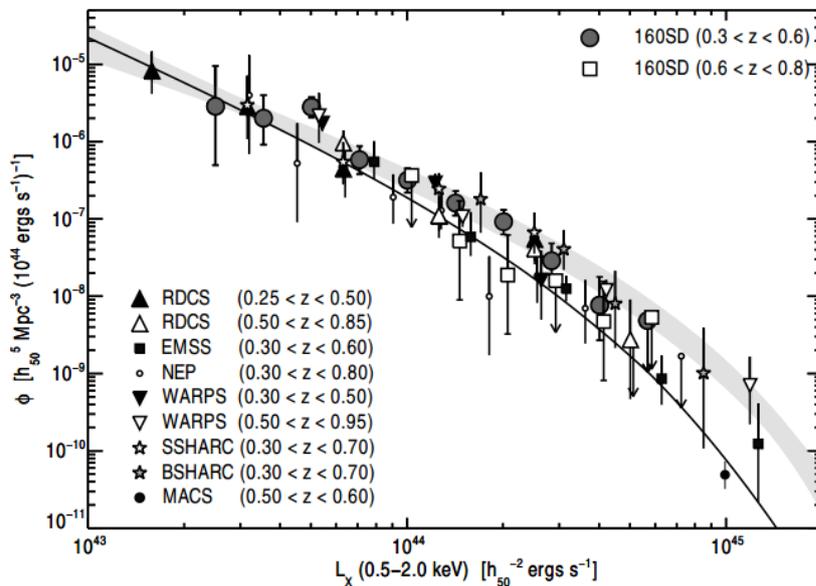


Figura 1.9: Evolução observada da função de luminosidade de aglomerados obtida através de diversos levantamentos de aglomerados. O eixo vertical mostra a função de luminosidade em termos de $\phi = dN/dL_x$. A região sombreada mostra a função de luminosidade em $z \approx 0$, e a linha contínua é o modelo para a evolução da função em $z \approx 0.7$, descrito em Mullis et al. (2004). Observamos que a evolução na função de luminosidade é significativa apenas na região de alta luminosidade, com $L_x \gtrsim 10^{45}$ erg s $^{-1}$, sendo consistente com modelos Λ CDM. (Figura extraída de Mullis et al. 2004)

Os levantamentos ópticos também reforçam a conclusão de que $\Omega_{m,0} \sim 0.3$. A evolução de aglomerados selecionados opticamente parece ser ainda mais sutil que a evolução encontrada nos levantamentos em raio-x (Postman et al., 2002). Com base na abundância local de dados no óptico, Rozo et al. (2010) utilizou a função da riqueza no intervalo de $0.1 < z < 0.3$, encontrando $\Omega_{m,0} \sim 0.28$, em bom acordo com os resultados encontrados para a função de luminosidade.

Levantamentos de aglomerados fornecem restrições mais fracas acerca da energia escura, e a estratégia mais comum é combinar os resultados obtidos a partir de aglomerados com outras informações, como por exemplo dados da radiação cósmica de fundo e de supernovas. Mas é interessante frisar que os resultados obtidos por Vikhlinin et al. (2009) e Mantz et al. (2010) sobre w estão em bom acordo com os resultados obtidos a partir de diferentes dados, com uma precisão de $\sim 20\%$, e avanços teóricos podem melhorar esse cenário (Allen, Evrard, & Mantz, 2011).

Para o caso de um Universo plano, $\Omega_{\Lambda,0}$ é obtido diretamente a partir das restrições sobre $\Omega_{m,0}$, uma vez que para essa geometria $\Omega_{\Lambda,0} = 1 - \Omega_{m,0}$. Dentro desse cenário temos que as observações de aglomerados levam à um valor de $\Omega_{\Lambda,0} \approx 0.7$.

Com o surgimento de levantamentos cada vez maiores, tanto em volume quanto em profundidade, a maior fonte de incerteza sobre as medidas de parâmetros cosmológicos não tem origem estatística, mas sim sistemática. Incertezas na normalização e evolução das relações massa-observável continua a ser um ponto crítico dentro das análises cosmológicas, sendo necessário encontrar meios eficientes e robustos de calibração.

1.4 Objetivos e estrutura de tese

O trabalho apresentado nesta tese apresenta dois principais objetivos:

- estudar o perfil de densidade e caracterizar o parâmetro de concentração de aglomerados em $z \sim 0.5$, utilizando para isso a técnica de lentes gravitacionais fracas;
- restringir parâmetros cosmológicos através da abundância de aglomerados em função de sua grandeza observável e *redshift*.

O estudo é baseado em uma amostra de aglomerados de galáxias e conta com dados no óptico, tanto de imageamento quanto espectroscopia, e dados em raio x. O modelamento

da função de seleção do levantamento e a determinação da relação massa-observável para a amostra também fazem parte do trabalho desenvolvido.

A tese apresenta a seguinte estrutura: o Cap. 2 discorre sobre as principais técnicas utilizadas nas análises, enquanto o Cap. 3 descreve a amostra de aglomerados e seus dados, incluindo a redução e extração de catálogos; no Cap. 4 apresentamos a análise de lentes fracas, resultados obtidos, discussão e conclusões; no Cap. 5 definimos a função de seleção do levantamento, apresentamos a análise da relação massa-observável e a obtenção de vínculos cosmológicos, incluindo os resultados e conclusões preliminares alcançados até o presente momento; por fim, o Cap. 6 aborda as perspectivas de continuidade do trabalho.

Em nossa análise de lentes fracas adotamos a cosmologia Λ CDM com $\Omega_{m,0} = 0.27$, $\Omega_{\Lambda,0} = 0.73$ e $H_0 = 100 h$ km/s/Mpc. Nos capítulos que seguem nos referimos à $\Omega_{m,0}$ simplesmente como Ω_m . O parâmetro de sobredensidade Δ é definido como sendo 200 vezes a densidade crítica do Universo ($200c$). As massas e concentrações são dadas para $\Delta = 200c$. Valores de melhor ajuste são apresentados como a mediana da distribuição do posterior, e os erros correspondem ao intervalo contendo 68% dos pontos da distribuição, a menos que outra convenção seja especificada.

As rotinas autorais utilizadas nesse trabalho foram desenvolvidas na linguagem aberta *Python*¹.

¹ <https://www.python.org/>

Técnicas de análise

Neste capítulo faremos uma revisão sobre a técnica de lentes gravitacionais, em especial no regime fraco por ser a técnica utilizada em nossa análise. Também introduziremos brevemente o método estatístico utilizado nas diferentes análises realizadas, baseado na teoria Bayesiana.

2.1 *Lentes Gravitacionais*

A seguir apresentaremos os conceitos básicos que fundamentam a teoria de lentes gravitacionais, com enfoque no regime fraco por ser este o utilizado em nossa análise. As ideias apresentadas nessa seção foram majoritariamente baseadas nos textos de revisão Narayan & Bartelmann 1996; Mellier 1999; Bartelmann & Schneider 2001; Schneider 2005; Kneib & Natarajan 2011.

A deflexão sofrida por raios de luz ao se aproximarem de um objeto massivo é uma consequência da Teoria da Relatividade Geral de Einstein. A previsão de Einstein (Einstein, 1916) para esse comportamento foi confirmada em 1919, quando o desvio angular de estrelas próximas ao Sol foi medido durante um eclipse solar total (Dyson, Eddington, & Davidson, 1920). Hoje em dia o fenômeno de deflexão da luz pela gravidade é conhecido como lentes gravitacionais.

Foi Zwicky (1937) quem primeiro discutiu o potencial por trás do fenômeno de lentes gravitacionais para fins de estudos astrofísicos, mostrando que galáxias poderiam produzir imagens múltiplas de fontes de fundo e que estimativas precisas da massa de galáxias poderiam ser obtidas. Foi Zwicky também quem notou que o efeito de deflexão da luz poderia magnificar galáxias distantes impossíveis de serem observadas sem esse efeito.

Em 1979, o primeiro exemplo de lente gravitacional foi observado (Walsh, Carswell, & Weymann, 1979), o quasar QSO 0957+561A,B, que consiste de duas imagens, A e B, separadas por 6". O efeito de lentes gravitacionais produzido por aglomerados de galáxias foi primeiramente observado nos aglomerados A 370 e Cl 2244 como gigantescos arcos azuis (Soucail et al., 1987; Lynds & Petrosian, 1986). Paczynski (1987) então propôs que tais arcos eram imagens de galáxias de fundo que sofreram forte deflexão e se tornaram alongadas pelo efeito gravitacional do aglomerado no plano de frente.

Existem diferentes manifestações do fenômeno produzido por lentes gravitacionais, incluindo imagens múltiplas, *time delay* em imagens múltiplas, arcos, *arclets*, microlentes e magnificação. Os feitos variam conforme o objeto que atua como lente e o tipo de fonte de fundo. Com base nas manifestações observadas podemos utilizar o fenômeno de lentes gravitacionais para diferentes aplicações, sendo interessante citar: medidas de massa independentes da luminosidade, estado dinâmico e composição da lente, sendo uma técnica poderosa no estudo da matéria escura e estrutura dos sistemas; o uso de lentes como "telescópios cósmicos" que magnificam fontes distantes e fracas; medidas de parâmetros cosmológicos através da dependência entre as propriedades da lente e a idade, escala e geometria do Universo.

Embora o formalismo teórico da propagação da luz em espaços-tempo curvados seja bastante complexo, para a maioria dos fenômenos de lentes gravitacionais observados o problema é simplificado assumindo que as lentes são perturbações locais e desde que o potencial Newtoniano Φ e a velocidade peculiar da lente v sejam pequenos ($|\Phi| \ll c^2$, $v \ll c$). Podemos dizer que essas condições são satisfeitas para basicamente todos os casos de interesse.

2.1.1 Deflexão da luz

Dentro das simplificações mencionadas, podemos descrever a região próxima à lente por um espaço-tempo de Minkowsky localmente plano e que sofre perturbação do potencial gravitacional da lente. O efeito da curvatura no espaço-tempo sobre os raios de luz pode ser descrito por um índice de refração efetivo n , que para valores > 1 causa um decréscimo na velocidade da luz ao passar pelo meio:

$$n = 1 - \frac{2}{c^2}\Phi = 1 + \frac{2}{c^2}|\Phi| \quad (2.1)$$

O deflexão sofrida pela luz ao passar pelo campo gravitacional é dado pela integral ao longo da trajetória da luz do gradiente de n perpendicular à trajetória:

$$\vec{\alpha} = - \int \vec{\Delta}_{\perp} n \, dl = \frac{2}{c^2} \int \vec{\Delta}_{\perp} \Phi \, dl \quad (2.2)$$

O ângulo de deflexão sofrido pela luz nos casos de interesse para estudos de lentes gravitacionais é sempre muito pequeno, tornando possível simplificar o cálculo ao integrar $\vec{\Delta}_{\perp} n$ ao longo de um raio de luz que não sofreu perturbação mas que tenha o mesmo parâmetro de impacto do raio defletido.

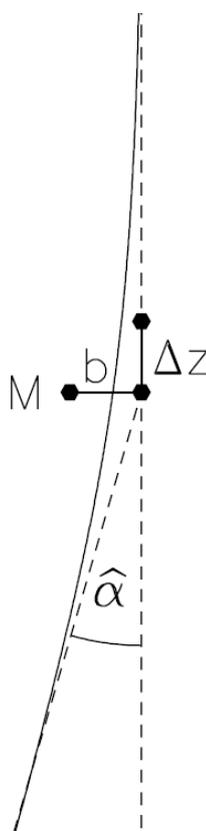


Figura 2.1: Ângulo de deflexão sofrido pela luz ao se aproximar de um ponto de massa M . Os raios passam pelo ponto com parâmetro de impacto b e sofrerem deflexão por um ângulo $\hat{\alpha}$. A região de interesse onde ocorre a maior parte da deflexão se resume ao intervalo $\Delta z \sim \pm b$. (Figura extraída de Narayan & Bartelmann 1996)

Seguindo com o desenvolvimento das equações no caso de uma perturbação causada por um ponto de massa M (Fig. 2.1), podemos descrever o potencial Newtoniano da lente em função do Parâmetro de impacto b e da menor distância z com que o raio de luz não-perturbado se aproxima da lente:

$$\Phi(b, z) = -\frac{GM}{(b^2 + z^2)^{1/2}} \quad (2.3)$$

e seu gradiente como:

$$\vec{\Delta}_\perp \Phi(b, z) = \frac{GM\vec{b}}{(b^2 + z^2)^{3/2}} \quad (2.4)$$

Finalmente temos que o ângulo de deflexão é

$$\hat{\alpha} = \frac{2}{c^2} \int \vec{\Delta}_\perp \Phi dz = \frac{4GM}{c^2 b}. \quad (2.5)$$

Como a maior parte da deflexão ocorre em uma região muito menor do que as distâncias entre observador - lente e lente - fonte, podemos considerar que a lente possui uma fina espessura comparada à distância total percorrida pela luz. A aproximação de lentes finas implica que toda a informação necessária está contida na forma de densidade de massa superficial. Dessa forma, podemos generalizar a equação 2.5 para uma distribuição qualquer de massa no caso em que a aproximação de lente fina seja satisfeita, onde o ângulo de deflexão é descrito por:

$$\vec{\hat{\alpha}}(\vec{\xi}) = \frac{4G}{c^2} \int \frac{(\vec{\xi} - \vec{\xi}') \Sigma(\vec{\xi}')}{|\vec{\xi} - \vec{\xi}'|^2} d^2 \xi' \quad (2.6)$$

A distribuição de massa é aproximada por uma folha de massa ortogonal à linha de visada, caracterizada pela densidade superficial de massa:

$$\Sigma(\vec{\xi}) = \int \rho(\vec{\xi}, z) dz, \quad (2.7)$$

onde $\vec{\xi}$ é um vetor correspondente ao parâmetro de impacto no plano da lente.

No caso de uma lente esfericamente simétrica podemos fixar a origem das coordenadas para coincidir com o centro de simetria, com o ângulo de deflexão apontando para o centro da lente e tendo módulo igual a

$$\hat{\alpha}(\xi) = \frac{4GM(\xi)}{c^2 \xi} \quad (2.8)$$

sendo ξ a distância ao centro da lente e $M(\xi)$ a massa dentro desse raio:

$$M(\xi) = 2\pi \int_0^\xi \Sigma(\xi') \xi' d\xi' \quad (2.9)$$

2.1.2 Equação da lente e densidade crítica

Na figura 2.2 mostramos um sistema típico de lente gravitacional. A luz é emitida pela fonte que está no *redshift* z_s , passa pela lente em *redshift* z_d e sofre deflexão por um ângulo $\hat{\alpha}$, atingindo o observador que se encontra em $z = 0$. As distâncias de interesse no estudo de lentes gravitacionais são as distâncias de diâmetro angular entre observador e fonte, observador e lente, lente e fonte (D_s , D_d , D_{ds} respectivamente). No caso em que os objetos atuando como lentes são aglomerados de galáxias, caso que corresponde ao nosso estudo, as distâncias mencionadas são da ordem de grandeza de $cH^{-1} \sim 3000$ Mpc. Comparada com a dimensão física da lente, da ordem de $cH^{-1} \sim 3$ Mpc, as distâncias são muito maiores e portanto a condição de lentes finas é satisfeita. Note que em geral $D_{ds} \neq D_s + D_d$.

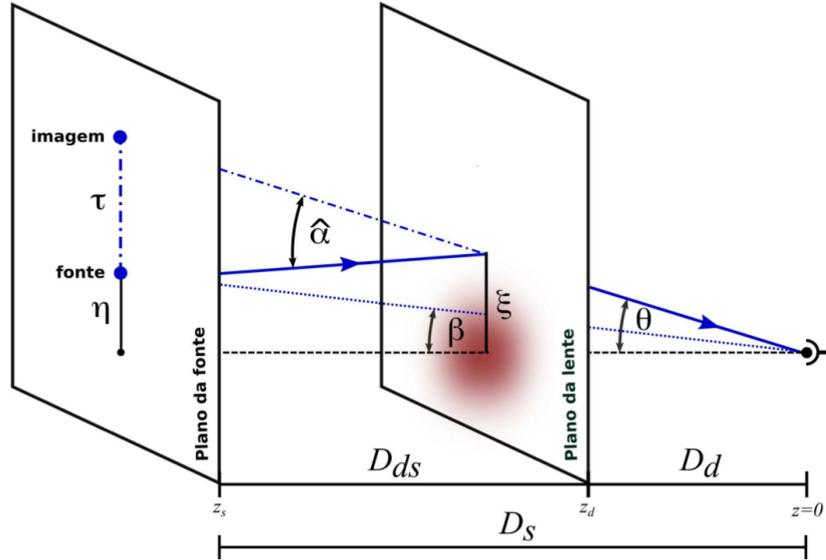


Figura 2.2: Geometria típica de um sistema de lente gravitacional. O raio de luz (linha contínua azul) é emitido pela fonte à uma distância transversal η do eixo óptico do observador e passa pela lente à uma distância ξ , sendo defletido por um ângulo $\hat{\alpha}$. Devido à essa deflexão o observador enxerga a fonte com uma separação angular θ do eixo óptico ao invés do ângulo original β . As distâncias de diâmetro angular que caracterizam o sistema são dadas entre observador-fonte (D_s), observador-lente (D_d) e lente-fonte (D_{ds}). (Figura extraída da tese de doutorado de Rogério Monteiro de Oliveira, 2016)

Partindo de relações trigonométricas básicas e para o regime onde $\hat{\alpha} \ll 1$, podemos escrever as seguintes relações entre ângulos e distâncias da Figura 2.2:

$$\hat{\alpha} = \frac{\tau}{D_{ds}}, \quad \beta = \frac{\eta}{D_s}, \quad \theta = \frac{\xi}{D_d} = \frac{\eta + \tau}{D_s} \quad (2.10)$$

Por semelhança de triângulos e através de uma manipulação algébrica simples das relações acima chegamos à:

$$\eta = \theta D_s - D_{ds} \hat{\alpha}(\xi) \quad (2.11)$$

e ao dividir todos os termos por D_s temos:

$$\frac{\eta}{D_s} = \theta - \frac{D_{ds}}{D_s} \vec{\alpha}(\xi) \quad (2.12)$$

podendo ser reescrita em termos do β definido em 2.10:

$$\vec{\beta} = \vec{\theta} - \vec{\alpha}(\vec{\theta}) \quad (2.13)$$

A equação 2.13 é conhecida como *equação de lente* e descreve geometricamente o desvio sofrido pelo feixe de luz ao passar pela lente, relacionando a posição real β da fonte com a posição θ da imagem observada. O chamado ângulo de deflexão reduzido é o fator $\vec{\alpha}(\vec{\theta}) = \vec{\alpha}(\xi) D_{ds}/D_s$. O aparecimento de múltiplas imagens correspondendo à uma única fonte é possível pela natureza não-linear da equação de lente para o caso geral.

Para o caso onde a densidade de massa superficial é constante, partindo da equação 2.8 podemos definir o ângulo de deflexão reduzido em função da posição da imagem como

$$\alpha(\theta) = \frac{D_{ds}}{D_s} \frac{4G}{c^2 \xi} (\Sigma \pi \xi^2) = \frac{4\pi G \Sigma}{c^2} \frac{D_d D_{ds}}{D_s} \theta, \quad (2.14)$$

onde $\xi = \theta D_d$ (eq. 2.10).

Vamos agora definir uma grandeza importantes, a densidade crítica Σ_{cr} :

$$\Sigma_{cr} = \frac{c^2}{4\pi G} \frac{D_s}{D_{ds} D_d} \quad (2.15)$$

Essa densidade é uma densidade superficial, e notamos que não é uma propriedade intrínseca da lente mas sim da geometria do sistema.

Podemos agora definir uma densidade superficial adimensional, a convergência κ , que está relacionada com a densidade crítica:

$$\kappa(\theta) \equiv \frac{\Sigma(D_d \theta)}{\Sigma_{cr}} \quad (2.16)$$

Uma lente que possui $\kappa \geq 1$ (ou de forma equivalente $\Sigma \geq \Sigma_{cr}$) permite mais de uma solução para a equação 2.13, produzindo imagens múltiplas.

Como podemos ver, a convergência depende das distâncias de diâmetro angular do sistema de lente, determinadas em função do *redshift*. Como consequência, a eficiência da lente gravitacional depende da sua distância ao observador e às fontes de fundo. A Figura 2.3 mostra como varia a eficiência da lente em função do seu *redshift*, supondo que as fontes estão em $z = 1$. As linhas pontilhadas indicam quatro lentes hipotéticas em diferentes *redshifts*.

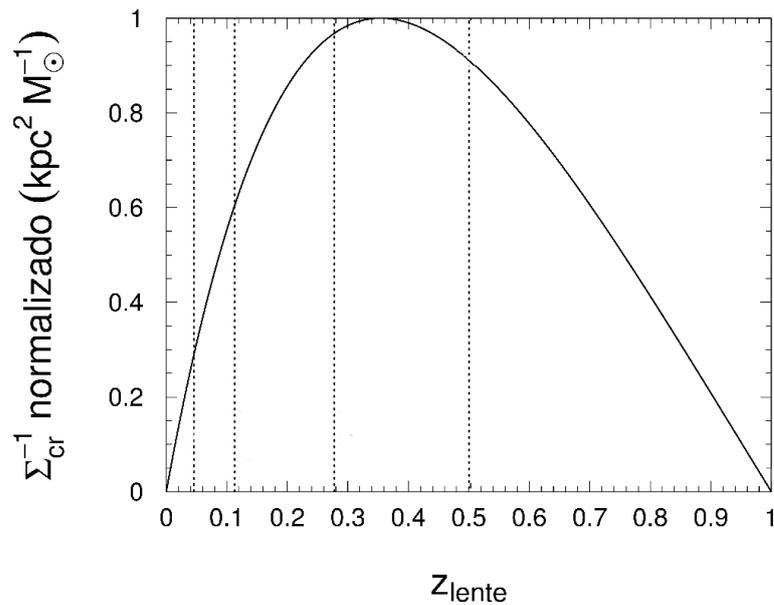


Figura 2.3: Variação da eficiência da lente gravitacional com seu *redshift*, para fontes hipotéticas fixas em $z = 1$. Vemos que as lentes em *redshifts* intermediários são as mais eficientes. (Imagem adaptada da tese de doutorado de Rogério Monteiro de Oliveira, 2016)

2.1.3 Esfera isotérmica singular

Um modelo simples para descrever a distribuição de massa de uma lente assume que suas componentes de massa se comportam como um gás ideal dentro do potencial gravitacional com simetria esférica. Estando em equilíbrio térmico, a temperatura T se relaciona com a dispersão de velocidades unidimensional σ_v das partículas através de:

$$M\sigma_v^2 = k_B T \quad (2.17)$$

onde k_B é a constante de Boltzman.

Uma solução da equação de Boltzman para esse caso leva ao perfil de densidade:

$$\rho(r) = \frac{\sigma_v^2}{2\pi G} \frac{1}{r^2} \quad (2.18)$$

e projetando ao longo da linha de visada chegamos à densidade de massa superficial, em função da distância ξ ao centro do perfil bi-dimensional:

$$\Sigma(\xi) = \frac{\sigma_v^2}{2G} \frac{1}{\xi} \quad (2.19)$$

2.1.4 O potencial efetivo de lente

A fim de descrever modelos mais complicados para o perfil de massa, vamos definir o potencial escalar $\Psi(\vec{\theta})$, que corresponde ao potencial Newtoniano da lente:

$$\Psi(\vec{\theta}) = \frac{D_{ds}}{D_d D_s} \frac{2}{c^2} \int \Phi(D_d \vec{\theta}, z) dz \quad (2.20)$$

O gradiente de Ψ com relação à θ fornece o angulo de deflexão $\vec{\alpha}$, enquanto o Laplaciano é proporcional à densidade de massa superficial Σ e está relacionado com a convergência κ :

$$\vec{\nabla}_\theta \Psi = \vec{\alpha}, \quad \nabla_\theta^2 \Psi = 2 \frac{\Sigma(\vec{\theta})}{\Sigma_{cr}} \equiv 2\kappa(\vec{\theta}) \quad (2.21)$$

Por Ψ satisfazer à equação de Poisson bi-dimensional $\nabla_\theta^2 \Psi = 2\kappa$, escrevemos o potencial efetivo da lente em termos de κ :

$$\Psi(\vec{\theta}) = \frac{1}{\pi} \int \kappa(\vec{\theta}') \ln |\vec{\theta} - \vec{\theta}'| d^2\theta' \quad (2.22)$$

O mapeamento das propriedades locais da lente é descrito pela matriz Jacobiana:

$$\mathcal{A} \equiv \frac{\partial \vec{\beta}}{\partial \vec{\theta}} = \left(\delta_{ij} - \frac{\partial \alpha_i(\vec{\theta})}{\partial \theta_j} \right) = \left(\delta_{ij} - \frac{\partial^2 \Psi(\vec{\theta})}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right) \quad (2.23)$$

O inverso da matriz Jacobiana é a chamada matriz de magnificação, $\mathcal{M} = \mathcal{A}^{-1}$, e fornece o mapeamento das imagens no plano da lente através da transformação:

$$(\theta - \theta_0) = \mathcal{M}(\theta_0) \times (\beta - \beta_0) \quad (2.24)$$

baseada na suposição de que a imagem é pequena e portanto as propriedades da lente são constantes ao longo da imagem. A figura 2.4 mostra o mapeamento da lente no plano da fonte e no plano da imagem, bem como seu efeito na forma da imagem.

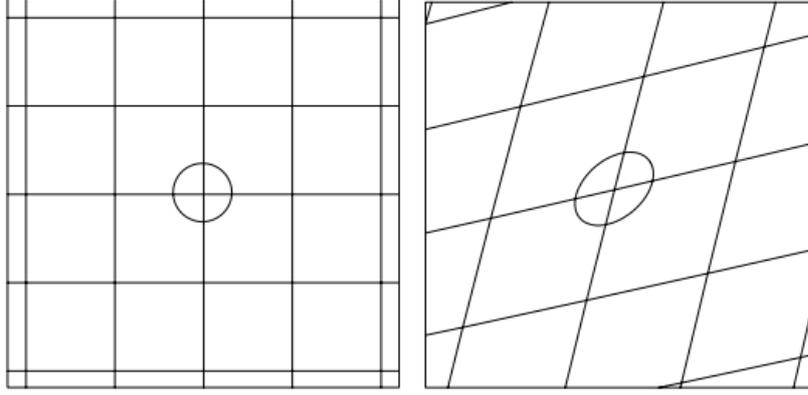


Figura 2.4: Mapeamento da lente gravitacional. A imagem da esquerda mostra o plano da fonte e a da direita o plano da imagem, onde observa-se uma deformação local causada pela lente. (Imagem extraída de Kneib & Natarajan (2011))

Por conveniência introduzimos a seguinte notação para a matriz Heissiana de Ψ :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \equiv \Psi_{ij} \quad (2.25)$$

Lembrando que o Laplaciano de Ψ é igual a 2κ , temos:

$$\kappa = \frac{1}{2}(\Psi_{11} + \Psi_{22}) \quad (2.26)$$

e as demais combinações lineares de Ψ_{ij} fornecem as componentes outra grandeza fundamental na caracterização de uma lente gravitacional, o chamado cisalhamento γ :

$$\begin{aligned} \gamma_1(\vec{\theta}) &= \frac{1}{2}(\Psi_{11} - \Psi_{22}) \equiv \gamma(\vec{\theta}) \cos[2\phi(\vec{\theta})], \\ \gamma_2(\vec{\theta}) &= \Psi_{12} = \Psi_{21} \equiv \gamma(\vec{\theta}) \sin[2\phi(\vec{\theta})] \end{aligned} \quad (2.27)$$

A convergência provoca uma magnificação isotrópica da fonte, que é mapeada em uma imagem possuindo a mesma forma mas de tamanho maior. Já o cisalhamento introduz anisotropia no mapeamento, tornando uma fonte circular em uma imagem elíptica. Enquanto $\gamma = (\gamma_1^2 + \gamma_2^2)^{1/2}$ descreve a magnitude do cisalhamento, ϕ descreve a orientação.

A matriz Jacobiana pode então ser reescrita em termos da convergência e do cisalhamento:

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 1 - \kappa - \gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & 1 - \kappa + \gamma_1 \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

O efeito final observado é uma combinação de κ e γ , o chamado cisalhamento reduzido complexo g , definido como:

$$g = \frac{\gamma}{1 - \kappa}, \quad (2.29)$$

com componentes:

$$g \equiv g_1 + ig_2 = \frac{|\gamma|}{1 - \kappa} e^{2i\phi}. \quad (2.30)$$

Podemos reescrever a matriz \mathcal{A} em termos das componentes do cisalhamento reduzido e da convergência:

$$\mathcal{A} = (1 - \kappa) \begin{pmatrix} 1 - g_1 & -g_2 \\ -g_2 & 1 + g_1 \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

Para o caso de uma fonte originalmente circular e de raio unitário, mapeada pela matriz de magnificação \mathcal{A}^{-1} , sua imagem no plano da lente será uma elipse com semi-eixos:

$$a = \frac{1}{1 - \kappa - |\gamma|} = \frac{1}{(1 - \kappa)(1 - |g|)}; \quad b = \frac{1}{1 - \kappa + |\gamma|} = \frac{1}{(1 - \kappa)(1 + |g|)} \quad (2.32)$$

sendo a elipticidade dada pela razão:

$$\epsilon \equiv \frac{a - b}{a + b} \quad (2.33)$$

O aumento no tamanho da imagem tem como consequência um aumento do fluxo observado pelo mesmo fator, o que consequentemente torna a imagem mais brilhante. Esse aumento do brilho é chamado de magnificação μ , sendo descrito por:

$$\mu = \det \mathcal{M} = \frac{1}{\det \mathcal{A}} = \frac{1}{(1 - \kappa)^2 - \gamma^2} \quad (2.34)$$

A figura 2.5 ilustra os efeitos da convergência e do cisalhamento sobre uma fonte inicialmente circular.

2.1.5 Degenerescência de lâmina de massa

Embora as grandezas descritas acima sejam úteis na descrição da distribuição de massa bi-dimensional da lente, não são capazes de fornecer uma estimativa da massa total sem viés.

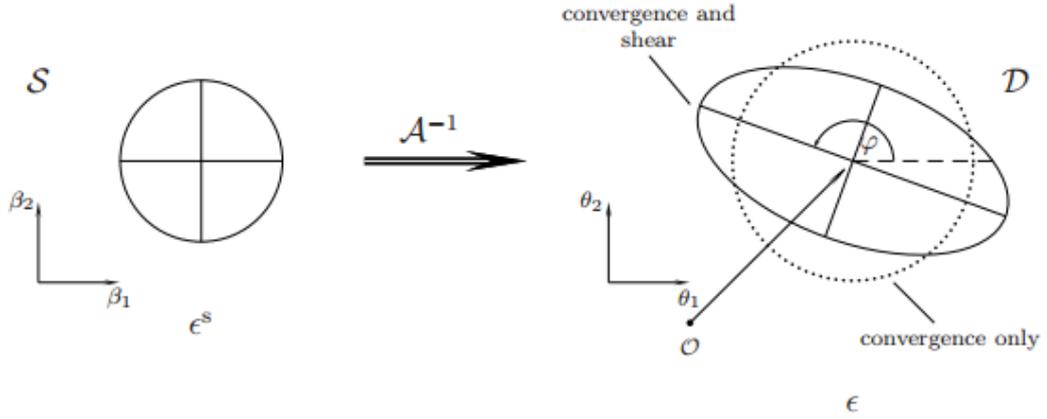


Figura 2.5: Efeito de convergência e cisalhamento sobre uma fonte circular. A imagem da esquerda mostra a fonte, que é mapeada pela matriz \mathcal{A}^{-1} . Se só há o efeito de convergência a imagem resultante possui a mesma forma da fonte porém com raio modificado. Na presença do cisalhamento há distorção anisotrópica modificando a forma circular para uma elipse cuja orientação depende da fase ϕ do cisalhamento. (Imagem extraída de Kneib & Natarajan (2011))

Esse problema, conhecido como degenerescência de lâmina de massa, ocorre pelo fato de as medidas de cisalhamento serem invariantes sob a transformação:

$$\kappa' = (1 - \lambda)\kappa + \gamma, \quad \gamma' = (1 - \lambda)\gamma, \quad (2.35)$$

resultando em um mesmo observável $g = g'$. O número real λ está associado à adição de uma superfície de densidade homogênea ao plano da lente. Sendo o observável invariante à essa transformação, técnicas baseadas puramente nas medidas de cisalhamento serão insensíveis à λ . A inclusão de medidas de magnificação (eq. 2.34) pode quebrar essa degenerescência, uma vez que:

$$\mu = \frac{1}{(1 - k)^2 - \gamma^2}, \quad \mu \propto \lambda^{-2} \quad (2.36)$$

Uma outra forma de lidar com tal degenerescência é conhecendo a distribuição do *redshift* das fontes no caso de aglomerados críticos (Bradač, Lombardi, & Schneider, 2004).

2.1.6 Regimes de lentes gravitacionais

Lentes gravitacionais são totalmente caracterizadas pela densidade de massa superficial $\Sigma(\vec{\theta})$. Quando temos uma distribuição de massa em alguma região da lente com $\kappa > 1$, ou seja, $\Sigma > \Sigma_{\text{cr}}$ (eq. 2.15):

$$\Sigma > \sigma_{\text{cr}} = 0.35 \text{ g cm}^{-3} \left(\frac{D}{\text{Gpc}} \right)^{-1}, \quad (2.37)$$

onde $D = D_d D_{ds} / D_s$ é a chamada distância efetiva da lente, ocorre o fenômeno de lente forte, onde podem ser geradas imagens múltiplas. Temos esse cenário quando a fonte está posicionada próximo ao eixo óptico da lente, e então observamos a ocorrência de arcos gravitacionais. Arcos são imagens altamente magnificadas e em geral alinhadas na direção tangencial à linha que liga a imagem ao centro da lente. As regiões onde a magnificação é máxima são chamadas de linhas críticas no plano da lente e de linhas cóusticas no plano das fontes. A figura 2.6 mostra a configuração de imagens múltiplas produzidas por uma lente elíptica.

Uma característica interessante do fenômeno de imagens múltiplas é que podemos utilizar sua configuração para estudar a distribuição de massa da lente em detalhes.

Quando não há um alinhamento preciso entre fonte, lente e observador, a distorção causada pelo efeito de lente gravitacional é muito mais sutil. Nesse caso não é possível identificar de forma direta o efeito causado pela lente sobre a imagem observada, sendo tal regime conhecido como regime fraco. Por se tratar do regime utilizado em nossa análise discutiremos em mais detalhes na próxima seção.

Na figura 2.7 podemos identificar os diferentes regimes do fenômeno de lentes gravitacionais, onde a lente gravitacional é representada por um aglomerado de galáxias. No regime não-linear as fontes são altamente magnificadas e temos a formação de imagens múltiplas e arcos gravitacionais; no regime linear a distorção é mais tênue.

2.1.7 Lentes fracas

Lentes gravitacionais dentro do regime fraco são uma poderosa ferramenta para obtenção da massa de aglomerados de galáxias e análise da estrutura interna dos halos de matéria escura; é um método que não depende de suposições acerca do estado dinâmico do halo e é sensível ao conteúdo total de matéria, independente de sua natureza.

A observação do sinal de lentes fracas, porém, não é trivial. A distorção provocada em uma fonte individual é imperceptível, somado ao fato de as fontes, no caso de interesse as galáxias, apresentarem uma elipticidade intrínseca ϵ^s . Portanto a imagem observada será uma combinação das elipticidades intrínseca e daquela causada pelo cisalhamento, sendo a última muito pequena em comparação com ϵ^s .

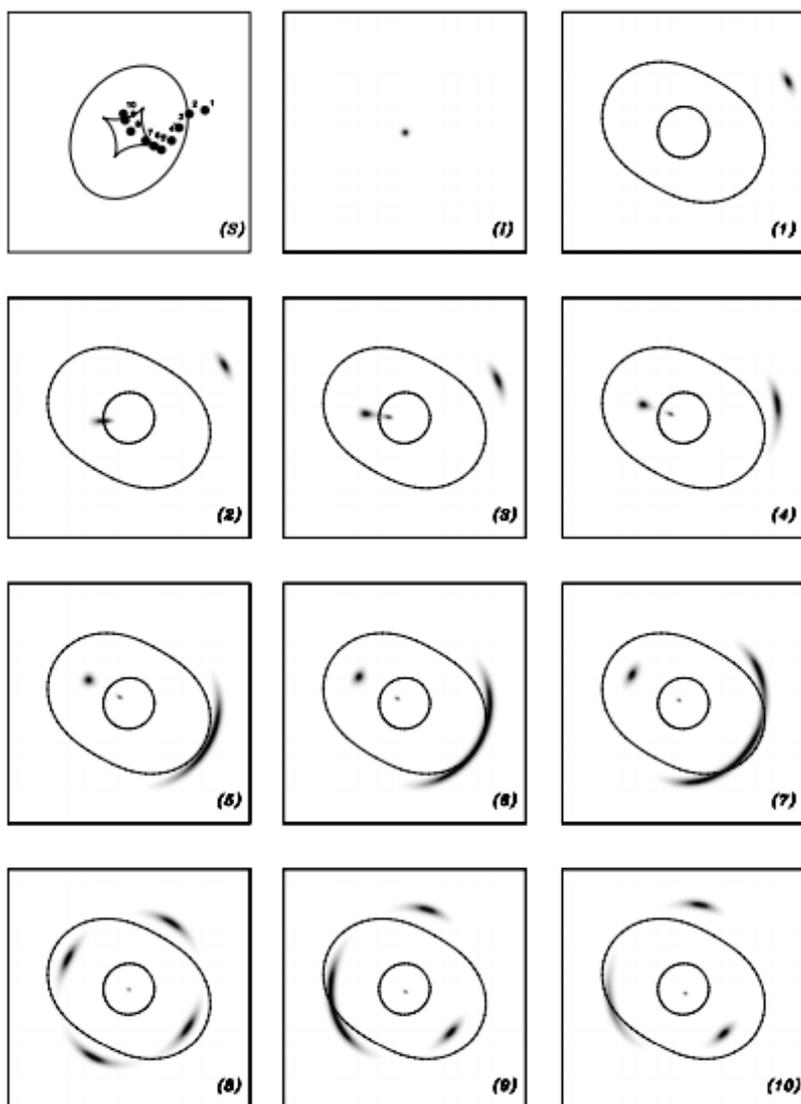


Figura 2.6: Imagens múltiplas produzidas por uma lente elíptica. A figura (S) mostra o plano da fonte com as linhas cáusticas e as posições de 10 fontes com relação à essas linhas. A figura (I) mostra a imagem da fonte sem o efeito de lente. Figuras de (1) a (10) mostram a imagem final após sofrer o efeito da lente em função da posição da fonte. (Imagem extraída de Kneib & Natarajan (2011))

Caso as fontes fossem circulares, poderíamos ter uma medida direta do cisalhamento reduzido a partir da forma elíptica da imagem observada (usando a razão das equações 2.32):

$$|g| = \frac{1 - b/a}{1 + b/a} \quad (2.38)$$

e sabendo a orientação do semi-eixo maior ϕ . Como esse cenário não é real, a estratégia utilizada para obter uma estimativa do cisalhamento reduzido se baseia na hipótese de que as elipticidades intrínsecas ϵ^s das galáxias estão orientadas de maneira aleatória, de modo

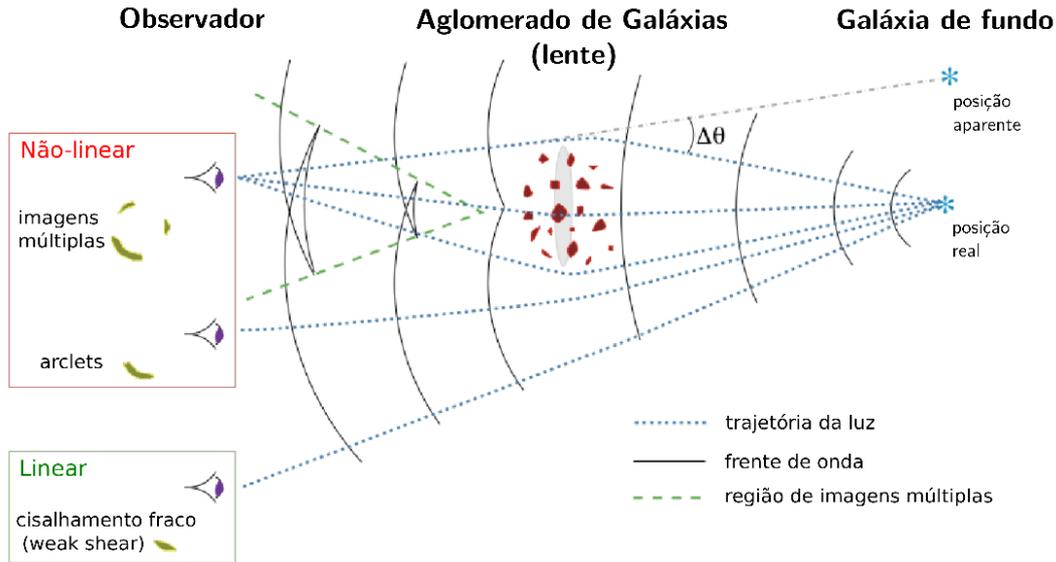


Figura 2.7: Diferentes regimes de lentes gravitacionais. Quando $\kappa \geq 1$ ($\Sigma \geq \Sigma_{cr}$) a equação da lente fornece (eq. 2.13) mais de uma solução, e observamos a formação de imagens múltiplas. Quando não ocorre o alinhamento das componentes do sistema o efeito da lente é mais fraco e só pode ser caracterizado de forma estatística. Na região de transição entre os dois regimes temos a formação de imagens únicas alongadas (*arclets*). (Imagem extraída de Lima-Neto, 2006, adaptada de Kneib & Natarajan 2011.)

que o valor esperado será:

$$E(\epsilon^s) = 0 \quad (2.39)$$

Alterações locais dessa característica observadas ao se tirar a média das elipticidades sobre todas as fontes em uma dada região serão atribuídas ao sinal de cisalhamento. A Figura 2.8 ilustra essa situação. No regime de lentes fracas ($\kappa \ll 1, |\gamma| \ll 1$) o valor esperado da elipticidade de um conjunto de imagens é

$$E(\epsilon) \approx g \approx \gamma . \quad (2.40)$$

O ruído intrínseco da medida de lentes fracas está associado com a elipticidade intrínseca das fontes, sendo determinado pela dispersão dessa grandeza:

$$\sigma_\epsilon = \sqrt{(\epsilon_1^s)^2 + (\epsilon_2^s)^2} \quad (2.41)$$

sendo que seu valor típico está no intervalo de 0.25 a 0.4 (Mellier, 1999). Esse ruído é reduzido quanto maior o número N de galáxias amostradas:

$$\frac{\sigma_\epsilon}{\sqrt{N}} \quad (2.42)$$

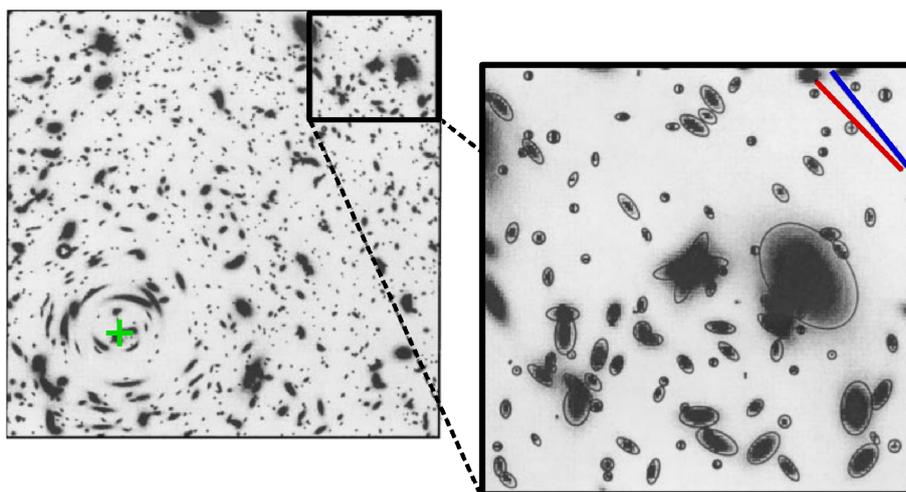


Figura 2.8: Simulação de uma região sob influência do efeito de lentes gravitacionais nos diferentes regimes. Na região onde encontra-se a cruz verde, correspondendo ao centro da lente, observamos a formação de arcos gravitacionais no regime forte. A medida que nos distanciamos do centro da distribuição de massa chegamos no regime fraco e as distorções causadas em objetos individuais não são perceptíveis. Na região com zoom comparamos a orientação média esperada das galáxias, representada pela barra azul, com a orientação média obtida sobre 92 galáxias do campo, representada pela barra vermelha. A diferença entre as duas orientações vem da diferença entre a distribuição aleatória das elipticidades intrínsecas e a elipticidade provocada pelo sinal de lente, que induz uma orientação preferencial sobre as elipticidades. (Imagem extraída de Mellier 1999)

As componentes γ_1 e γ_2 do cisalhamento foram inicialmente definidas em relação à um referencial de coordenadas cartesianas. Podemos de maneira conveniente redefinir essas componentes para um referencial rotacionado, medindo o cisalhamento em diferentes direções. Seja ϕ o ângulo definido entre o eixo horizontal e o vetor que liga o centro da lente ao centro da imagem, podemos então descrever γ (e de maneira análoga g e ϵ) em termos do sistema de coordenadas com origem no centro da lente e de ϕ :

$$\begin{aligned} \gamma_t &= -\gamma_1 \cos 2\phi - \gamma_2 \sin 2\phi, \\ \gamma_x &= \gamma_1 \sin 2\phi - \gamma_2 \cos 2\phi, \end{aligned} \quad (2.43)$$

No caso de uma distribuição de massa com um centro definido, o cisalhamento medido em qualquer ponto estará orientado tangencialmente à direção que aponta para o centro de coordenadas, como ilustrado na Figura 2.9. A componente ϵ_t tem valores positivos quando está tangencialmente orientada em relação ao centro da lente, e valores negativos quando radial. A componente ϵ_x aparece sempre deslocada em 45° . O cisalhamento causado por uma distribuição de massa somente induz elipticidades tangenciais (< 0 ou > 0), de modo que medidas do sinal de ϵ_x indicam a presença de erros sistemáticos nas medidas da forma das fontes (ϵ_x deve ser consistente com zero para uma medida de elipticidade livre de viés).

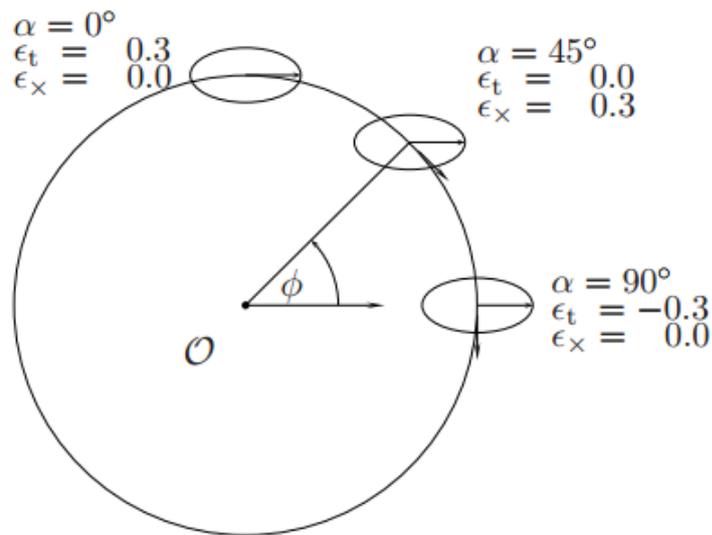


Figura 2.9: Componentes tangencial e cruzada do cisalhamento para uma imagem com $\epsilon_1 = 0.3$, $\epsilon_2 = 0$, para três posições diferentes com relação ao centro da lente. (Figura extraída de Schneider 2005).

Finalmente podemos definir o ângulo ϕ em função das componentes da distância entre a fonte e o centro de coordenadas do sistema (como ilustrado na figura 2.10):

$$\phi = \arctan\left(\frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1}\right) \quad (2.44)$$

Para distribuições de massa axi-simétricas, a convergência e o cisalhamento tangencial estão relacionados com a densidade de massa superficial Σ e com a densidade de massa superficial média $\bar{\Sigma}$ através das relações:

$$\begin{cases} \kappa(x) = \frac{\Sigma(x)}{\Sigma_{\text{cr}}} \\ \gamma_t(x) = \frac{\bar{\Sigma}(x) - \Sigma(x)}{\Sigma_{\text{cr}}} \end{cases} \quad (2.45)$$

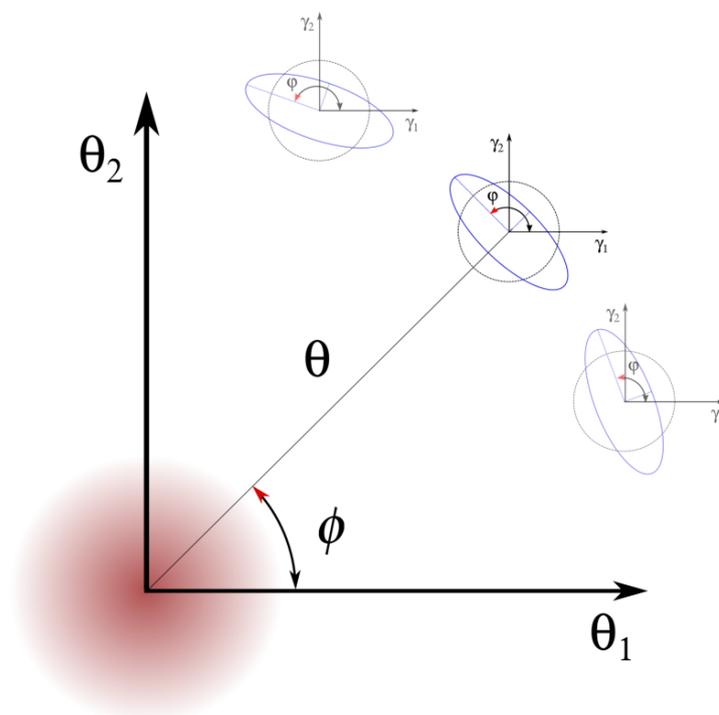


Figura 2.10: Sistema de coordenadas para medidas de lentes fracas, com as componentes do cisalhamento tangencial γ_t . O ângulo ϕ é dado em termos da distância projetada entre o centro da fonte e o centro da lente. (Imagem adaptada da tese de doutorado de Spinelli P., 2011.)

onde x é a distância física radial. Essa definição é bastante útil para a obtenção de expressões analíticas descrevendo os efeitos de lente produzidos por um perfil de massa. A densidade superficial média dentro de um raio R , $\bar{\Sigma}(R)$, é dada por:

$$\bar{\Sigma}(R) = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R 2\pi x \Sigma(x) dx. \quad (2.46)$$

Uma importante consequência das relações descritas acima é que podemos determinar o perfil de massa azimutal médio da lente a partir da medida do cisalhamento tangencial, tomando seu valor médio em função da distância ao centro da lente. A média azimutal de γ_t pode ser expressa como um contraste de massa (Miralda-Escude, 1991):

$$\langle \gamma_t \rangle (R) = \frac{\bar{\Sigma}(< R) - \bar{\Sigma}(R)}{\Sigma_{\text{cr}}} = \bar{\kappa}(< R) - \bar{\kappa}(R) \quad (2.47)$$

2.1.8 Medidas de lentes fracas em aglomerados de galáxias

Em nosso trabalho, utilizamos a técnica de lentes gravitacionais fraca para estudar o perfil de massa radial de aglomerados de galáxias. Portanto são os aglomerados que atuam como lentes e produzem uma distorção nas imagens das fontes, que são as galáxias de fundo.

No regime de lentes gravitacionais fracas estamos sondando as regiões mais afastadas do centro dos aglomerados. A medida que nos distanciamos do centro as distorções provocadas nas imagens tornam-se cada vez menores e a forma das galáxias passa a ser dominada pela elipticidade intrínseca, só sendo possível caracterizar tal efeito de forma estatística. Por conta disso a precisão na medida de lentes depende do número de fontes disponível para a análise. Para fornecer uma ideia quantitativa da ordem de grandeza, se considerarmos um valor para o cisalhamento reduzido de $\langle g \rangle = 0.05$ (típico da região central de um aglomerado massivo), e sendo a razão sinal ruído:

$$S/N = \frac{\langle g \rangle}{\sigma_\epsilon} \sqrt{N}, \quad (2.48)$$

onde σ_ϵ foi definido na equação 2.41 (tendo um valor típico de $0.25 - 0.4$) e N é o número de galáxias de fundo, serão necessárias 300 galáxias para obter uma medida de lentes com $S/N = 3$.

Devido à necessidade de se ter um grande número de objetos de fundo, as observações utilizadas nos estudos de lentes fracas devem ser feitas em campos grandes e contar com uma alta densidade de galáxias. O aumento na densidade de objetos implica em observações profundas de galáxias distantes, fracas e pequenas.

A dificuldade observacional encontrada aqui está relacionada ao fato de que a turbulência atmosférica em conjunto com a óptica de telescópios e instrumentos provoca um espalhamento dos fótons observados, tornando uma fonte originalmente pontual em uma imagem extensa e tendendo a circularizar objetos alongados. Por outro lado anisotropias introduzidas por erros durante a observação, pela co-adição de imagens e por conta da óptica do telescópio podem introduzir uma elipticidade em fontes inicialmente circulares.

Sendo a distribuição de brilho de uma fonte pontual descrita pela *point-spread function* (PSF), sua largura característica fornece o chamado disco de *seeing*. Quando menor for esse parâmetro, mais nítida será a imagem. Para medidas de lentes fracas é necessário ter um *seeing* bem abaixo de 1 *arcsec*, já que o tamanho angular característico de galáxias fracas é menor do que esse valor. A informação sobre a forma de objetos menores que o *seeing* (não-resolvidos) é perdida.

Para medir a forma das galáxias que carregam o sinal de lentes são necessários vários passos que incluem (após a redução das imagens): a identificação e produção de máscaras sobre as regiões que apresentam problemas observacionais; identificação das fontes e produção de catálogos (utilizando no geral o *software* *SEXTRACTOR*, Bertin & Arnouts (1996)); identificação das estrelas no campo que fornecem medidas da PSF em função da posição no campo; medir a forma das galáxias corrigida pela PSF. Na figura 2.11 vemos uma sequência de imagens simuladas demonstrando o efeito das diferentes fontes de ruído na medida das elipticidades.

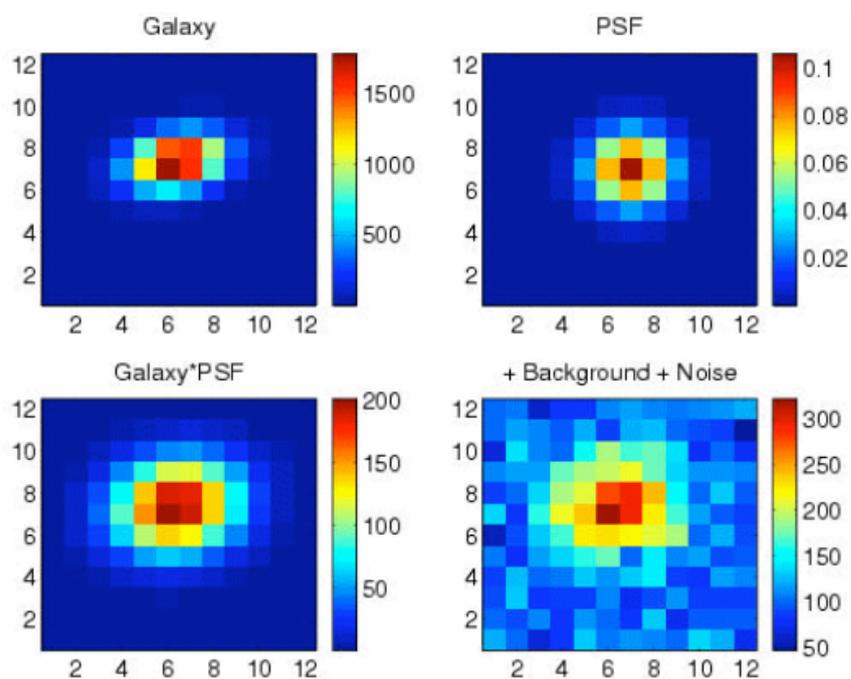


Figura 2.11: Imagens simuladas mostrando as fontes de ruído no sinal de lentes fracas: o modelo adotado para a forma das galáxias, o modelo da PSF, a convolução entre os dois e a imagem final com ruído adicionado. O modelo encontrado que melhor descreve as galáxias deve levar em conta o efeito da PSF medida que melhor se ajusta aos dados. (Imagem extraída de Kneib & Natarajan (2011))

Existem diferentes métodos para se abordar o problema da PSF e realizar as medições

finais das formas das galáxias. Podemos dividir esses métodos em direto e indireto, onde o primeiro se baseia nos próprios dados enquanto o segundo trata do problema através de modelamentos. O método mais popular para medidas de lentes fracas é o método direto conhecido como KSB (Kaiser, Squires, & Broadhurst, 1995), que utiliza os segundos momentos da distribuição de brilho superficial dos objetos. Esse é um método rápido que permite o processamento de um grande número de dados de maneira eficiente. Os métodos indiretos utilizam uma abordagem inversa, baseada na máxima verossimilhança ou em técnicas *Bayesianas* para encontrar o melhor ajuste para a forma das galáxias, que após ser convoluída com a PSF local melhor reproduz a forma observada. Os métodos inversos apresentam a vantagem de fornecer uma estimativa direta das incertezas. Um método inverso bastante utilizado é o *IM2SHAPE* (Bridle et al., 2002), que modela as imagens como uma soma de gaussianas de base elíptica. O método utilizado em nosso trabalho é indireto e feito através do *software LENSFIT* (Miller et al., 2007), apresentado em mais detalhes na seção 3.2.3.

Outro desafio na medida de lentes fracas diz respeito à distribuição do *redshift* das galáxias de fundo. Conforme discutido anteriormente (eq. 2.15), o sinal de lentes é fortemente dependente do *redshift* da lente e das fontes através das distâncias de diâmetro angular. A maneira mais precisa para se obter o *redshift* de objetos astronômicos é através de espectroscopia, porém essa é uma técnica de alto custo. A espectroscopia de muitos objetos e em especial de objetos fracos não é possível para a maioria dos estudos de lentes fracas, sendo necessário a abordagem fotométrica.

Inicialmente as análises se baseavam em uma seleção de fontes a partir das medidas de magnitude e cor, já que a fotometria disponível contava com poucas bandas. Esse tipo de seleção tem critérios bastante conservadores visando a obtenção de uma amostra de fundo "limpa", com o mínimo de contaminação por galáxias do aglomerado e de frente. A contrapartida é que tal abordagem conservadora exclui uma grande quantidade de galáxias, implicando em uma baixa densidade de galáxias. Observações multi-banda permitem uma estimativa do chamado *redshift* fotométrico, que embora apresente incertezas maiores que o espectroscópico e a presença de *outliers*, fornece uma melhor caracterização da distribuição de fontes, principalmente se utilizada a distribuição de probabilidade total da estimativa do *redshift*. No capítulo 4 voltaremos a discutir sobre a seleção das galáxias de fundo em mais detalhes.

2.1.9 Reconstrução da distribuição de massa a partir do cisalhamento

Com base no catálogo com medidas do cisalhamento das galáxias de fundo, podemos obter o mapa de massa do aglomerado que atua como lente. Novamente existem duas abordagens bem conhecidas para tal análise. Métodos diretos incluem o Kaiser & Squires (1993), um método integral que expressa κ através de uma convolução de $\vec{\gamma}$, e o método de inversão local (Kaiser 1995; Schneider 1995; Lombardi & Bertin 1998) onde κ é obtido do gradiente de $\vec{\gamma}$ integrado dentro dos limites do campo observado.

O método indireto funciona tanto para o campo de κ quanto para o potencial da lente ϕ , e utiliza a máxima verossimilhança (e.g. Bartelmann et al. 1996; Schneider, King, & Erben 2000), o método de máxima entropia (e.g. Bridle et al. 1998) ou a abordagem de inferência atômica junto com técnicas de otimização MCMC (Marshall, 2006) para encontrar a melhor distribuição de massa (que pode ser como um mapa em 2D ou como o perfil 1D) que reproduz o campo do cisalhamento reduzido \vec{g} . Mais uma vez, os métodos indiretos permitem uma melhor estimativa dos erros nos resultados finais.

Os mapas de massa são interessantes para estudar os picos de massa, porém a obtenção de parâmetros físicos através desses mapas é limitado por conta da degenerescência de lâmina de massa 2.1.5. A partir dessa informação é possível obter o perfil e a massa total através do método direto conhecido como densitometria de abertura de massa (Fahlman et al., 1994), onde o cisalhamento tangencial é somado dentro de um dado raio. Um dos problemas desse método vem da suposição de que todas as galáxias de fundo encontram-se no mesmo *redshift*. Também é um método pouco flexível, onde não é possível introduzir informações adicionais (como, por exemplo, aspectos do regime de lentes fortes ou sobre a magnificação do objeto analisado).

No método semi-direto introduzido por Mandelbaum et al. (2005), utiliza-se a estimativa do contraste de densidade superficial projetada $\Delta\Sigma$ (de maneira similar aquela apresentada na equação 2.47):

$$\Delta\Sigma(R) = \bar{\Sigma}(< R) - \Sigma(R) = \gamma_t(R)\Sigma_{\text{cr}}(z_s) , \quad (2.49)$$

onde $\Delta\Sigma$ é dado pela média sobre as galáxias em um determinado raio R a partir do centro do aglomerado. O termo $\Sigma_{\text{cr}}(z_s)$ deve ser determinado de maneira individual para cada par composto pela lente e pelas galáxias de fundo, sendo portanto necessário a informação

sobre a distribuição do *redshift* das fontes. A medida de $\Delta\Sigma$ pode ser diretamente comparada com estimativas dessa grandeza calculadas para um determinado modelo paramétrico da distribuição de massa. Esse método apresenta maior flexibilidade, já que é possível introduzir informações adicionais no modelo a ser comparado com os dados.

Por fim um método alternativo consiste em ajustar diretamente os observáveis à modelos paramétricos simples, utilizando por exemplo os dados binados radialmente (e.g. Fischer & Tyson 1997; Kneib et al. 2003). Esse método também tem a vantagem da flexibilidade, permitindo ajustes conjuntos de lentes fortes e fracas.

Para os métodos supra-citados baseados na inversão do problema e comparação com modelos, a distribuição de massa é parametrizada por um conjunto de parâmetros p_i . Esses parâmetros são então variados até que seja encontrado o melhor ajuste para os observáveis. Fica claro que o resultado final para o modelo de massa dependerá da parametrização adotada, o que pode ser uma desvantagem com relação aos métodos diretos.

2.1.10 O perfil NFW e medidas de lentes fracas

Na análise de lentes fracas apresentada no capítulo 4, adotamos o método paramétrico para ajustar os dados observados do cisalhamento à um perfil NFW, obtendo a massa M_{200} e a concentração c dos aglomerados.

Conforme discutido na seção 1.2.1, o perfil NFW fornece uma boa descrição do perfil de densidade universal dos halos de matéria escura dentro do paradigma *CDM* da formação de estruturas. Nesta seção apresentaremos a solução analítica derivada em Wright & Brainerd (2000) para descrever o perfil NFW em termos das grandezas κ e γ de lentes gravitacionais. O modelo paramétrico utilizado em nosso estudo de lentes se baseia nestas equações.

No caso da densidade de massa superficial de uma lente com simetria esférica, como é o caso de uma lente seguindo o perfil NFW, podemos obter sua dependência radial ao integrar a densidade superficial $\Sigma(R)$ (eq. 2.7) ao longo da linha de visada. Sendo R o raio projetado com relação ao centro da lente, é conveniente definir um raio adimensional $x = R/r_s$.

Integrando o perfil de densidade NFW (eq. 1.43) ao longo da linha de visada, temos que a densidade de massa superficial de uma lente NFW é dada por:

$$\Sigma_{\text{NFW}}(x) = \begin{cases} \frac{2r_s\delta_c\rho_{\text{cr}}}{(x^2-1)} \left[1 - \frac{2}{\sqrt{1-x^2}} \operatorname{arctanh}\sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \right] & x < 1, \\ \frac{2r_s\delta_c\rho_{\text{cr}}}{3} & x = 1, \\ \frac{2r_s\delta_c\rho_{\text{cr}}}{(x^2-1)} \left[1 - \frac{2}{\sqrt{x^2-1}} \operatorname{arctan}\sqrt{\frac{x-1}{1+x}} \right] & x > 1 \end{cases} \quad (2.50)$$

A dependência radial da convergência e do cisalhamento para o caso de uma lente esfericamente simétrica do tipo NFW é

$$\kappa_{\text{NFW}}(x) = \frac{\Sigma_{\text{NFW}}(x)}{\Sigma_{\text{cr}}} \quad (2.51)$$

e

$$\gamma_{\text{NFW}}(x) = \frac{\bar{\Sigma}_{\text{NFW}}(x) - \Sigma_{\text{NFW}}(x)}{\Sigma_{\text{cr}}}. \quad (2.52)$$

onde a densidade superficial média dentro do raio x é dada por

$$\bar{\Sigma}_{\text{NFW}}(x) = \frac{2}{x^2} \int_0^x x' \Sigma_{\text{NFW}}(x') dx' = \begin{cases} \frac{4}{x^2} r_s \delta_c \rho_{\text{cr}} \left[\frac{2}{\sqrt{1-x^2}} \operatorname{arctanh}\sqrt{\frac{1-x}{1+x}} + \ln\left(\frac{x}{2}\right) \right] & x < 1, \\ 4r_s \delta_c \rho_{\text{cr}} \left[1 + \ln\left(\frac{1}{2}\right) \right] & x = 1, \\ \frac{4}{x^2} r_s \delta_c \rho_{\text{cr}} \left[\frac{2}{\sqrt{x^2-1}} \operatorname{arctan}\sqrt{\frac{x-1}{1+x}} + \ln\left(\frac{x}{2}\right) \right] & x > 1 \end{cases} \quad (2.53)$$

Em nosso método paramétrico ajustamos o cisalhamento observado ao contraste de densidade superficial projetado previsto para um perfil NFW em bins radiais, utilizando a densidade Σ_{cr} individual de cada par lente-fonte:

$$\gamma_t \Sigma_{\text{cr}}(r) = \bar{\Sigma}_{\text{NFW}}(r) - \Sigma_{\text{NFW}}(r) = \Delta \Sigma_{\text{NFW}}(r) \quad (2.54)$$

2.1.11 Técnica de empilhamento (*Stacking*)

Triaxialidade e subestruturas nos halos de matéria escura e a distribuição de matéria na linha de vista são contribuições sistemáticas que podem afetar os dados de lentes fracas. Uma estratégia comum para diminuir essas incertezas é a combinação de vários objetos com propriedades semelhantes em uma abordagem conhecida como empilhamento ou *stacking* (Johnston et al., 2007; Okabe et al., 2010; Umetsu et al., 2011; Okabe et al., 2013), tornando as fontes de *bias* individual desprezíveis. Essa técnica também aumenta consideravelmente a razão sinal-ruído, à medida que multiplicamos a densidade de fontes de fundo pelo número

de aglomerados na pilha. A desvantagem dessa técnica é que os parâmetros medidos são uma média sobre as propriedades dos aglomerados individuais. Essa, porém, não é uma grande preocupação em nosso estudo uma vez que procuramos caracterizar as propriedades globais da população de aglomerados.

Combinar diferentes aglomerados em um *stacking* implica em calcular o perfil do contraste da densidade de massa superficial $\Delta\Sigma(R)$ (eq. 2.49), já que esta grandeza explicitamente leva em conta as diferentes distâncias de diâmetro angular de cada aglomerado que entram no *stacking*.

Nos *bins* radiais mais internos, a suposição de que estamos detectando exclusivamente o sinal de cisalhamento no regime fraco pode não ser válida. Na verdade, o que medimos a partir da forma das galáxias é o cisalhamento reduzido g , que está relacionado com o verdadeiro cisalhamento γ através da relação $g = \gamma/(1 - \kappa)$. Ao medir o sinal em torno de uma lente no regime de lentes fracas assumimos que $g_t \approx \gamma_t$, mas nas menores escalas essa aproximação falha. Para levar esse efeito em consideração é preciso aplicar um termo de correção (e.g. Mandelbaum et al. (2006)). O perfil de densidade de massa superficial corrigido para o efeito de cisalhamento não-fraco é calculado por:

$$\widehat{\Delta\Sigma} = \Delta\Sigma + \Delta\Sigma \Sigma \mathfrak{L}_z \quad (2.55)$$

onde $\mathfrak{L}_z = \langle \Sigma_{\text{cr}}^{-2} \rangle / \langle \Sigma_{\text{cr}}^{-1} \rangle$ é estimado tomando a média de Σ_{cr} sobre os valores de cada par lente-fonte na amostra *stacked*.

2.2 Técnicas estatísticas

O crescente volume e complexidade dos conjuntos de dados astronômicos exige técnicas de análise cada vez mais robustas e eficientes, e alta performance computacional. Nesta seção abordaremos as ferramentas estatísticas utilizadas nas diferentes análises apresentadas nos capítulos 4 e 5.

2.2.1 Teoria Bayesiana

Observações são sempre afetadas por algum grau de incerteza, e as teorias com as quais embasamos nossas análises podem apenas ser rejeitadas ou atualizadas, nunca comprovadas

em definitivo. Sendo assim o processo para se obter a melhor descrição das observações deve ser probabilístico.

De modo geral, o que queremos é descrever um certo conjunto de dados observacionais \mathbf{d} através de um modelo com parâmetros $\boldsymbol{\theta}$. O objetivo é encontrar a estimativa dos parâmetros $\boldsymbol{\theta}$ e suas incertezas, dados os observáveis \mathbf{d} (Heavens, 2009).

Idealmente, o que se busca em uma análise Bayesiana é determinar a chamada distribuição de probabilidade do posterior $p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{d})$, ou seja, a probabilidade de que os parâmetros do modelo assumam certos valores após realizar o experimento ou observação.

Entretanto, o que normalmente podemos calcular é o oposto dessa distribuição, $p(\mathbf{d}|\boldsymbol{\theta})$ - conhecendo os parâmetros do modelo calculamos a distribuição esperada dos dados. Exemplos de distribuições bem conhecidas utilizadas nesse problema inverso são a binomial, de Poisson, Gaussiana, gama etc. Se tomarmos como exemplo uma Gaussiana com média μ e variância σ^2 , o modelo terá parâmetros $\boldsymbol{\theta} = (\mu, \sigma)$, e a probabilidade de ocorrência de um valor d dado os parâmetros será:

$$p(d|\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(d - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (2.56)$$

Embora essa não seja a distribuição inicialmente desejada, podemos relacioná-la com $p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{d})$ via o Teorema de Bayes (Bayes, M. & Price, M., 1763):

$$p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{d}) = \frac{p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{d})}{p(\mathbf{d})} = \frac{p(\mathbf{d}|\boldsymbol{\theta})p(\boldsymbol{\theta})}{p(\mathbf{d})}, \quad (2.57)$$

onde $p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{d})$ é a distribuição de probabilidade do *posterior* dos parâmetros, $p(\mathbf{d}|\boldsymbol{\theta})$ é conhecido como *verossimilhança* \mathcal{L} (do inglês *likelihood*) dos dados, $p(\boldsymbol{\theta})$ é o *prior* e carrega a informação sobre o que sabemos a respeito dos parâmetros antes de realizar o experimento (por meio de experimentos anteriores ou com base em teorias), e $p(\mathbf{d})$ é a *evidência*, que para um dado modelo fornece apenas uma constante de normalização, podendo ser ignorada em alguns tipos de análises.

Quando não dispomos de informações a respeito dos parâmetros de nosso modelo, a abordagem padrão é adotar um prior plano, isto é, todos os possíveis valores de cada parâmetro são igualmente prováveis *a priori*. Nesse caso a distribuição de probabilidade de posterior é proporcional à verossimilhança, $p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{d}) \propto \mathcal{L}(\mathbf{d}, \boldsymbol{\theta})$.

Quando apenas o pico da distribuição de probabilidades é usado como estimativa dos parâmetros, a análise se torna uma simples estimativa da máxima verossimilhança (*Maxi-*

mum Likelihood). Note que essa afirmação é correta somente no caso de priores uniformes. Caso os priores sejam definidos teoricamente e modifiquem o resultado final de maneira significativa, temos um indicativo de que os dados não tem poder de restringir os parâmetros.

Para o caso de um prior uniforme, onde o posterior é proporcional à verossimilhança, uma expansão de Taylor do logaritmo natural da verossimilhança ao redor dos valores dos parâmetros verdadeiros $\boldsymbol{\theta}_0$ fornece uma Gaussiana multivariada próximo ao pico,

$$\mathcal{L}(\mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}) \simeq \mathcal{L}(\mathbf{d}, \boldsymbol{\theta}_0) \exp \left[-\frac{1}{2} (\boldsymbol{\theta}_i - \boldsymbol{\theta}_{0i})^\top \mathbf{H} (\boldsymbol{\theta}_j - \boldsymbol{\theta}_{0j}) \right], \quad (2.58)$$

onde \mathbf{H} é o *Hessiano* da log-verossimilhança, na notação $\mathbf{H}_{ij} \equiv -\frac{\partial^2 \ln \mathcal{L}}{\partial \theta_i \partial \theta_j}$. Essa matriz Hessiana carrega a informação sobre a correlação entre as estimativas de $\boldsymbol{\theta}_i$ e $\boldsymbol{\theta}_j$. Os elementos da diagonal dessa matriz contém os erros condicionais dos parâmetros, $\sigma_{\theta_i} = 1/\sqrt{\mathbf{H}_{ii}}$, representando a barra de erro mínima sobre o parâmetro θ_i , caso todos os outros parâmetros sejam conhecidos. Em geral, a matriz Hessiana também possui elementos não-diagonais associados às covariâncias.

Uma prática comum em análises *Bayesianas* é a marginalização sobre certos parâmetros, visando facilitar a visualização de resultados complexos. Nesse caso, apresenta-se as distribuições marginalizadas dos parâmetros em pares, onde duas variáveis são deixadas de fora da integração. Se quisermos obter a distribuição marginalizada do parâmetro $\boldsymbol{\theta}_1$, devemos integrar sobre os demais parâmetros:

$$p(\boldsymbol{\theta}_1) = \int d\boldsymbol{\theta}_2 \dots d\boldsymbol{\theta}_{Np} p(\boldsymbol{\theta}) \quad (2.59)$$

Essa integração sobre todos os possíveis valores do parâmetro propaga os efeitos das incertezas no resultado final.

Marginalizações também são comuns sobre os parâmetros '*nuisance*', que são simplesmente variáveis de escala necessários para modelar a amostragem dos dados mas que não devem ser apresentados como resultado final, já que são de pouco interesse.

2.2.2 Monte Carlo via Cadeias de Markov

Para explorar o espaço de parâmetros e extrair os melhores ajustes que descrevem nosso conjunto de dados utilizamos o método de Monte Carlo via Cadeias de Markov (MCMC, do inglês *Monte Carlo Markov Chain*).

O objetivo desse método é gerar um conjunto de pontos no espaço de parâmetro seguindo a mesma função de distribuição do posterior. A amostragem é feita com passos no espaço de parâmetro seguindo um processo de Markov, onde a próxima amostragem depende da atual, mas é independente da anterior.

As cadeias de Markov amostram o posterior de modo que a densidade de pontos seja proporcional à densidade do posterior, o que permite estimar grandezas de interesse como média, variância, moda etc. O número de pontos necessários em uma análise depende do número de parâmetros livres, escalonando de maneira linear. Essa é uma grande vantagem do método MCMC em comparação com grades utilizadas para explorar o espaço de parâmetros, sendo muito mais rápido para os casos multi-dimensionais.

A densidade do posterior pode ser aproximada por um conjunto de funções delta (Heavens, 2009):

$$p(\boldsymbol{\theta}) \simeq \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_i) \quad (2.60)$$

Um novo ponto $\boldsymbol{\theta}^*$ da cadeia é gerado a partir do ponto atual $\boldsymbol{\theta}$, sendo atribuída uma probabilidade dada pela razão entre a nova densidade do posterior e a antiga. O algoritmo mais popular para gerar as cadeias é o *Metropolis-Hastings* (M-H) (Metropolis et al., 1953; Hastings, 1970).

Ao iniciar uma análise utilizando MCMC, deve-se estar ciente de que alguns testes são necessários para analisar o comportamento das cadeias e definir se o espaço de parâmetros está sendo amostrado de maneira eficiente. A distribuição dos passos na cadeia deve ser tal que não seja muito pequena, levando um tempo muito grande para conseguir explorar toda a distribuição do posterior, nem tão grande a ponto de se conseguir explorar o espaço todo porém com tentativas muito distantes do pico da distribuição e que serão rejeitadas. Essa distribuição deve ter aproximadamente o mesmo tamanho do pico da distribuição do posterior. Caso as cadeias não se movam suficientemente rápido pela distribuição do posterior, que é o caso onde o chamado *mixing* não é efetivo, o tempo necessário para explorar todo o espaço de parâmetro pode ser impraticável.

Os primeiros passos de uma cadeia devem ser ignorados, já que a distribuição do posterior só é amostrada de maneira satisfatória a partir do momento em que a cadeia converge para uma distribuição estacionária. Essa é a chamada 'queima', podendo ser definido ao examinar uma cadeia preliminar que servirá apenas como teste. Uma forma de testar se

as cadeias estão convergindo e se apresentam um bom 'mixing' é através da comparação entre diversas cadeias com diferentes pontos iniciais (Gelman, A., & Rubin, D., 1992); no caso de serem indistinguíveis indicam que houve convergência e *mixing* efetivo.

2.2.3 Estimativa de parâmetros

As análises desenvolvidas e apresentadas nos próximos capítulos têm como objetivo final determinar o melhor conjunto de parâmetros que descrevem os dados do CODEX em diferentes contextos (astrofísico e cosmológico). Para explorar o espaço de parâmetros utilizamos majoritariamente duas bibliotecas disponíveis em *Python*: o *software emcee* Foreman-Mackey et al. (2013) para a análise do perfil de densidade combinado obtido dos dados de lentes fracas e para determinar os parâmetros descrevendo a relação massa-observável da amostra, e o *software Monte Python* (Audren et al., 2013) para restrição dos parâmetros cosmológicos a partir da abundância de aglomerados CODEX.

O *emcee* é uma implementação do *sampler* invariante-afim para MCMC proposto por Goodman, J. & Weare, J. (2010). Trata-se de um código livre utilizado em diversas análises publicadas na literatura e visa a eficiência da amostragem.

O tempo de auto-correlação é uma medida da eficiência de uma cadeia de Markov, fornecendo uma estimativa do número de passos necessários para se obter amostras independentes da densidade do posterior. Uma cadeia mais eficiente tem um tempo de auto-correlação mais curto. O algoritmo invariante-afim supera significativamente o tradicional M-H, produzindo amostras independentes com um tempo de auto-correlação muito menor. Esse método utiliza a evolução simultânea de um conjunto de cadeias $S = X_k$, onde a distribuição dos passos de uma cadeia k é baseada nas posições atuais das demais cadeias do conjunto complementar $S_{[k]} = \{X_j, \forall j \neq k\}$.

Para inicializar as cadeias, uma abordagem comum é iniciar amostrando o prior ou então distribuí-los em um intervalo razoável sobre o espaço de parâmetros. Em geral, para rodar uma cadeia com o *emcee* são utilizados um grande número de cadeias da ordem de centenas - abordagem essa que melhora a fração de aceite dos passos na cadeia.

O código possui o objeto principal chamado *sampler*. Primeiramente este deve ser configurado com o número de cadeias e dimensões, com a função do posterior e com os dados. Em seguida inicializa-se a execução do MCMC partindo-se do ponto inicial e com o número de passos desejados. O atributo *chain* é um vetor com tamanho (N-cadeias,

N-passos, N-dimensões) que guarda os valores dos parâmetros de cada cadeia em cada passo.

O *software Monte Python* é um código de Monte Carlo para restringir parâmetros cosmológicos, possuindo interface com o código de Boltzmann *CLASS* (Lesgourgues, 2011), utilizado para o cálculo dos observáveis cosmológicos. Diversas verossimilhanças de experimentos recentes (como *Planck*, *WMAP*, *BICEP*, *BOSS*, *SPT*) estão prontas e disponíveis para serem utilizadas. O método de amostragem padrão utiliza o algoritmo de M-H, mas também estão disponíveis amostragens através dos métodos *Nested Sampling*, *emcee* e *Importance Sampling*.

Códigos para inferência de parâmetros se baseiam em diferentes componentes: um algoritmo para explorar a verossimilhança, interface com um código que forneça as previsões teóricas e uma função contendo a verossimilhança do experimento. No caso do *Monte Python*, essas três componentes são separadas em módulos distintos, onde as verossimilhanças de diferentes experimentos são definidas como classes individuais e as previsões teóricas são obtidas com o código de Boltzmann resolvendo o *background* cosmológico e a evolução das perturbações.

Para escrever uma nova verossimilhança, no nosso caso aquela correspondendo à amostra CODEX, deve-se usar como base a classe verossimilhança padrão disponível na biblioteca do *Monte Python* e somente incluir a parte dos cálculos que descrevem o experimento. Sendo assim, a parte principal do código que contém o algoritmo de amostragem e o módulo cosmológico não precisa ser alterada, sendo necessário apenas passar o nome da nova verossimilhança em um arquivo de parâmetro inicial.

Os nomes dos parâmetros cosmológicos são definidos em um arquivo de entrada que é lido pelo código, e então passados como uma lista para o código cosmológico junto com alguns valores. Nesse arquivo de entrada deve-se passar o nome, valor, intervalo do prior etc. de todos os parâmetros, sejam eles parâmetros livres, fixos ou derivados correspondendo à parâmetros cosmológicos, *nuisance*, de precisão, *flags* etc.

Cada vez que o código é chamado e gera uma cadeia, esta é escrita em um determinado diretório. Toda a informação a respeito da operação é salva nesse mesmo diretório. Uma vez que todas as cadeias inicializadas tenham terminado, o código analisa o diretório, retorna os melhores ajustes e gera a matriz de covariância. Essa matriz poderá então ser passada na inicialização de uma nova sequência de cadeias.

O código também permite a combinação de diferentes verossimilhanças em uma mesma realização de maneira simples, bastando incluir o nome de todas os experimentos que se deseja utilizar no arquivo de entrada.

Tendo finalizado a execução, é interessante visualizar os resultados através de um gráfico que mostre as projeções das distribuições de probabilidade dos parâmetros em uma e duas dimensões. Esse tipo de visualização é interessante porque mostra de maneira direta todas as correlações entre os parâmetros. Esse tipo de gráfico também mostra a distribuição marginalizada de cada parâmetro de forma independente e as distribuições marginalizadas em duas dimensões para cada par de parâmetros.

Para as análises realizadas com o código *emcee*, os gráficos foram gerados com a biblioteca *corner*¹. No caso da análise cosmológica com o código *Monte Python*, utilizamos a biblioteca *GetDist*².

¹ <http://joss.theoj.org/papers/10.21105/joss.00024>

² <http://getdist.readthedocs.io/en/latest/index.html>

O levantamento CODEX

Nesse capítulo serão apresentados os dados do levantamento CODEX e suas subamostras, os diferentes catálogos gerados a partir desses dados e o seus objetivos no contexto geral do levantamento.

3.1 O levantamento CODEX

O levantamento CODEX (Finoguenov et al. em prep.) abrange uma amostra de aglomerados de galáxias selecionados com base em dados ópticos e de raio x. Esses objetos foram inicialmente selecionados por apresentarem um excesso de fótons de 4σ dentro de uma abertura de *wavelet*, identificados na área de superposição do ROSAT All Sky Survey (RASS, Voges et al. 1999) com o *Sloan Digital Sky Survey*. Todo objeto identificado por esse critério é considerado como um candidato a aglomerado.

Os dados do RASS estão disponíveis na forma de imagens do céu em diferentes bandas, imagens de *background* e mapas de exposição. Para produzir nossa amostra utilizamos o *Data Release 3*.¹

A novidade da nossa abordagem com relação a outros catálogos existentes de dados do RASS (e.g. Boller et al. 2016) é o uso de simulações detalhadas da função de seleção do levantamento. Para isso utilizamos nossa *pipeline* de detecção, incluindo a sensibilidade do RASS em função da posição no céu, o mapa de absorção da Galáxia e a detectabilidade dos aglomerados em função da massa e *redshift*. O conhecimento de tal função de seleção possibilita um modelamento detalhado da presença dos aglomerados no catálogo, ponto crucial para os quaisquer modelos utilizados na determinação das relações de escala e res-

¹ <http://www.xray.mpe.mpg.de/rosat/survey/rass-3/main/help.html>

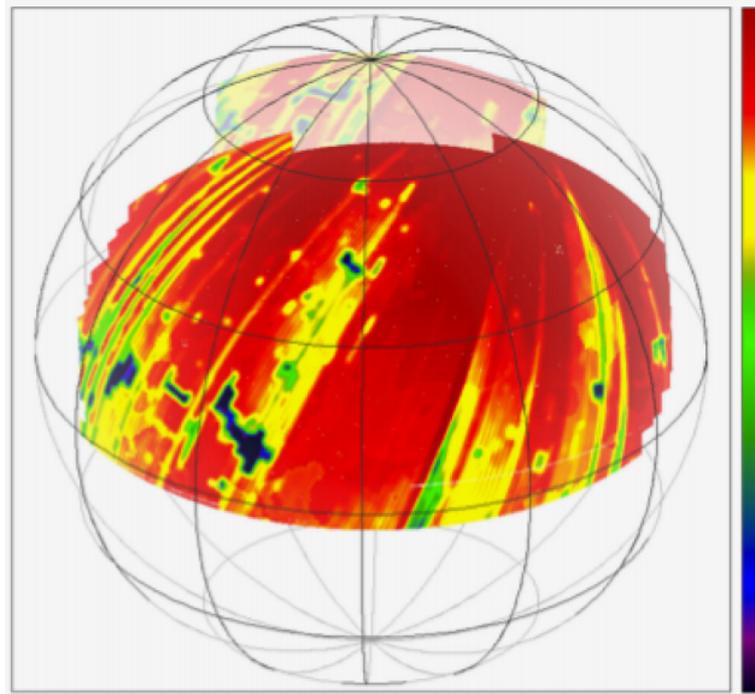


Figura 3.1: Sensibilidade do *ROSAT all-sky survey* (RASS) na área do CODEX. A barra lateral indica o fluxo limite na banda de $[0.5 - 2]$ keV, do vermelho (10^{-13} erg s cm^{-2}) para o preto (8×10^{-13} erg s cm^{-2}). (Figura extraída de Clerc et al. (2016))

trição de parâmetros cosmológicos a partir da contagem de aglomerados do levantamento. Na seção 5.1 detalhamos a função de seleção e apresentamos o modelamento utilizado.

Na figura 3.1, podemos ver o mapa de sensibilidade em raio x do RASS, utilizado para o estudo da completeza do levantamento. Em média um nível de completeza de 90% é atingido para fontes apresentando oito contagens de fótons, enquanto o nível de 10% é atingido para fontes com quatro contagens. Com base nessa estimativa de sensibilidade o número de fontes espúrias é estimado entre 500 a 1000 para toda a área do CODEX, e o número de AGNs está em torno de 20.000.

No passo seguinte da construção da amostra CODEX, procuramos por uma sequência vermelha de galáxias pertencendo aos objetos identificados inicialmente como candidatos à aglomerados. Para isso utilizamos o algoritmo *redMaPPer* (Rykoff et al., 2014) e dados ópticos do 8th *Sloan Digital Sky Survey Data Release* (SDSS DR8, Aihara et al. 2011). A contrapartida óptica é uma componente importante que permite uma identificação mais robusta dos aglomerados em comparação à identificação puramente baseada em dados de raio x, sendo possível separar aglomerados de galáxias das fontes pontuais.

Para construir o catálogo final de aglomerados, executamos o *redMaPPer* sobre os dados

de imagens do SDSS-DR8 a fim de identificar galáxias com cores similares ao redor de cada fonte do RASS, correspondendo à sequência vermelha do possível aglomerado. Com essa informação óptica, o algoritmo fornece para o aglomerado em questão uma estimativa do *redshift* fotométrico (z_{phot}), com base nas cores das galáxias, e da riqueza (λ_{SDSS}), correspondendo à soma das probabilidades de cada galáxia pertencer ao aglomerado. O centro também é definido pelo *redMaPPer*, devendo estar localizado dentro de um raio de 3 *arcmin* da posição identificada no catálogo RASS.

Ao final atribuímos estimativas da riqueza óptica para as 25.000 fontes de raio x detectadas nos 10.000 graus quadrados da área do SDSS BOSS.

A amostra CODEX é a maior amostra estatisticamente completa de aglomerados do RASS em $z < 0.6$, contendo cerca de 6.600 fontes na área do SDSS DR8 com estimativas de riqueza mínima λ igual a 10. O fluxo limite em raio x é $\gtrsim 2 \times 10^{-13}$ ergs s $^{-1}$ cm $^{-2}$, com luminosidades no referencial de repouso (L_X) calculadas dentro do raio R_{500} na banda energética de [0.1 – 2.4] keV. Essas características levam a uma significativa probabilidade de detectar aglomerados com pelos menos 5 contagens de fótons.

Grande parte dos aglomerados CODEX coincidem com a amostra *MAssive Cluster Sample* (MACS, Ebeling, Edge, & Henry 2001) e aglomerados *Planck* (Planck Collaboration et al., 2014b) em $z < 0.4$. A amostra CODEX também representa potencialmente as fontes mais brilhantes e bem caracterizadas correspondentes à aglomerados de galáxias a serem identificadas nos dados futuros do eROSITA (*extended ROentgen Survey with an Imaging Telescope Array*, Predehl 2014).

A amostra cobre a área total dos levantamentos SPIDERS (*The SPectroscopic IDentification of eROSITA Sources*, Clerc et al. 2016) e eBOSS (*Extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey*, Dawson et al. 2016), sendo que a densidade média de fontes do CODEX na área do BOSS é de 0.8 deg 2 para objetos com $\lambda_{\text{SDSS}} > 10$.

Na região de alta riqueza, aproximadamente 300 aglomerados CODEX com $\lambda_{\text{SDSS}} \geq 60$ foram identificados no intervalo de *redshift* de $0.15 < z < 0.6$.

A amostra CODEX foi construída com o objetivo principal de restringir parâmetros cosmológicos através do estudo da função de massa dos aglomerados. Para atingir tal objetivo é necessário ter traçadores de massa confiáveis, e no caso do levantamento CODEX os principais observáveis que se relacionam com a massa total dos objetos é a luminosidade em raio x e a riqueza. Parte importante do estudo é a obtenção das relações massa-

observáveis. Mais detalhes sobre a análise cosmológica, incluindo o modelamento da função de massa e função de seleção particular do CODEX e a relação massa-observável, estão apresentados no capítulo 5.

Para determinar a massa dos aglomerados utilizamos a técnica de lentes gravitacionais fracas. Essa técnica é conhecida por fornecer uma estimativa robusta da massa total do aglomerado, incluindo componentes bariônicas e de matéria escura, e independentemente de seu estado dinâmico. Essa técnica, porém, exige observações de alta qualidade, o que impossibilita a determinação das massas de toda a amostra em questão. Por esse motivo uma sub-amostra de aglomerados foi selecionada para observações complementares com o telescópio CFHT (*Canadian-Hawaiian-France Telescope*). Faremos futuras referências à essa amostra como amostra WL (*Weak Lensing*). Os detalhes dessa sub-amostra, a redução dos dados e construção dos catálogos estão descritas nas seções a seguir.

3.2 Amostra CODEX de lentes fracas

A sub-amostra WL foi selecionada a partir da amostra CODEX inicial para estudos complementares de lentes fracas, tendo como objetivo fornecer medidas de massa acuradas para a calibração das relações massa-observável do levantamento. Os campos foram observados entre 2012 e 2015 com a câmera *Wide Field Optical Imaging MegaCam* (Boulade et al., 2003) do CFHT.

As observações complementares podem ser divididas em três sub-amostras que apresentam funções de seleção distintas, detalhadas a seguir:

- a amostra **primária** de aglomerados de alta riqueza e em *redshift* intermediário, selecionados com base nas estimativas de riqueza e *redshift* fotométrico obtidas com o redMaPPer a partir dos catálogos fotométricos do SDSS, satisfazendo os critérios $\lambda_{\text{SDSS}} \geq 60$ e $z_{\text{SDSS}} \geq 0.4$. A sub-amostra de lentes, construída a partir da amostra primária, conta com 36 aglomerados com observações bem-sucedidas do CFHT, selecionados dentro da amostra primária apenas pela observabilidade.
- a amostra **secundária** de aglomerados contendo 97 objetos, selecionada apenas pelo excesso de fótons identificado no catálogo RASS e que se encontra dentro da área do CFHT *Legacy Survey* (CFHTLS²). Alguns aglomerados encontram-se tanto na

² <http://www.cfht.hawaii.edu/Science/CFHTLS>

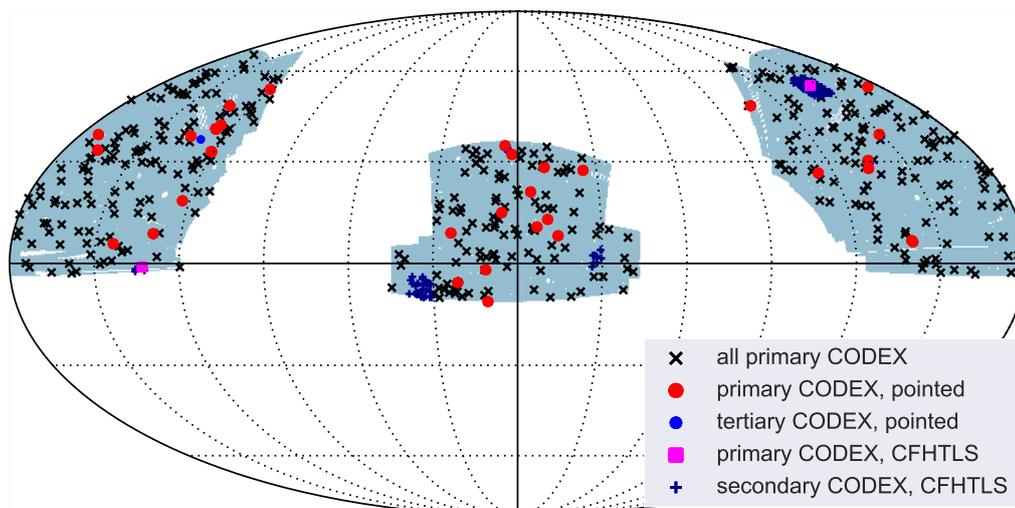


Figura 3.2: Posições no céu dos aglomerados CODEX da amostra WL. A área do SDSS corresponde às regiões sombreadas em cinza. As posições identificadas na legenda como *pointed* correspondem à apontamentos do programa CODEX com o CFHT, enquanto aquelas identificadas com *CFHTLS* correspondem à aglomerados CODEX que se encontram na área observada pelo CFHTLS.

amostra primária quanto na secundária.

- a amostra **terciária** com 19 aglomerados, possuindo um função de seleção mais complexa que inclui aglomerados CODEX adicionais presentes nos campos das observações da amostra primária com o CFHT.

As posições no céu de cada uma das sub-amostras descritas acima são mostradas na figura 3.2.

Limitações técnicas também delimitaram a seleção dos aglomerados da sub-amostra WL. Baseado em experiências anteriores com o CFHTLS sabemos que a presença de uma estrela brilhante na vizinhança do aglomerado a ser observado impede a obtenção de imagens adequadas para um estudo preciso de lentes fracas. Nós então excluimos qualquer aglomerado CODEX que tivesse uma estrela de magnitude 10 (12) dentro de um raio de $6'$ ($2'$) do seu centro da amostra WL. Outra limitação foi causada pelo conflito de alguns intervalos de RA com programas longos de alta prioridade do CFHT. Ao final da seleção cerca de 100 campos foram possíveis de ser observados, sendo que 69 foram observados com pelo menos um filtro.

Um dos objetivos do trabalho aqui apresentado é estimar a relação massa-concentração dos aglomerados CODEX de mais alto *redshift*, $z \sim 0.5$ e alta riqueza, $\lambda_{\text{SDSS}} \geq 60$. O critério baseado no *redshift* fotométrico, $z \geq 0.4$, complementa estudos anteriores de lentes fracas com aglomerados de galáxias (que em sua maioria se concentram em *redshifts* < 0.3 , e.g Okabe & Smith 2016; Hoekstra et al. 2012), e o critério de riqueza $\lambda_{\text{SDSS}} \geq 60$ apresenta dois benefícios adicionais: a profundidade fotométrica do SDSS impede uma detecção robusta de aglomerados de baixa riqueza em $z \sim 0.6$, e um estudo espectroscópico sistemático utilizando o SPIDERS confirma somente 70% dos aglomerados em $z > 0.5$ com riqueza acima de 10, enquanto que todos os aglomerados CODEX com $\lambda_{\text{SDSS}} \geq 60$ foram confirmados espectroscopicamente (Clerc et al., 2016). Além disso também exclui AGNs hospedados em grupos de galáxias de baixa riqueza detectados em raio x como aglomerados de alta luminosidade.

A sub-amostra WL analisada no estudo apresentado no capítulo 4 consiste em 27 aglomerados da amostra **primária** com observações do CFHT bem-sucedidas em cinco bandas, selecionados apenas pela observabilidade. A análise foi feita utilizando a técnica de *stacking*, onde diversos objetos com características semelhantes são "empilhados" e analisados como um único objeto, a fim de aumentar o sinal-ruído e diminuir algumas incertezas sistemáticas. Referimos a essa amostra como amostra WL *stacked*.

A figura 3.3 mostra a distribuição da luminosidade em raio x e a figura 3.4 a distribuição da riqueza, para aglomerados com $\lambda_{\text{SDSS}} \geq 60$, para as diferentes amostras CODEX, em função do *redshift* (espectroscópico quando disponível). Pontos cinza representam a amostra CODEX total de alta riqueza, triângulos ciano a amostra WL CFHT total (primária, secundária e terciária com $\lambda_{\text{SDSS}} \geq 60$) e losangos vermelhos os 27 sistemas da amostra CFHT WL *stacked* analisados no capítulo 4.

As luminosidades em raio x e riquezas médias com as respectivas incertezas para as diferentes amostras estão apresentadas na tabela 3.1, calculadas para os sistemas com $z \geq 0.4$, $\lambda_{\text{SDSS}} \geq 60$. Uma comparação desses valores não mostra uma clara evidência de que com a nossa sub-amostra estamos selecionando massas mais altas do que a média da amostra CODEX de alta riqueza, alto *redshift*, uma vez que não observamos viés em L_X , mas temos um pequeno viés positivo em λ_{SDSS} . Ressaltamos, porém, que nenhum outro critério de seleção foi aplicado além do inicial $\lambda_{\text{SDSS}} \geq 60$.

A partir da distribuição da luminosidade em raio x mostrada na figura 3.3, podemos

Tabela 3.1 - Propriedades da amostra CODEX e sub-amostras CFHT CODEX para aglomerados com $z \geq 0.4$, $\lambda_{\text{SDSS}} \geq 60$.

Amostra	N_{clust}	λ_{SDSS}	$L_{0.1-2.4\text{keV}} E_z^{-1}$ [10^{44} ergs s^{-1}]
CODEX total	298	97 ± 2	4.5 ± 0.2
CFHT total	46	113 ± 4	4.6 ± 0.2
CFHT combinada	27	119 ± 6	4.4 ± 0.3

observar um decréscimo no espalhamento em função do *redshift*: para $z < 0.4$ encontramos um espalhamento de 3.4×10^{44} [ergs s^{-1}] e para $z \geq 0.4$ encontramos 2.6×10^{44} [ergs s^{-1}]. Baseado nessa evolução do intervalo da luminosidade em raio x para um dado corte em riqueza, uma possível conclusão é a de que a redução do espalhamento na relação $L_X - M_{\text{tot}}$ em função do *redshift* leva a uma massa média observada maior. Essa evolução também foi encontrada em outros estudos (Mantz et al., 2016a). Por outro lado a interpretação física para o decréscimo do espalhamento requer uma contribuição menor de *cool cores* para a luminosidade total.

3.2.1 Redução de dados do CFHT

O processamento dos dados do CODEX obtidos com o CFHT foi realizado por colaboradores do projeto utilizando os algoritmos e *pipeline* (*theli*) desenvolvidos como parte do CFHTLS-*Archive Research Survey* (CARS; veja Erben et al., 2009, 2005; Schirmer, 2013) e do CFHT *Lensing Survey* (CFHTLenS; veja Heymans et al. 2012; Hildebrandt et al. 2012; Erben et al. 2013 e <http://cfhtlens.org>). Os levantamentos CFHTLenS e CODEX possuem estratégias observacionais (dados multi-cor em cinco bandas para *redshifts* fotométrico) e objetivos científicos (estudos de lentes fracas) similares. Por esse motivo foi possível utilizar a experiência obtida com o CFHTLS de uma forma direta nos dados do CODEX. Todos os algoritmos e métodos estão descritos em detalhes em Erben et al. (2013), portanto a seguir damos apenas uma breve descrição dos procedimentos adotados para a obtenção das imagens *co-added* finais do CODEX. Também descrevemos em maiores detalhes a qualidade da calibração fotométrica, já que essa é peça fundamental para a estimativa de *redshifts* fotométricos.

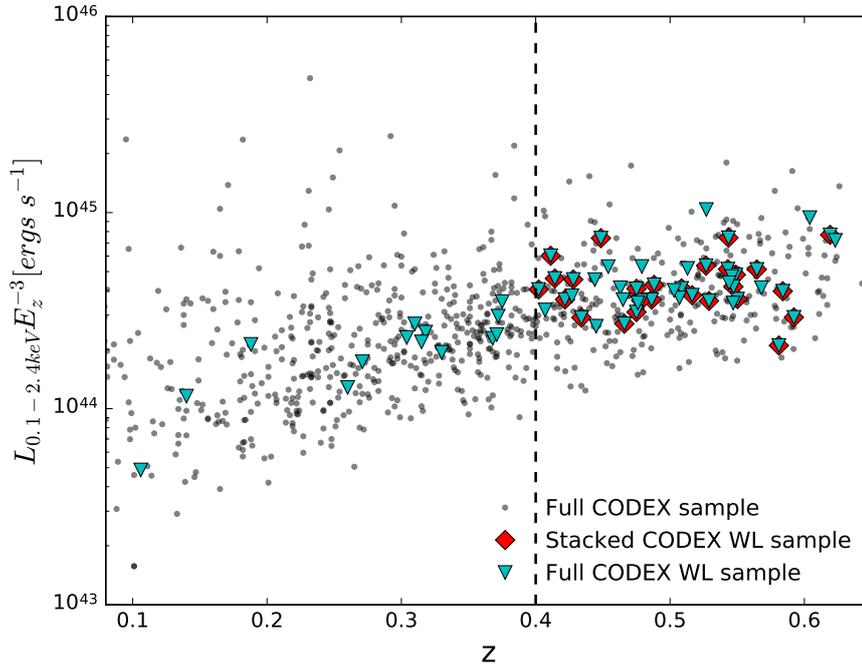


Figura 3.3: Distribuição da luminosidade corrigida em raio x em função do *redshift* para a amostra CODEX total com $\lambda_{\text{SDSS}} \geq 60$ (pontos pretos), para a amostra CODEX CFHT WL total (triângulos ciano) e para a amostra CFHT WL stacked analisada nesse estudo (losangos vermelho). (Figura extraída de Cibirka et al. (2017))

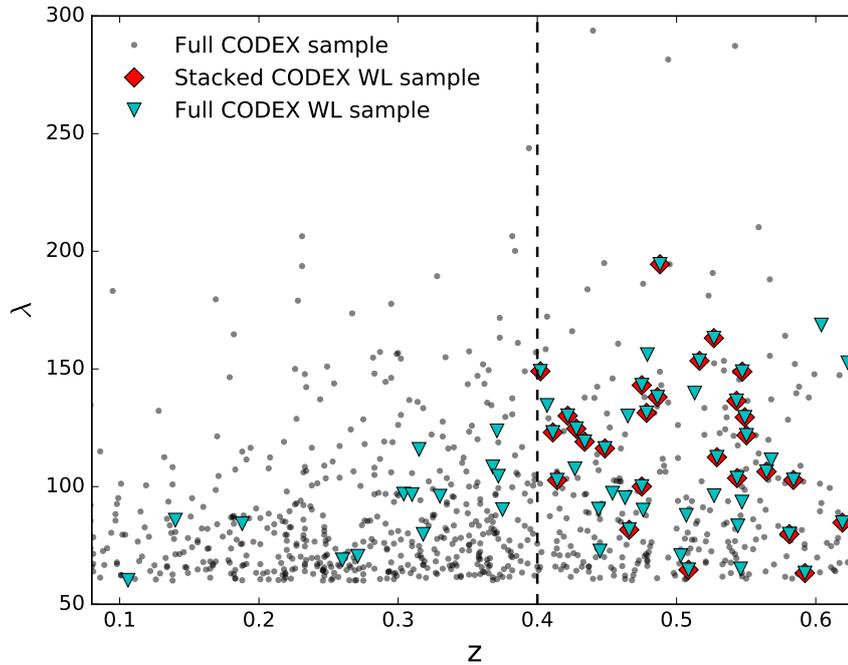


Figura 3.4: Distribuição da riqueza em função do *redshift* para a amostra CODEX total com $\lambda_{\text{SDSS}} \geq 60$ (pontos pretos), para a amostra CODEX CFHT WL total (triângulos ciano) e para a amostra CFHT WL *stacked* analisada nesse estudo (losangos vermelho). (Figura extraída de Cibirka et al. (2017))

O processamento dos dados CODEX segue os seguintes passos:

1. Amostra de dados:

As imagens iniciais consistem de dados CODEX *Elixir*³ pré-processados, disponíveis no *Canadian Astronomical Data Centre* (CADC)⁴.

Esses foram obtidos entre 2012 e 2015, sob diversos programas do CFHT (PI J.P. Henry, 12AH24, 12AH99, 12BH07, 13AH17, 13AH99, 15AH81; PI L. van Waerbeke, 12AC26, 12BC19, 13AC10; PI R. Dupke, 12AB16, 12AB99, 12BB06, 13AB01, 13BB03, 13BB99; PI J.P. Kneib, 12BF11, 13AF12, 14BF11; PI A. Finoguenov, 14BC19).

2. Processamento das exposições individuais:

O pré-processamento inclui a remoção completa das assinaturas digitais presentes nos dados não-processados (Magnier & Cuillandre, 2004). Como cada exposição possui toda a informação necessária para a calibração fotométrica, apenas os seguintes passos são necessários para as exposições individuais: identificação e marcação de regiões que não devem ser consideradas no futuro - essas regiões correspondem principalmente a pixels saturados por estrelas brilhantes; criação de versões das imagens com subtração do céu, incluindo uma imagem ponderada para cada região de ciência que fornece informações sobre o ruído relativo de cada pixels e atribuindo um peso zero à pixels problemáticos (como raios cósmicos, pixels frios e quentes, regiões de satélite); extração de fontes de alto S/N a partir das imagens de ciência e com a informação do peso, utilizando o *software SExtractor*⁵. Esses catálogos de fontes são utilizados na calibração astrométrica e fotométrica dos dados, que é o passo seguinte no processamento das imagens. Além disso são analisadas as variações da *point spread function* (PSF), sendo essa informação utilizada para rejeitar imagens que apresentam estrelas com alta elipticidade. Fontes pontuais que apresentam alto grau de alongamento são uma forte evidência de problemas de apontamento ou qualquer outro grave problema durante a exposição.

³ <http://www.cfht.hawaii.edu/Instruments/Elixir/>

⁴ <http://www4.cadc-ccda.hia-ihp.nrc-cnrc.gc.ca/cadc/>

⁵ aqui são consideradas todas as fontes com pelo menos 5 pixels e apresentando sinal no mínimo 5σ acima da variação do céu-*background*

3. Calibração astrométrica e fotométrica:

A calibração astrométrica do CODEX foi feita utilizando o *software scamp*⁶ (Bertin, 2006), adotando o *Two Micron All Sky Survey* (2MASS; Skrutskie et al., 2006) como referência astrométrica e calibrando simultaneamente todos os filtros de cada apontamento individual CODEX com o *scamp*. Uma vez encontrada a solução astrométrica, foram utilizadas as sobreposições de fontes de exposições individuais para estabelecer um solução fotométrica relativa, interna para todas as exposições. Após rejeitar todas as exposições apresentando absorção de mais de 0.2 magnitudes, o *software scamp* foi rodado mais uma vez sobre as imagens restantes. Esse critério de rejeição se mostrou um limite conservador e adequado para rejeitar a pequena fração de imagens que foram observados sob condições fotométricas ruins (Sec. 3.3 (iii) de Erben et al. 2013). O *zeropoint* fotométrico de cada filtro é estimado a partir da solução fotométrica relativa e da informação sobre o *zeropoint* do *Elixir*.

4. Co-adição das imagens e criação das máscaras:

O passo seguinte consiste em co-adicionar as exposições pertencentes a um apontamento/filtro cujo céu foi previamente subtraído utilizando o *software SWarp*⁷ (Bertin et al., 2002). O *stacking* é feito a partir da média ponderada, que leva em conta o ruído do céu-*background*, mapas do peso e a informação sobre o *zeropoint* fotométrico relativo obtido com o *scamp*. No passo final são geradas máscaras das imagens para todos os apontamentos com a ferramenta *automask* (Dietrich et al., 2007). Essas máscaras marcam estrelas brilhantes saturadas e áreas que poderiam influenciar na análise de fontes de fundo fracas. A figura 3.5 mostra uma típica imagem de ciência reduzida, incluindo as máscaras sobre áreas inadequadas. As máscaras representam em média 25% da área total das observações, e para o pior caso, o campo CODEX 36818, corresponde a 43% da área total.

Na tabela B.1 do Apêndice disponibilizamos as informações observacionais sobre os 27 campos do CFHT utilizados em nossa análise de lentes fracas. A magnitude limite m_{lim} corresponde ao limite de 5σ em uma abertura de raio $2''$ (definida na Sec. 2 de Erben et al. 2013).

⁶ <http://www.astromatic.net/software/scamp>

⁷ <http://www.astromatic.net/software/swarp>

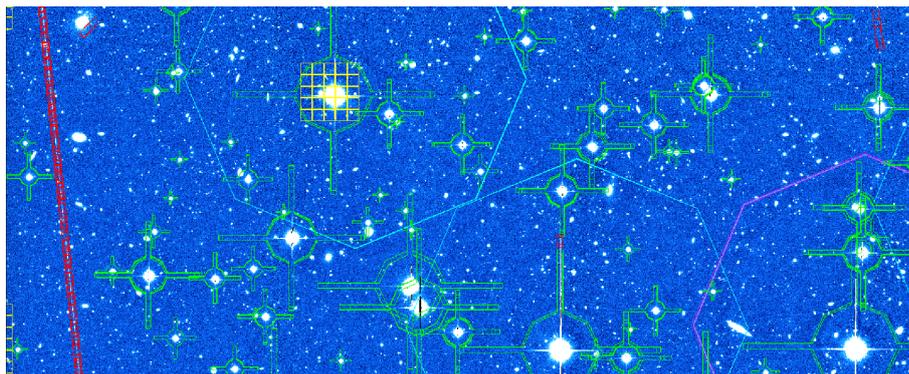


Figura 3.5: Detalhe da máscara de uma imagem de ciência reduzida, correspondendo à banda i' do campo CODEX 12451. Áreas ruins são mostradas em verde, amarelo, magenta, ciano e vermelho. (Figura extraída de Cibirka et al. (2017))

3.2.2 Catálogos fotométricos

Os catálogos fotométricos multi-banda e as estimativas de *redshift* fotométrico (photo-z) foram gerados por colaboradores do CODEX seguindo a descrição detalhada em Brimioulle et al. (2013). A seguir fornecemos uma breve visão geral do procedimento.

Como primeiro passo a PSF das observações em diferentes filtros é combinada a fim de obter estimativas da cor de abertura para o catálogo de objetos. Para tal é necessário primeiramente degradar as imagens obtidas em diferentes filtros para o *seeing* da pior banda (em geral a banda u^*), convoluindo com um kernel Gaussiano global. O *software SExtractor* é utilizado em modo *dual-image*, com as imagens não-convoluídas na banda i servindo como banda de detecção e as imagens convoluídas para a extração das magnitudes e fluxos, incluindo imagens com informação do peso e máscaras de áreas com baixa qualidade. Todos os objetos que apresentam pelo menos 2σ acima do nível de *background* em quatro pixels contínuos são extraídos.

O *zeropoint* e a correção da extinção são medidos através de regressão do *locus* estelar, utilizando a biblioteca estelar de Pickles (1998) como referência. As estimativas de *redshift* fotométrico são o passo final, obtidas através do código de ajuste de *template* de Bender et al. (2001). Os *templates* adotados incluem aqueles desenvolvidos em Bender et al. (2001), 13 SEDs de Ilbert et al. (2013) e suas combinações lineares.

3.2.3 Medidas do cisalhamento

As medidas da forma das galáxias foram realizadas com o algoritmo *lensfit* (Miller et al., 2013) por colaboradores do CODEX, utilizando as imagens na banda i . Esse algoritmo

é um método *Bayesiano* de ajuste e tem como objetivo medir a elipticidade das galáxias observadas em levantamentos ópticos. A escolha da banda i é motivada por se tratar da banda com detecção da população de galáxias apresentando *redshift* médio mais alto, e portanto maior sinal de lente, para um dado tempo de exposição, produzindo algumas das imagens com melhor qualidade dentro do nosso conjunto de dados.

As medidas fornecidas pelo *lensfit* que são de importância para nossa análise incluem as componentes da elipticidade, e_1 e e_2 , e o peso w . Esse peso leva em conta tanto o erro na medida da elipticidade quanto o ruído intrínseco presente na forma dos objetos, tendo sido definido em Miller et al. (2013) como:

$$w = \left[\frac{\sigma_e^2 e_{\max}^2}{e_{\max}^2 - 2\sigma_e^2} + \sigma_{\text{pop}}^2 \right]^{-1} \quad (3.1)$$

onde σ_e^2 é a variância 1D na elipticidade, σ_{pop}^2 é a variância 1D da distribuição de elipticidade da população de galáxia e e_{\max} é a elipticidade máxima permitida. No limite onde $e_{\max} \rightarrow \infty$, essa definição do peso tende para a forma convencional de se definir o peso, $w \rightarrow (\sigma_e^2 + \sigma_{\text{pop}}^2)^{-1}$.

O primeiro critério aplicado para selecionar as galáxias de fundo, a serem utilizadas posteriormente na análise de lentes, é a exclusão de objetos com peso do *lensfit* $w \leq 0$ e *lensfit fitclass* $\neq 0$, onde o último se refere a classificação dos objetos no catálogo (galáxias correspondem a *lensfit fitclass* = 0). Objetos com peso do *lensfit* $w > 0$ correspondem aos objetos com medidas de forma confiáveis.

A versão do *lensfit* utilizada nesse trabalho corresponde à versão mais recente, que inclui uma "auto-calibração" e é apresentada em Fenech Conti et al. (2016). O primeiro trabalho a utilizar essa versão do algoritmo está apresentado em Hildebrandt et al. (2016). Alguns pontos importantes sobre a auto-calibração merecem atenção; o principal objetivo é solucionar o problema de erros sistemáticos provenientes do ruído que deterioram as técnicas de medidas de forma (e.g. Melchior & Viola 2012; Refregier et al. 2012; Miller et al. 2013). Entretanto, essa correção não é perfeita, observando-se um erro sistemático residual da ordem de 2%. Fenech Conti et al. (2016) apresentam uma discussão acerca de como seria possível reduzir ainda mais esse valor, com a ajuda de imagens simuladas, focando na obtenção de erros da ordem de menos de 1%, limite necessário para análises acuradas de *cosmic shear* (Hildebrandt et al., 2016). Para o propósito do nosso estudo de lentes fracas utilizando a amostra CODEX, o erro estatístico residual é da ordem de

10 – 15%, excedendo significativamente a precisão da versão auto-calibrada do *lensfit*. Por esse motivo, optou-se por ignorar o refinamento sobre a calibração discutido em Fenech Conti et al. (2016), e trabalhar apenas com as medidas de forma auto-calibradas. Deve-se chamar a atenção, porém, para o fato de que o erro na calibração do cisalhamento poder depender substancialmente do tamanho e magnitude das galáxias.

3.2.4 Dados espectroscópicos complementares

Análises de lentes fracas requerem um conhecimento preciso do *redshift* da lente. Assim sendo, foram realizadas uma série de observações espectroscópicas adicionais de aglomerados do CODEX com o *Nordic Optical Telescope* (NOT), obtidas entre 2014 e 2016 sob diversos programas do NOT (PI A. Finoguenov, 48-025, 51-035, 52-026, 53-020).

Cada aglomerado foi observado em modo de espectroscopia multi-objeto, visando ~ 20 galáxias membros dos aglomerados incluindo a BCG, com um poder de resolução espectral de ~ 500 . A BCG de cada aglomerado foi observada através de uma fenda de $1.5''$ por 2700 segundos, com um *grisma* que fornece cobertura no comprimento de onda de aproximadamente 400-700 nm. O *seeing* médio entre os programas é próximo de $1''$.

Dado que o interesse é a obtenção da estimativa do *redshift* através das linhas Ca H+K, foram obtidas adicionalmente apenas dados para calibração em comprimento de onda. Pacotes padrão do IRAF⁸ foram utilizados na redução dos dados, extração do espectro e calibração em comprimento de onda. Os *redshifts* foram determinados utilizando o pacote *rvidlines* para medir as posições das duas linhas de cálcio, realizando um ajuste médio ponderado.

O primeiro catálogo de aglomerados CODEX espectroscopicamente confirmados foi publicado em Clerc et al. (2016).

⁸ <http://iraf.noao.edu>

A concentração de aglomerados em $z \sim 0.5$

A primeira parte dos estudos desenvolvidos com base na amostra CODEX tem como objetivo realizar medidas de lentes fracas para um conjunto de aglomerados cuja função de seleção é bem definida. Visando obter medidas mais robustas da massa por lentes fracas e caracterizar a concentração do perfil de densidade para essa população de aglomerados, a análise utilizou o sinal empilhado desses objetos, conhecido como *stacking*. Diferentes fontes de erros sistemáticos são levadas em conta, incluindo incertezas nas medidas da forma das galáxias e nas estimativas de *redshift* fotométrico. A abordagem cuidadosa adotada para selecionar as galáxias de fundo permite minimizar os efeitos de contaminação sobre a população de fundo.

O conteúdo deste capítulo foi publicada no periódico *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* (Cibirka et al., 2017). Todas as figuras apresentadas nesse capítulo foram extraídas dessa publicação.

4.1 Seleção das galáxias de fundo

O sinal de lentes é fortemente dependente da geometria do sistema observador-lente-fonte, conforme mostrado na seção 2.1.2. Podemos expressar tal dependência em função da razão que chamaremos de β , que envolve as distâncias entre lente e fonte, D_{ds} , e observador e fonte, D_s :

$$\beta = \frac{D_{ds}}{D_s} \quad (4.1)$$

Consequentemente, um passo fundamental na análise de lentes fracas é a estimativa da distribuição do *redshift* das fontes de fundo, bem como a própria seleção dessa população de

galáxias. Tal seleção deve ser suficientemente conservadora a fim de restringir ao máximo a contaminação da população de fundo por galáxias que pertençam ao aglomerado: essa contaminação causa uma diluição do sinal de cisalhamento e conseqüentemente uma sub-estimativa das propriedades da lente.

Ao mesmo tempo em que é necessária uma seleção conservadora, um critério excessivamente rigoroso selecionará poucas fontes de fundo, dificultando a medida de lentes uma vez que a razão sinal-ruído será baixa.

Dada a importância da seleção e caracterização da população de fundo, optamos por dois métodos baseados na informação multi-banda disponível para os campos da amostra CODEX WL. Nosso método principal se baseia em uma árvore de decisões sobre o espaço cor-magnitude, descrito a seguir. Como segundo método utilizamos um critério baseado na estimativa pontual do *redshift* fotométrico, descrito na seção 4.4, onde também comparamos os resultados obtidos pelos diferentes métodos e verificamos a existência de possíveis erros sistemáticos causado pelo critério baseado no *redshift* fotométrico.

O método baseado no espaço de cor-magnitude fornece uma estimativa da provável distribuição do *redshift* de cada galáxia através da comparação dos nossos dados fotométricos multi-banda com um catálogo de referência. Utilizamos o CFHTLS *Deep*¹ como catálogo de referência por apresentar *redshifts* fotométricos de alta qualidade. Os detalhes do método estão descritos em Gruen & Brimiouille (2016).

Para determinar a distribuição de densidade de probabilidade (PDF) do *redshift* de cada galáxia, $p(z)$, dividimos o espaço cor-magnitude u^*, g', r', i', z' em caixas (hiper-retângulos) B_i no espaço de 5 dimensões, respeitando o limite rigoroso de $i' < 24.7$ sobre a magnitude imposto pelo catálogo de cisalhamento. Essas caixas são definidas como:

$$B_i = [i'^{\min}, i'^{\max}] \times \dots \times [(i' - z)^{\min}, (i' - z)^{\max}]. \quad (4.2)$$

A condição para que ocorra uma divisão no espaço 5-dimensional é aplicada de forma a maximizar o sinal-ruído de lentes e fornecer um mínimo de 1000 galáxias nos campos do CFHTLS *Deep* em cada caixa (Gruen & Brimiouille 2016, seção 2.1 e Apêndice A). Para cada fonte presente nos campos dos aglomerados, atribuímos um $p(z)$ dado pela distribuição de *redshifts* observada das galáxias de referência que ocupam a mesma caixa.

¹ <http://www.cfht.hawaii.edu/Science/CFHLS/cfhtlsdeepwidefields.html>

Consequentemente, para uma galáxia j que está no campo do aglomerado e ocupa uma caixa B_i no espaço cor-magnitude, estimamos o valor de β_j como sendo a média de todas as galáxias de referência presentes em B_i , i.e.

$$\beta_j = \langle \beta \rangle_{B_i}^{\text{corr}} . \quad (4.3)$$

Essa estimativa inclui uma correção para o viés calculada da seguinte forma: as galáxias são ponderadas pela sua estimativa de β (eq. 2.49 e 2.15) na análise de lentes; como galáxias com valores de β superestimados terão um peso maior com relação à galáxias com valores de β subestimados, existe um pequeno erro sistemático quando $\sigma_{\beta, B_i} > 0$, que é corrigido por:

$$\langle \beta \rangle_{B_i}^{\text{corr}} = \langle \beta \rangle_{B_i} / (1 + \sigma_{\beta, B_i}^2 / \langle \beta \rangle_{B_i}^2) , \quad (4.4)$$

onde a incerteza sobre β médio relacionada à variância cósmica é estimada para cada caixa do espaço cor-magnitude através de um *jackknife* sobre os quatro apontamentos do CFHTLS *Deep*:

$$\sigma_{\beta, B_i} = \sqrt{\frac{3}{4} \sum_{j=1}^4 [(\langle \beta \rangle_{B_i, \neg j} - \langle \beta \rangle_{B_i})^2]} , \quad (4.5)$$

com $\langle \beta \rangle_{B_i, \neg j}$ sendo a estimativa da média ponderada de β da amostra de referência em B_i excluindo o apontamento j do CFHTLS *Deep*, e $\langle \beta \rangle_{B_i}$ é a média sobre todos $\langle \beta \rangle_{B_i, \neg j}$.

Essa correção é precisa para incertezas estatísticas Gaussianas em $\langle \beta \rangle_{B_i}$, o que é uma suposição justificada pelo grande número de galáxias de referência em cada caixa.

Como catálogo de referência adicional adotamos a amostra COSMOS2015 (Laigle et al., 2016), para a qual foram encontradas excelentes métricas ($\sigma_{\Delta z / (1+z)} = 0.007$ para $I < 22.5$ e 0.021 para galáxias azuis em alto z , tendo ainda uma fração substancial de *outliers*). Os dados desse catálogo foram cruzados com os objetos do CFHTLS D2 a fim de obter uma validação direta da estimativa de $\langle \beta \rangle$, aplicando os seguintes critérios para selecionar a amostra de galáxias de fundo:

- (i) Removemos todas as galáxias dos campos do aglomerado e dos campos de referência cuja cor esteja no intervalo que abrange galáxias no catalogo de referência melhor ajustadas por um modelo de galáxia vermelha, e que estejam no intervalo de *redshift*

$z_d \pm 0.04$, onde z_d é o *redshift* do aglomerado em questão. Esse critério é aplicado *antes* da construção da árvore de decisão e visa uma primeira exclusão de membros do aglomerado.

- (ii) Removemos galáxias das caixas de cor-magnitude para as quais a estimativa de $\langle\beta\rangle$ calculada a partir dos *redshifts* do catálogo COSMOS2015 esteja abaixo de 0.2 (Fig. 4.1), valor que corresponde a um sinal de lentes baixo.
- (iii) Removemos galáxias das caixas povoadas com qualquer galáxia do catálogo de referência que tenham estimativas de *redshifts* dentro de $z_d \pm 0.06$, a fim de evitar contaminação da amostra de fontes por membros do aglomerado que não tenham sido excluídos pelo primeiro critério (i).
- (iv) Removemos galáxias das caixas onde a estimativa de $\langle\beta\rangle$ calculada a partir de um catálogo cruzado de *redshifts* do CFHTLS D2 e COSMOS2015 apresenta desvio de mais de 10% com relação à razão média sobre todas as caixas (Fig. 4.1).

É importante notar que os dois últimos critérios não causam um erro sistemático significativo com relação às regiões mais densamente populadas do espaço cor-magnitude, uma vez que é exigido um mínimo de 1000 galáxias de referência em cada caixa no espaço cor-magnitude.

É esperado que esse método forneça uma melhor caracterização da população de fundo em comparação à estimativas individuais de *redshifts* pontuais, uma vez que:

- é baseado em *redshifts* fotométricos mais precisos provenientes de catálogos de referência mais profundos e com mais bandas (NIR);
- é possível remover regiões espúrias no espaço cor-magnitude através da comparação de duas estimativas de referência distintas do photo-z;
- utilizamos a informação completa da PDF $p(z)$ dentro de uma região do espaço de cor-magnitude, tendo como prior a distribuição empírica de galáxias do CFHTLS *Deep* que estão na mesma região que nossas fontes;
- excluímos consecutivamente regiões do espaço de cor-magnitude povoadas com galáxias que se encontram no *redshift* do aglomerado.

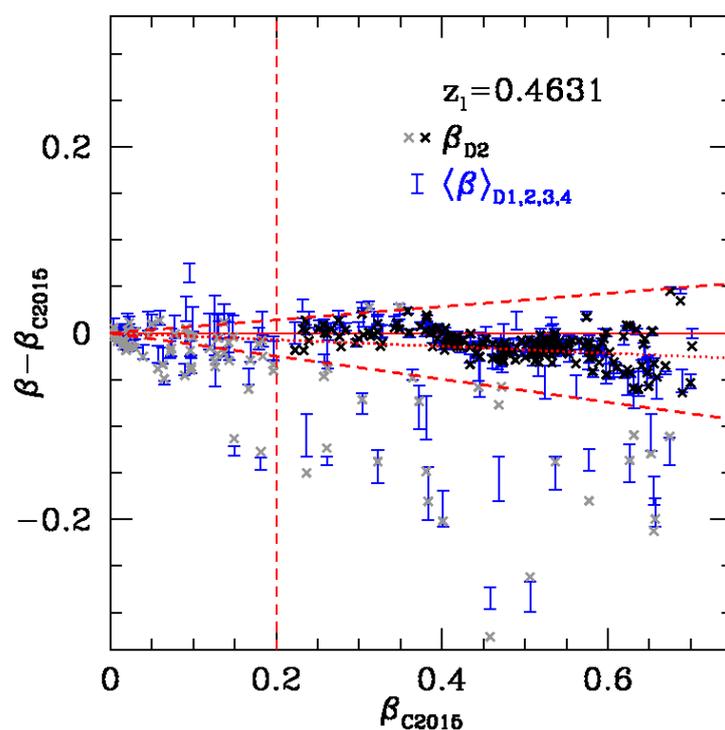


Figura 4.1: Valor médio de β em caixas no espaço cor-magnitude de 5 bandas estimado a partir dos *redshifts* fotométricos do catálogo COSMOS2015 (β_{C2015}), da fotometria do CFHT Deep + WIRDS para galáxias cruzadas nos dois catálogos (β_{D2} , pontos preto / cinza), e galáxias do CFHT Deep + WIRDS de todos os quatro apontamentos *Deep* (barras de erro azuis indicando as incertezas estimadas via *jackknife*). A linha vermelha pontilhada indica a razão média β_{D2}/β_{C2015} . As linhas vermelhas tracejadas delimitam o critério de exclusão de $\beta_{C2015} < 0.2$ ou o desvio de 10% dessa razão média, fora do qual as regiões são excluídas da amostra de fontes (pontos cinzas). Os resultados mostrados correspondem a um aglomerado em $z_l = 0.4631$ (CODEX50514).

A população total de galáxias em todos os campos, com peso do catálogo de cisalhamento $w > 0$, é de 1.242.369. Após aplicarmos os critérios *ii* e *iv* para selecionar a população de fundo, obtemos uma amostra correspondendo à 60% da amostra inicial. Uma seleção baseada apenas no critério *iii* fornece uma amostra com 42% do tamanho da amostra inicial. A partir desses números vemos que o critério *iii* é o mais restritivo. Nosso critério final de seleção das fontes de fundo inclui todos os critérios descritos acima (*ii*, *iii* and *iv*), levando a uma população final correspondendo a 38% da amostra inicial. Notamos que grande parte da amostra inicial é composta de galáxias com baixo valor esperado de β e que, portanto, pouco contribuem para o sinal final de lentes.

Decidimos adotar o critério de seleção mais conservador a fim de diminuir as incertezas sistemáticas associadas à contaminação por membros do aglomerado, tendo como contrapartida um aumento na incerteza estatística. Essa seleção conservadora também resulta em uma baixa densidade de galáxias ($\sim 40\%$ menor) em comparação ao critério baseado na estimativa pontual do *redshift* fotométrico, reportado na seção 4.4.

A densidade numérica ponderada de fontes de fundo para o método baseado no diagrama cor-magnitude, após o empilhamento dos campos dos 27 aglomerados, é 120 gal/arcmin², dado por:

$$N = \frac{1}{A} \frac{(\sum w_i)^2}{\sum w_i^2} \quad (4.6)$$

onde w_i é o peso individual do sinal de cisalhamento de cada galáxia de fundo e A é a área de um círculo centrado no aglomerado e de raio 15 arcmin², dentro do qual consideramos as fontes.

Também determinamos a densidade numérica ponderada efetiva seguindo a abordagem de Heymans et al. 2012:

$$N = \frac{1}{\Omega} \frac{(\sum w_i)^2}{\sum w_i^2}, \quad (4.7)$$

considerando a área total dos campos excluindo regiões de máscaras, Ω . Nesse caso, a densidade numérica efetiva de galáxias selecionadas pelo método no espaço de cor-magnitude é de 6 gal/arcmin², correspondendo à uma média efetiva de fontes em cada campo.

4.2 Erros

Nesta seção descrevemos as incertezas sistemáticas provenientes das medidas de cisalhamento e estimativas do *redshift*. Entre as vantagens do método baseado na árvore de decisão no espaço cor-magnitude com relação à estimativa pontual do *redshift*, está justamente a possibilidade de quantificar os erros sistemáticos. Tais erros sistemáticos são levados em conta na análise *Bayesiana* apresentada na seção 4.3.4, bem como as incertezas relacionadas às medidas de cisalhamento.

4.2.1 Incertezas sistemáticas das medidas de cisalhamento

Como mencionado na seção 3.2.3, espera-se uma incerteza residual nas medidas das formas utilizando o *lensfit* da ordem de 2%, de acordo com resultados anteriores (Fenech Conti et al., 2016). Essa incerteza sistemática entra em nosso modelo através da inclusão de um fator de calibração do cisalhamento, correspondendo à uma Gaussiana com média $\delta_s = 0$ e largura $\sigma_s = 0.02$.

4.2.2 Incertezas sistemáticas na árvore de decisão no espaço cor-magnitude

As fontes de incertezas do método baseado na árvore de decisões no espaço cor-magnitude incluem a variância cósmica e os erros nas estimativas do *redshift* fotométrico dos catálogos de referência. As incertezas no photo-z podem ser estimadas através da comparação dos valores de β provenientes dos catálogos do campo CFHTLS D2 (β_{D2}) e COSMOS2015 (β_{C2015}). O desvio médio de cada aglomerado i é calculado como:

$$\delta_{\text{cm},i} = \frac{1}{2} \frac{\langle \beta_{C2015} \rangle - \langle \beta_{D2} \rangle}{\langle \beta_{D2} \rangle} \quad (4.8)$$

e a variância, assumindo uma Gaussiana com mesma variância de uma distribuição *top-hat* entre β_{D2} e β_{C2015} , como:

$$\sigma_{\text{cm},i} = \frac{1}{\sqrt{3}} |\delta_{\text{cm},i}| \quad (4.9)$$

Para cada aglomerado, calculamos a contribuição da variância cósmica σ_{cv} sobre a média β através de uma estimativa *jackknife* sobre os quatro apontamentos do CFHTLS *Deep*:

$$\sigma_{\text{cv},i} = \sqrt{\frac{3}{4} \sum_{j=1}^4 [(\langle \beta_i \rangle_{-j} - \langle \beta_i \rangle)^2] / \langle \beta_i \rangle}, \quad (4.10)$$

onde $\langle \beta_i \rangle_{-j}$ é a estimativa da média ponderada de β da amostra de fontes ao redor do aglomerado excluindo-se o apontamento CFHTLS *Deep j*, e $\langle \beta_i \rangle$ é a média sobre todos os apontamentos.

Para descrever as incertezas do sinal empilhado, primeiramente atribuímos um peso a cada aglomerado:

$$w_i^{\text{cl}} = \frac{\sum_j (w_{j,i} \beta_{j,i})}{\sum_k \sum_j (w_{j,k} \beta_{j,k})} \quad (4.11)$$

onde j corre sobre todas as galáxias do campo de um aglomerado, k sobre todos os aglomerados de nossa amostra e w é o peso dado pelo *lensfit*.

De forma conservadora, supusemos que as incertezas sistemáticas do *redshift* são totalmente correlacionadas entre os aglomerados. Sendo assim, tomamos a suas médias ponderadas pelos pesos individuais dos aglomerados (eq. 4.11) na determinação do desvio médio δ_{cm} e da variância σ_{cm} sobre todos os aglomerados:

$$\delta_{\text{cm}} = \sum_i w_i^{\text{cl}} \delta_{\text{cm},i} \quad (4.12)$$

$$\sigma_{\text{cm}} = \sum_i w_i^{\text{cl}} \sigma_i \quad (4.13)$$

onde a variância σ_i é calculada levando em conta incertezas da variância cósmica e do photo-z:

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_{\text{cv},i}^2 + \sigma_{\text{cm},i}^2} \quad (4.14)$$

Encontramos, para nossa amostra, os valores de $\delta_{\text{cm}} = -0.016$ and $\sigma_{\text{cm}} = 0.023$.

Os erros sistemáticos relacionados às medidas de cisalhamento e *redshift* entram em nossa análise através de um fator multiplicativo S_m , que muda a amplitude do perfil de densidade teórico a fim de assimilar as incertezas. Esse fator é um parâmetro livre com prior definido por uma distribuição normal. Se definirmos $\delta_{S_m} = 1 - \delta_{\text{cm}} - \delta_s$ e $\sigma_{S_m} = \sqrt{\sigma_{\text{cm}}^2 + \sigma_s^2}$, o parâmetro S_m é descrito como:

$$\ln(S_m) \propto \frac{(x - \delta_{S_m})^2}{2\sigma_{S_m}^2}, \quad 1 - 5\sigma_{S_m} < x < 1 + 5\sigma_{S_m} \quad (4.15)$$

4.3 Análise de lentes fracas

Neste trabalho investigamos o potencial gravitacional de uma amostra de aglomerados através do ajuste dos perfis radiais do cisalhamento combinado (*stacked*). Em nossa análise adotamos um modelo que descreve o sinal observado como uma combinação do sinal do aglomerado (a componente principal do halo, sendo descrito por um perfil NFW), dos halos vizinhos (o *2-halo*) e incertezas relacionadas à escolha do centro da distribuição de massa (o formalismo do erro de centralização).

Nas seções a seguir descrevemos como foi definido o perfil de cisalhamento observado e os detalhes do modelo adotado. A seção 4.3.4 descreve a análise *Bayesiana* e o ajuste dos parâmetros associados com o modelo do perfil; na seção 4.3.5 apresentamos os resultados; por fim fazemos uma comparação com resultados observacionais anteriores e com previsões de simulações numéricas na seção 4.3.6.

4.3.1 Amostra combinada

A amostra de aglomerados analisada encontra-se no intervalo de *redshift* de $0.40 < z < 0.62$ e apresenta estimativas de riqueza $\lambda_{\text{SDSS}} \geq 60$. Esse corte em riqueza é importante para excluir grupos de galáxias que possuem emissão em raio x por AGN. Não aplicamos nenhuma seleção adicional relacionada à luminosidade em raio x além daquela implícita pela sensibilidade dos dados do RASS, na qual a detecção inicial dos aglomerados é baseada, e que fornece uma seleção próxima a 3×10^{44} ergs s⁻¹ no intervalo de *redshift* de interesse.

O sinal de cisalhamento dos 27 aglomerados foi empilhado em passos radiais em função da distância em unidades físicas. O intervalo investigado é de $0.1 \text{ Mpc } h^{-1} < r < 2.3 \text{ Mpc } h^{-1}$, dividido em 10 partes no espaço logarítmico. O centro de cada aglomerado foi definido como sendo a galáxia com maior valor de P_{CEN} . Este parâmetro, determinado pelo redMaPPer, define a probabilidade de que uma dada galáxia seja a galáxia central (CG) de um aglomerado, levando em consideração o *redshift* e a luminosidade da CG e do aglomerado e a densidade local de galáxias vermelhas.

A fim de obter uma primeira imagem bidimensional do sinal da lentes gravitacional,

calculamos o chamado mapa de massa de abertura (Schneider, 1996) da nossa amostra de aglomerados de galáxias combinada (ver também Gruen et al. 2013). Para calcular a significância utilizamos uma função peso Gaussiana:

$$w_g(\theta) \propto \begin{cases} \exp(-|\theta|^2/(2\sigma_w^2)) & |\theta| < 3\sigma_w, \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.16)$$

onde σ_w é a largura de abertura. Essa significância é definida como a razão entre a massa de abertura e sua incerteza, $M_{\text{ap}}/\sigma_{M_{\text{ap}}}$ (Bartelmann & Schneider, 2001), sendo

$$M_{\text{ap}} = \sum_i w_g(|\theta - \theta_i|) g_{i,t} \quad (4.17)$$

e

$$\sigma_{M_{\text{ap}}} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_i w_g^2(|\theta - \theta_i|) g_{i,t}^2} \quad (4.18)$$

com $g_{i,t}$ sendo o cisalhamento tangencial reduzido da i th galáxia com relação a θ . A largura usada para a abertura é de $\sigma_w = 3$ arcmin. O pico das massas de abertura apresenta significância de 16σ para a amostra combinada de aglomerados analisados com o método de seleção via árvore de decisões no espaço de cor-magnitude. O mapa de significância é bem centrado na posição média do centro de nossa amostra de aglomerados, como pode ser visto na Fig. 4.2, e apresenta boa simetria circular.

4.3.2 Perfil da densidade de massa superficial

Conforme discutido na seção 2.1, para analisar o perfil radial de uma amostra combinada de aglomerados devemos considerar o perfil de densidade de massa superficial diferencial $\Delta\Sigma(R)$ (eq. 2.49), sendo esse proporcional à densidade crítica Σ_{cr} (eq. 2.15) e, portanto, dependente do *redshift* do aglomerado e de β .

O cálculo de Σ_{cr} utilizou os valores de *redshift* espectroscópico da BCG de cada aglomerado e o valor médio de β dado pela equação 4.3.

Para cada intervalo radial calculamos o perfil de densidade de massa diferencial médio ponderado pelo peso w , usando a densidade crítica Σ_{cr} de cada par lente-fonte (Velandier et al., 2014; Hudson et al., 2015):

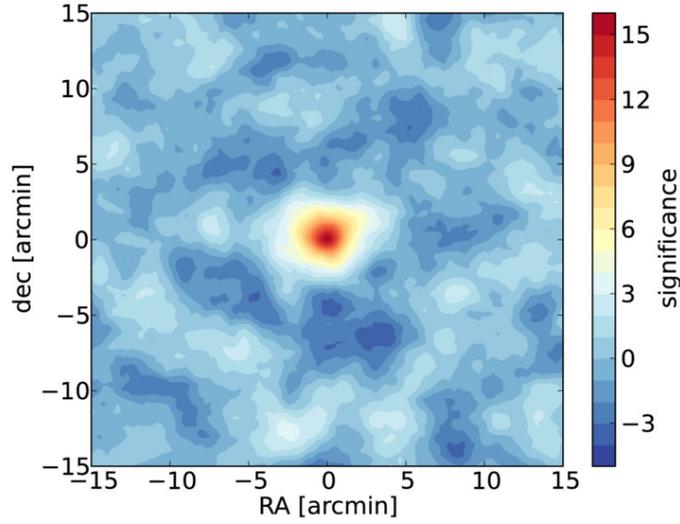


Figura 4.2: Mapa de significância de massa de abertura para o aglomerado empilhado.

$$\Delta\Sigma(r) = \frac{\sum w_{ls,i} \gamma_{t,i} \Sigma_{cr,i}}{\sum w_{ls,i}} \quad (4.19)$$

onde somamos sobre todos os pares lente-fontes. O peso w_{ls} , definido como $w_{ls} = w \Sigma_{cr}^{-2}$, tem um papel importante pois é sensível tanto à geometria do sistema da lente quanto à incerteza na medida de elipticidade: Σ_{cr}^{-2} coloca um peso mais baixo em pares lente-fonte próximos em *redshifts*, enquanto w leva em conta o erro de medida de elipticidade e o ruído intrínseco na forma das galáxias.

A fim de derivar os parâmetros que melhor descrevem as propriedades da nossa amostra, ajustamos o perfil de densidade de massa combinado observado ao modelo de halo (*halo model*) (Seljak, 2000; Cooray & Sheth, 2002) somado ao formalismo do erro de centralização (*off-centering*) (Johnston et al., 2007). O modelo final adotado, com suas diferentes componentes, é descrito pela equação:

$$\Delta\Sigma(R) = S_M [p_{cc} \Delta\Sigma_{NFW}(R) + (1 - p_{cc}) \Delta\Sigma_{NFW}^{off}(R) + \Delta\Sigma_{2h}] \quad (4.20)$$

onde nosso principal interesse é restringir os parâmetros relacionados ao perfil NFW, M_{200} , c_{200} . Os parâmetros secundários, conhecidos como parâmetros *nuisance*, são p_{cc} , a fração de aglomerados com o centro corretamente identificado, σ_{off} , a escala do erro de centralização que entra no perfil Σ_{NFW}^{off} , e S_m , o parâmetro que contabiliza as incertezas sistemáticas nas medidas (conforme definido na equação 4.15). Descrevemos cada componente em detalhe

nas próximas seções.

4.3.2.1 Contribuição do halo principal

Diversos resultados obtidos por simulações numéricas e observações concordam que o perfil universal NFW (seção 1.2.1) é uma boa descrição de halos de matéria escura (e.g., Bullock et al. 2001; Wang & White 2009; Okabe et al. 2013; Umetsu et al. 2014). Alguns estudos, porém, demonstraram que os halos de matéria escura podem desviar do perfil NFW (Navarro et al., 2004; Gao et al., 2008; Dutton & Macciò, 2014; Klypin et al., 2014), sendo melhor descritos pelo perfil de Einasto (Einasto, 1965). Esse perfil tem um parâmetro adicional, α , relacionado à forma do perfil, além dos mesmos dois parâmetros estruturais que descrevem o perfil NFW. Para o presente trabalho decidimos adotar o perfil NFW no modelamento do halo principal (o sinal empilhado dos aglomerados de galáxias) por se tratar de um modelo mais simples e que fornece um bom ajuste aos dados, e também por facilitar a comparação com outros estudos, uma vez que diferentes análises observacionais e previsões teóricas de impacto na literatura se baseiam nesse perfil.

Seguimos o formalismo apresentado em Wright & Brainerd (2000) para modelar a contribuição do halo principal, fazendo uso das expressões analíticas para o perfil NFW no ajuste de $\Delta\Sigma$ aos dados.

4.3.2.2 O termo de 2-halo

O perfil NFW se mostra uma boa descrição do perfil de densidade dos halos de matéria escura quando olhamos para um intervalo radial cobrindo desde as regiões mais internas até aproximadamente o raio do virial. Mas em escalas maiores o perfil passa a ser dominado pelas concentrações de matéria ao redor do halo principal, à medida que as estruturas tendem a se aglomerar no Universo.

Para descrever a contribuição dos halos vizinhos no sinal final esperado, adotamos uma abordagem semelhante àquela apresentada em Johnston et al. (2007), incluindo o termo de *2-halo* (e.g. Seljak 2000; Mandelbaum et al. 2005) no modelo para o perfil de densidade:

$$\rho_{2h} = b(M_{200}, z) \bar{\rho}_m(z) \xi_l(r, z) \quad (4.21)$$

onde $b(M_{200}, z)$ é o parâmetro de viés linear para halos de matéria escura (Sheth & Tormen, 1999; Seljak & Warren, 2004), $\xi_l(r, z)$ é a função de autocorrelação linear da matéria para

o *redshift* z e $\bar{\rho}_m(z) = \Omega_m \rho_{\text{cr},0}(1+z)^3$ é a densidade média no *redshift* z . Adotamos a relação proposta em (Tinker et al., 2010) para definir o parâmetro de viés .

A função $\xi_l(r, z)$ é dada em termos da função linear de crescimento de estruturas $D(z) = \frac{D_+(a)}{D_+(1)}$, onde:

$$D_+(a) = H(a) \int_0^a \frac{1}{(a'H(a'))^3} da',$$

de σ_8 e da função de correlação linear $\xi_l(r)$ no *redshift* $z = 0$, calculados a partir do espectro de potência linear obtido com o código *CAMB* (Lewis & Bridle, 2002), adotando a cosmologia do *Planck 2015* (Planck Collaboration et al., 2016a):

$$\xi_l(r, z) = D(z)^2 \sigma_8^2 \xi_l(r)$$

A contribuição final do termo de *2-halo* para o sinal da lente é expressa pelo perfil de densidade superficial diferencial $\Delta\Sigma_{2h}(R)$. Se definirmos um parâmetro de viés efetivo $B(M_{200}, z)$:

$$B(M_{200}, z) = b(M_{200}, z) \Omega_m \sigma_8^2 D(z)^2 \quad (4.22)$$

podemos escrever a contribuição final como:

$$\Delta\Sigma_{2h}(R) = B(M_{200}, z) \Delta\Sigma_l(R) \quad (4.23)$$

onde o termo $\Delta\Sigma_l(R)$ é novamente descrito como a diferença entre a densidade média dentro de um raio R e a densidade média no raio R , $\bar{\Sigma}_l(< R) - \bar{\Sigma}_l(R)$, com

$$\Sigma_l(R) = (1+z)^3 \rho_{\text{cr},0} \int dy \xi_l((1+z)\sqrt{y^2 + R^2}) \quad (4.24)$$

Chamamos a atenção para o fato de que o termo $b(M_{200}, z)$ depende da massa do halo M_{200} , que por sua vez é um parâmetro livre em nosso modelo. Testamos o impacto dessa dependência através de um ajuste iterativo de M_{200} , calculando um novo valor de $b(M_{200}, z)$ a cada interação até convergir. Os valores finais do melhor ajuste não sofreram alteração ao compararmos os resultados obtidos quando aplicada essa abordagem iterativa, ou quando adotamos um valor de viés calculado para uma massa média de $7 \times 10^{14} M_\odot h^{-1}$ no *redshift* médio da amostra.

4.3.2.3 Correção do erro de centralização

O sinal de lentes medido de um objeto é fortemente dependente da escolha do centro do halo. A consequência dessa dependência será uma medida subestimada dos valores de massa e parâmetro de concentração caso haja um deslocamento entre o centro escolhido e o pico do sinal de lente fraca. Em geral, assume-se que a BCG do aglomerado corresponde ao centro do halo. Essa suposição pode, porém, não ser inteiramente justificada, uma vez que algoritmos para identificação de aglomerados podem errar na identificação da BCG real, e mesmo que identifiquem-a corretamente, há evidências de que a BCG muitas vezes não corresponde ao centro de massa real (Johnston et al., 2007; Oguri et al., 2010; Zitrin et al., 2012). Alguns trabalhos também concluíram que a galáxia central pode estar se movendo através do poço potencial do halo (e.g. van den Bosch et al. 2005; Gao & White 2006; Johnston et al. 2007; Hikage et al. 2013).

Ao modelar um empilhamento de aglomerados individuais, deve-se levar em consideração a fração de halos na amostra que tiveram o centro corretamente identificados e a fração de halos cujo centros foram erroneamente atribuídos. Adotamos uma abordagem semelhante à descrita em Johnston et al. (2007); Ford et al. (2015), caracterizando tanto a fração de halos corretamente centrados quanto a largura da distribuição dos centros deslocados. A distribuição utilizada corresponde a um corte unidimensional de uma Gaussiana bidimensional:

$$P(R_{\text{off}}) = \frac{R_{\text{off}}}{\sigma_{\text{off}}^2} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{R_{\text{off}}}{\sigma_{\text{off}}} \right)^2 \right]. \quad (4.25)$$

Essa distribuição do erro nos centros atribuídos tem como efeito transformar o perfil original $\Sigma(R)$, que é aproximadamente plano na região interna, em um perfil radial suavizado apresentando uma queda em pequenas escalas, dado por

$$\Sigma^{\text{off}}(R) = \int_0^{\infty} \Sigma(R | R_{\text{off}}) P(R_{\text{off}}) dR_{\text{off}}, \quad (4.26)$$

com

$$\Sigma(R | R_{\text{off}}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Sigma(r) d\theta, \quad r = \sqrt{R^2 + R_{\text{off}}^2 - 2RR_{\text{off}} \cos(\theta)} \quad (4.27)$$

e θ sendo o ângulo azimutal. Seguindo a contribuição do halo principal, adotamos a expressão analítica do perfil NFW para escrever $\Sigma(r)$. O perfil da densidade de massa

superficial diferencial suavizado é dado por $\Delta\Sigma_{\text{NFW}}^{\text{off}} = \overline{\Sigma}^{\text{off}}(< R) - \Sigma^{\text{off}}(R)$, onde

$$\overline{\Sigma}^{\text{off}}(< R) = \frac{2}{R^2} \int_0^R \Sigma^{\text{off}}(R') R' dR' . \quad (4.28)$$

4.3.3 A matrix de covariância

Uma comparação entre dados observacionais e modelo teórico deve considerar as incertezas e suas correlações entre os intervalos radiais, tornando necessário o uso da matriz de covariância no ajuste dos dados.

Essa matriz de covariância tem contribuições provenientes do ruído nas medidas de forma, da estrutura em larga escala não-correlacionada (LSS) ao longo da linha de visada e de variações intrínsecas nos perfis de aglomerados para uma dada massa (Gruen et al., 2011, 2015).

Para estimar a matriz de covariância dos nossos dados, reamostramos os 27 catálogos dos aglomerados individuais através de 10000 iterações de conjuntos de *bootstrap*. A matriz é então calculada através da equação:

$$C(i, j) = \left[\frac{N}{N-1} \right]^2 \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [\Delta\Sigma_k(R_i) - \overline{\Delta\Sigma}(R_i)] \times [\Delta\Sigma_k(R_j) - \overline{\Delta\Sigma}(R_j)] \quad (4.29)$$

onde N é o número de conjuntos de *bootstrap*, R é o intervalo radial, $\overline{\Delta\Sigma}(R)$ é a densidade de massa superficial diferencial média sobre todas as realizações de *bootstrap* em um dado intervalo radial e i e j correspondem aos índices dos intervalos radiais. As barras de erro na figura 4.3 são dadas pela raiz quadrada dos elementos diagonais da matriz de covariância. Ao realizar um *bootstrap* da amostra de aglomerados individuais, estamos levando em conta as diferentes contribuições para a matriz de covariância (ruído nas medidas de forma, estrutura em larga escala e variações no perfil de aglomerados).

Embora $C(i, j)$ seja um estimador da verdadeira matriz de covariância que não apresenta viés, é ruidoso e, portanto, sua matriz inversa $C^{-1}(i, j)$ (a quantidade usada para ajustar o modelo) não é livre de erros sistemáticos (Hartlap, Simon, & Schneider, 2007). Sendo N_s o número de amostras independentes e N_D o tamanho do vetor de dados, caso a condição $N_s > N_D + 2$ seja satisfeita, podemos aplicar um fator de correção para obter um estimador de $C^{-1}(i, j)$ livre de viés (Taylor, Joachimi, & Kitching, 2013):

$$\widehat{C}^{-1}(i, j) = \frac{N_s - N_D - 2}{N_s - 1} C^{-1}(i, j) \quad (4.30)$$

Para o cálculo de $\widehat{C}^{-1}(i, j)$ assumimos que N_s é o número de realizações de *bootstrap*, igual a 1000 no nosso caso, e N_D o número de catálogos de aglomerados individuais, 27.

4.3.4 Ajuste do perfil

Com o objetivo de caracterizar os parâmetros M_{200} e c_{200} ligados ao perfil médio de densidade, utilizamos uma abordagem Bayesiana e exploramos o espaço de parâmetros com um algoritmo do tipo *Monte Carlo Markov Chain* (MCMC), (*emcee*, Foreman-Mackey et al. 2013), onde ajustamos o perfil combinado observado $\Delta\Sigma$ ao modelo de halo descrito na seção 4.3.2. A análise é baseada em uma população de fontes de fundo selecionada pelo método da árvore de decisão sobre o espaço cor-magnitude. Os resultados para a amostra selecionada com base na estimativa pontual do *redshift* fotométrico de 5 bandas estão descritos na seção 4.4.2.

Definimos o posterior do modelo da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(M_{200}, c_{200}, \sigma_{\text{off}}, p_{\text{cc}}, S_m | r_i, \Delta\Sigma(r_i)) &\propto \\ &\mathcal{L}(r_i, \Delta\Sigma(r_i) | M_{200}, c_{200}, \sigma_{\text{off}}, p_{\text{cc}}, S_m) \times \\ &\Pi(M_{200}) \times \Pi(c_{200}) \times \Pi(\sigma_{\text{off}}) \times \Pi(p_{\text{cc}}) \times \Pi(S_m), \quad (4.31) \end{aligned}$$

onde \mathcal{L} é a verossimilhança dos dados, dado o modelo, e Π são os priores em cada parâmetro.

A (log-)verossimilhança, assumindo que as incertezas seguem uma distribuição Normal, é definida como

$$\ln \mathcal{L} = -\frac{1}{2} \sum_{i,j} (\Delta\Sigma_{\text{data},i} - \Delta\Sigma_{\text{model},i})^T \times \widehat{C}_{i,j}^{-1} \times (\Delta\Sigma_{\text{data},j} - \Delta\Sigma_{\text{model},j}), \quad (4.32)$$

com $\Delta\Sigma_{\text{data}}$ sendo a densidade de massa superficial diferencial medida nos intervalos radiais i, j -th (eq. 4.19), $\Delta\Sigma_{\text{model}}$ a previsão do modelo para a densidade de massa superficial no intervalo radial i, j -th (eq. 4.20) e \widehat{C}^{-1} o inverso da matriz de covariância (eq. 4.30).

O fator multiplicativo S_m foi definido no final da seção 4.2, e sua função é incluir as incertezas sistemáticas decorrentes das medidas da forma das galáxias e estimativas de

distância no modelo. Para esse parâmetro assumimos um prior que segue uma distribuição normal.

Para os parâmetros M_{200} e c_{200} , atribuímos priores planos não-informativos no intervalo de $10^{13} M_{\odot} < M_{200} < 10^{16} M_{\odot}$ e $0.1 < c_{200} < 20$, e zero nos intervalos fora desses valores.

Os parâmetros do erro na centralização apresentam uma degenerescência importante com os parâmetros do perfil de densidade M_{200} e c_{200} . A fim de minimizar o impacto de tal degenerescência, adotamos priores informativos sobre esses parâmetros secundários.

Em Rykoff et al. (2016), os parâmetros relacionados aos erros de centralização foram estudados para a amostra *Dark Energy Survey*. Nesse estudo os centros dos aglomerados atribuídos pelo *redMaPPer* foram comparados aos centros obtidos com base nos dados do *South Pole Telescope*, Chandra e XMM. As medidas foram obtidas para cada amostra individualmente e também através de uma verossimilhança conjunta entre as três amostras, sendo que os diferentes resultados são consistentes dentro dos erros. Os valores de melhor ajuste encontrados para a análise conjunta são $p_{cc} = 0.78^{+0.11}_{-0.11}$ e $\sigma_{off} = 0.32^{+0.08}_{-0.06} R_{\lambda}$, onde R_{λ} é um raio do aglomerado inferido pelo *redMaPPer*. A fração de aglomerados bem centrados encontrada no ajuste, $78^{+11}_{-11}\%$, é consistente com a previsão de 82% dada pelo *redMaPPer* para a mesma amostra, sendo que a fração prevista corresponde ao valor médio das probabilidades de que o centro encontrado seja o correto atribuídas a cada aglomerado pelo algoritmo.

Como nossos centros também foram atribuídos pelo algoritmo *redMaPPer*, decidimos adotar esses resultados empíricos em nossa análise, considerando que a distribuição do erro nos centros se baseia principalmente na escolha errada da galáxia central - e que as galáxias centrais brilhantes são detectadas tanto no SDSS como em dados mais profundos. Escrevemos os priores dos parâmetros de descentralização como uma distribuição normal para p_{cc} , com média $\mu = 0.78$ e largura $\sigma = 0.11$, e como uma distribuição log-normal para σ_{off} , com $\ln(\mu) = -1.13$ e $\sigma = 0.22$. Note que omitimos o fator R_{λ} em σ_{off} , uma vez que este encontra-se em um intervalo de $0.9 - 1.1 h^{-1}$ Mpc para nossa amostra e a largura do prior é maior que esse intervalo. Como referência, citamos a fração média de aglomerados corretamente centrados atribuída pelo *redMaPPer* para nossa amostra, $\langle P_{cen} \rangle = 0.82$.

Na execução do código MCMC, rodamos 256 cadeias cada uma contendo 10000 passos. Depois de testar a estabilidade dos resultados, executando diferentes números de cadeias com diferentes tamanhos e regiões de queima e olhando para o traço de cada parâmetro,

verificamos que o resultado final é robusto e que descartar os primeiros 200 passos de cada cadeia é suficiente para eliminar a região de queima.

Como teste adicional para verificar a qualidade do nosso método de ajuste, executamos a análise sobre um catálogo de halos com dimensões de aglomerados de galáxias gerados a partir de uma simulação de N-corpos para uma cosmologia Λ CDM plana (Becker & Kravtsov, 2011). Os halos simulados foram combinados em intervalos de massa de largura $0.1 \times 10^{14} M_{\odot}$, para halos em baixo z ($z = 0.25$), e de $1 \times 10^{14} M_{\odot}$ para halos em alto z ($z = 0.50$), iniciando em $M_{200c} = 1 \times 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$. Em seguida executamos nosso código *Bayesiano* ajustando o perfil de cisalhamento dos dados da simulação no intervalo radial de $0.2 < R[\text{Mpc}] < 4$. Para esse exercício usamos o modelo de halo com dois componentes: o halo principal seguindo um perfil NFW mais o termo de *2-halo*, descritos nas seções 4.3.2.1 e 4.3.2.2. Deixamos M_{200c} e c_{200c} como parâmetros livres, atribuindo um prior Gaussiano para a concentração com base na relação $M - c$ encontrada em Duffy et al. (2008), e em seguida utilizando a relação proposta em Dutton & Macciò (2014). Para a massa adotamos um prior não-informativo. Os resultados em M_{200c} apresentam um viés negativo de $\sim 5 - 8\%$, em acordo com o que foi encontrado em Becker & Kravtsov (2011), e não mostraram sensibilidade à escolha do prior para a concentração. Uma vez que nosso objetivo é determinar os melhores parâmetros relacionados ao perfil NFW (em termos de massa e concentração) para a nossa amostra de aglomerados, não aplicamos essa possível correção do viés sobre a massa ajustada.

4.3.5 Resultados

Na figura 4.3 mostramos o sinal de lentes empilhado observado, o ajuste global do modelo de halo, considerando todas as componentes e cada uma das componente em separado (o termo principal descrito como um perfil NFW, o termo de *2-halo* e o perfil NFW suavizado correspondente ao componente descentralizado. Os pontos vermelhos correspondem ao perfil diferencial de densidade de massa superficial medido, com as barras de erro dadas pela raiz quadrada da diagonal principal da matriz de covariância (equação 4.29). Incluímos no gráfico 100 realizações aleatórias do total de 256 cadeias MCMC, correspondentes às linhas cinza, para exemplificar como o espaço de parâmetro foi amostrado. As diferentes linhas coloridas mostram cada componente individual do modelo de halo e a linha azul mostra o modelo completo (descrito em 4.3.2), calculadas para os valores de

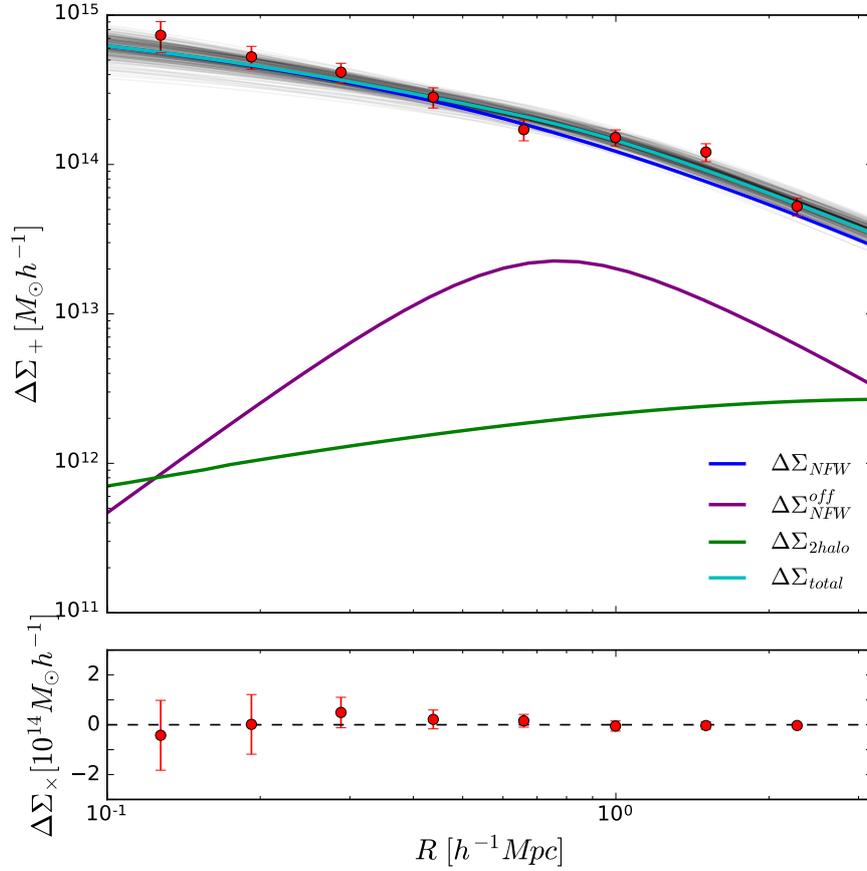


Figura 4.3: Perfil do cisalhamento tangencial da amostra empilhada obtida a partir dos 27 aglomerados individuais, em unidades de densidade de massa projetada, com 100 realizações MCMC selecionadas aleatoriamente para amostrar a variância de $\Delta\Sigma_{\text{total}}$ (linhas cinza). Cada componente do modelo do halo, bem como o sinal total, foi calculado para os valores de melhor ajuste e é mostrado separadamente. O gráfico inferior mostra a componente transversal do sinal de cisalhamento, usada para verificar a presença de erros sistemáticos nas medidas de forma das galáxias.

melhor ajuste extraídos da análise *Bayesiana*.

Possíveis erros sistemáticos nas medidas de lentes fracas podem ser identificados através da componente cruzada do sinal de cisalhamento, $\Delta\Sigma_{\times}$. Esse sinal corresponde a uma rotação de 45 graus com relação ao cisalhamento tangencial $\Delta\Sigma_{+}$, e para uma medida de elipticidades livre de viés esperamos obter um sinal de $\Delta\Sigma_{\times}$ compatível com zero. Podemos ver no gráfico inferior da figura 4.3 que, em todos os intervalos radiais considerados, o sinal de $\Delta\Sigma_{\times}$ é consistente com zero dentro de 2σ , indicando que não há erros sistemáticos significativos no sinal de cisalhamento medido.

Detectamos o sinal de cisalhamento com uma significância de $S/N \simeq 14$, calculada

Tabela 4.1 - Resumo das distribuições dos posteriores para o ajuste do perfil de densidade empilhado.

Valor adotado	M_{200c} [$10^{14}h^{-1}M_{\odot}$]	c_{200c}	p_{cc}	σ_{off} [$h^{-1}\text{Mpc}$]
Mediana e intervalo de 68%	$6.6^{+1.0}_{-0.8}$	$3.7^{+0.7}_{-0.6}$	$0.8^{+0.1}_{-0.1}$	$0.38^{+0.09}_{-0.08}$
Moda da distribuição 1D	6.6	3.6	0.8	0.36
Aproximação Gaussiana	6.6 ± 1.1	3.8 ± 0.6	0.79 ± 0.09	0.38 ± 0.08

através da matriz de covariância total $C_{i,j}$ (Okabe & Smith, 2016):

$$(S/N)^2 = \sum_{i,j} \Delta\Sigma_i C_{i,j}^{-1} \Delta\Sigma_j \quad (4.33)$$

O termo de correção do cisalhamento para a região onde o regime fraco não é mais válido, $\Delta\Sigma \Sigma \mathfrak{L}_z$ (eq. 2.55), apresenta maior impacto na região mais interna do perfil. Ali, o perfil de densidade de massa superficial é alterado por cerca de 20%. O fator \mathfrak{L}_z encontrado para os nossos dados é de $2.46 \times 10^{-16} h^{-1} \text{Mpc}^2 / M_{\odot}$.

As distribuições marginalizadas e bidimensionais dos posteriores dos parâmetros livres M_{200c} , c_{200c} , p_{cc} , σ_{off} e S_m estão mostradas na figura 4.4. Podemos ver que a distribuição do parâmetro relacionado à fração de aglomerados corretamente centrados, p_{cc} , segue o prior adotado: ambos apresentam valores médios de 0.78 e variância de 0.1. Já o parâmetro σ_{off} é afetado pelos dados, porém ainda encontramos um valor de melhor ajuste em acordo com a média do prior dentro de 1σ : o prior log-normal apresenta um valor médio de $0.32^{+0.08}_{-0.06}$, enquanto a distribuição do posterior tem mediana de $0.38^{+0.09}_{-0.08}$. Os parâmetros do perfil de densidade M_{200c} e c_{200c} são bem caracterizados pelos nossos dados. O parâmetro S_m é marginalizado e tem a função de incluir as incertezas sistemáticas nas medidas de elipticidades e distância (*redshift*), conforme descrito no final da seção 4.2.

Na tabela 4.1 mostramos os valores da mediana das cadeias MCMC para cada parâmetro, e o intervalo contendo 68% dos pontos da distribuição de probabilidade do posterior. Também indicamos a moda das distribuições 1D marginalizadas e os valores da média e desvio padrão dados pela aproximação das distribuições por uma Gaussiana - na figura 4.4 podemos notar que a distribuição Gaussiana é uma boa aproximação para as distribuições marginalizadas da massa e concentração.

As distribuições dos posteriores em 2D evidenciam a degenerescência entre os parâmetros relacionados ao erro de centralização, p_{cc} e σ_{off} , e os parâmetros do perfil de densidade M_{200c}

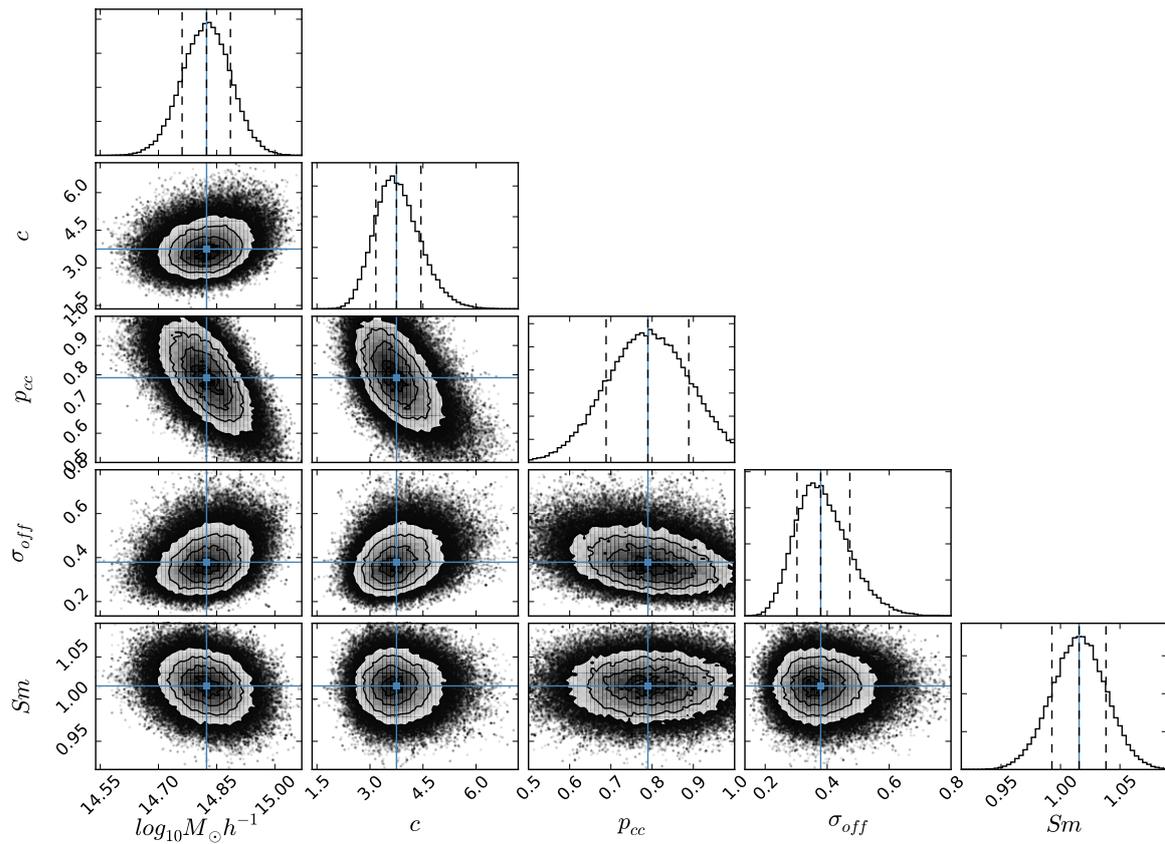


Figura 4.4: Projeções uni e bidimensionais das distribuições dos posteriores para os parâmetros do perfil de densidade empilhado, M_{200c} , c_{200c} , e para os parâmetros secundários relacionados ao efeito de descentralização e às incertezas sistemáticas. Os pontos azuis representam os valores de melhor ajuste definidos como a mediana das distribuições, e as linhas verticais tracejadas mostram o intervalo 68%.

e c_{200c} . Calculamos o coeficiente de correlação ρ entre M_{200c} e p_{cc} , ($\rho_{M,pcc}$), entre M_{200c} e σ_{off} ($\rho_{M,\text{soff}}$), entre c_{200c} e p_{cc} ($\rho_{c,pcc}$), e entre c_{200c} e σ_{off} ($\rho_{c,\text{soff}}$), através da covariância e desvio padrão obtido do traço de cada parâmetro, encontrando os valores $\rho_{M,pcc} = -0.60$, $\rho_{M,\text{soff}} = 0.27$, $\rho_{c,pcc} = -0.56$ e $\rho_{c,\text{soff}} = 0.20$. Tanto as distribuições dos posteriores em 2D como os coeficientes de correlação sustentam a forte correlação de M_{200c} e c_{200c} com p_{cc} , enquanto a correlação com σ_{off} é menos pronunciada.

A interpretação desse resultado é que os parâmetros c_{200c} e p_{cc} influenciam a região mais central do perfil de densidade e, portanto, são degenerados entre si. Já a massa afeta o perfil em todas as escalas e apresenta degenerescência mais pronunciada com p_{cc} , o que pode ser explicado pela influência de p_{cc} também em escalas intermediárias, até um raio de ~ 0.7 Mpc (como pode ser visto a partir da componente descentralizada representada pela linha magenta na figura 4.3).

Finalmente, observamos que os valores de melhor ajuste obtidos pelos dois métodos de seleção das galáxias de fundo - a árvore de decisão no espaço cor-magnitude e a estimativa pontual do *redshift* fotométrico - estão em bom acordo (ver Seção 4.4.2 para os resultados com base no photo-z e uma comparação entre os perfis $\Delta\Sigma_+$). A diferença entre os valores de M_{200c} e c_{200c} é desprezível quando comparada ao erro total, demonstrando que os resultados são válidos dentro dos dois métodos. O acordo entre os dois critérios de seleção também é uma forte evidência de que o erro sistemático residual no ruído das medidas obtidas com o *lensfit* auto-calibrado não é afetado pelos cortes fotométricos em *redshift* ou cor-magnitude.

4.3.5.1 Impacto do prior adotado para as componentes do erro de centralização

Devido a degenerescência entre M_{200c} , c_{200c} e os parâmetros do modelo de descentralização, decidimos explorar os resultados obtidos com base em diferentes priores para p_{cc} e σ_{off} , bem como para valores fixos desses parâmetros, a fim de verificar o impacto sobre M_{200c} e c_{200c} .

Primeiramente fixamos o valor de p_{cc} ao valor equivalente da fração de aglomerados bem centrados fornecido pelo *redMaPPer* para nossa amostra, $\langle P_{\text{cen}} \rangle = 0.82$, fixamos $\sigma_{\text{off}} = 0.42h^{-1} \text{Mpc}$, onde a escolha desse último vem da literatura (Johnston et al., 2007; Oguri et al., 2010), e deixamos os parâmetros M_{200} e c_{200} livres. Em seguida, usamos o valor fixo de $p_{cc} = \langle P_{\text{cen}} \rangle = 0.82$ e deixamos σ_{off} como parâmetro livre, adotando um

Tabela 4.2 - Valores de melhor ajuste para diferentes abordagens sobre os parâmetros de descentralização.

Prior em p_{cc}	Prior em σ_{off}	M_{200c} [$10^{14}h^{-1}M_{\odot}$]	c_{200c}	p_{cc}	σ_{off}	[$h^{-1}\text{Mpc}$]
Fixo	Fixo	$6.5^{+0.7}_{-0.7}$	$3.7^{+0.6}_{-0.5}$	0.82		0.42
Fixo	$0.01 < \sigma_{off} < 0.8$	$6.6^{+0.8}_{-0.7}$	$3.7^{+0.6}_{-0.5}$	0.82		$0.6^{+0.2}_{-0.2}$
$0.5 < p_{cc} < 1$	$0.01 < \sigma_{off} < 0.8$	$7.6^{+1.5}_{-1.6}$	$4.4^{+0.9}_{-0.9}$	$0.66^{+0.20}_{-0.12}$		$0.63^{+0.11}_{-0.17}$

prior plano no intervalo de $0.01 - 0.8$. Por fim, ajustamos ambos os parâmetros p_{cc} e σ_{off} adotando um prior plano no intervalo de $0.5 - 1$ e $0.01 - 0.8$, respectivamente. Os diferentes resultados são mostrados na tabela 4.2, correspondendo à mediana e ao intervalo de 68%.

Os valores de melhor ajuste para massa e concentração determinados através das diferentes abordagens sobre os parâmetros de descentralização concordam dentro de 1σ com os resultados obtidos para o modelo fiducial, onde priores em p_{cc} e Σ_{off} seguem os resultados de Rykoff et al. (2016). Ao fixar p_{cc} e σ_{off} e para p_{cc} fixo com σ_{off} como um parâmetro livre, recuperamos valores em M_{200c} e c_{200c} muito próximos dos valores obtidos pelo modelo fiducial, enquanto observamos uma diminuição nos erros de $\simeq 15 - 20\%$. Para os priores planos em p_{cc} e σ_{off} obtemos uma fração menor de aglomerados corretamente centrados e uma escala de descentralização maior, implicando em valores mais altos de massa e concentração para a mesma amostra, com erros significativamente maiores em $\sim 50 - 100\%$.

Observamos que para $p_{cc} = \langle P_{cen} \rangle = 0.82$ e σ_{off} seguindo um prior plano, recuperamos uma escala de descentralização marginalmente maior ($\sigma_{off} = 0.57^{+0.16}_{-0.20} h^{-1} \text{Mpc}$ comparado a $0.42 h^{-1} \text{Mpc}$ quando fixamos o parâmetro e $\sigma_{off} = 0.38^{+0.09}_{-0.08} h^{-1} \text{Mpc}$ para o modelo fiducial), mas que essa diferença tem um impacto insignificante sobre M_{200c} e c_{200c} . Esse resultado, em conjunto com a correlação observada a partir das distribuições 2D dos posteriores, indicam que a principal degenerescência está presente entre os parâmetros do perfil de densidade e p_{cc} , apresentando uma dependência mais fraca com σ_{off} . Isso se deve ao fato da supressão na parte interna do perfil ser atribuída a uma grande fração de halos com centros identificados erroneamente, levando a correção exagerada do efeito de descentralização, que por sua vez eleva os valores de M_{200c} e c_{200c} .

4.3.5.2 Impacto do procedimento de empilhamento

Nesse trabalho optamos por fazer o ajuste de um único perfil combinado ao invés de ajustar os aglomerados individualmente (incluindo ou não o uso de relações que diminui-

riam o número de parâmetros livres). No entanto, queremos comparar nossos dados com modelos de aglomerados individuais que seguem uma distribuição de massa e apresentam uma dispersão intrínseca no parâmetro de concentração para uma dada massa. Com o objetivo de verificar se introduzimos um viés em nossos resultados ao realizar o ajuste dos aglomerados em conjunto, realizamos o seguinte exercício de simulação com 1000 iterações ($k = 1, \dots, 1000$):

1. Dada a riqueza observada dos aglomerados $i = 1, \dots, 27$, λ_i , derivamos a massa correspondente ao aglomerado, M_i , seguindo a relação massa-riqueza apresentada em Simet et al. (2017), com dispersão intrínseca de 0.25 dex.
2. A partir da massa calculada M_i e do *redshift* individual do aglomerado z_i , obtemos uma concentração c_i a partir da relação de Dutton & Macciò (2014) com dispersão intrínseca de 0.1 dex.
3. Com os valores de M_i , c_i e z_i geramos um perfil artificial de densidade de massa superficial diferencial, $\Delta\Sigma_i(r)$, para cada aglomerado.
4. Combinamos os 27 perfis individuais de $\Delta\Sigma(r)$ e ajustamos ao modelo descrito anteriormente, usando a mesma matriz de covariância, obtendo assim um par de valores ajustados M_{fit} e c_{fit} .
5. Calculamos as médias M_k , c_k dos parâmetros de entrada M_i , c_i , ponderados pelo peso da lente w_{ls} (eq. 4.19).

Em seguida, comparamos quanto os valores de M_{fit} e c_{fit} desviam da média ponderada dos parâmetros de entrada verdadeiros M_k , c_k , em termos da média e do *rms*.

Após calcular a média das 1000 realizações, encontramos que a diferença, em termos do logaritmo natural, entre a média ponderada da massa inicial e a massa ajustada ($\ln(\overline{M_k}) - \ln(\overline{M_{\text{fit}}})$) é +0,016. Em termos do *rms* os valores apresentam desvio de 0.018. A média ponderada da concentração inicial difere da concentração média ajustada ($\overline{c_k} - \overline{c_{\text{fit}}}$) em +0.12, com *rms* de 0.13 calculado sobre todas as realizações. Derivando a concentração correspondente à média ponderada da massa inicial no *redshift* médio dos aglomerados ($\bar{z} = 0.50$) através da relação de Dutton & Macciò (2014), chegamos a um valor que difere de $\overline{c_k}$ por $-0,05$ e de $\overline{c_{\text{fit}}}$ por $+0,07$.

O resultado dessas simulações não evidencia a existência de um viés produzido pelo procedimento de empilhamento, já que as diferenças entre as médias dos valores verdadeiros iniciais e valores do ajuste são consistentes com zero, dada a dispersão ($+0.016 \pm 0.018$ para a massa, $+0.12 \pm 0.13$ para a concentração). Comparando a dispersão encontrada a partir das simulações com o intervalo de confiança de 1σ da análise *Bayesiana* (Tabela 4.1), verificamos que este último é cerca de uma ordem de grandeza maior para a massa e 5 vezes maior para a concentração. Concluímos, portanto, que qualquer erro sistemático introduzido pelo processo de empilhamento (menos de 2% em massa) deve ser desprezível em comparação com outras incertezas estatísticas e sistemáticas (das medidas de elipticidade e *redshift*, $\sim 15\%$ em massa).

4.3.6 Comparação com outros estudos

Nesta seção comparamos nossa amostra e os resultados obtidos com estudos observacionais em diferentes *redshifts*, além de previsões dadas por diferentes simulações numéricas.

Ao comparar diferentes estudos observacionais, é importante ter em mente como possíveis efeitos de seleção alteram o resultado final. Para nossa amostra o impacto dos efeitos de seleção sobre a relação $M - c$ observada é possivelmente subdominante se comparado com as incertezas estatísticas. A análise *Bayesiana* realizada resulta em estimativas com erros da ordem de 12 – 15% sobre a massa e 15 – 20% para a concentração. Com base em simulações apresentadas na literatura sabemos que: uma seleção com base em dados de raio x pode levar a um erro sistemático de $\sim 10\%$ sobre o parâmetro c (Meneghetti et al., 2014), causado pela fração elevada de sistemas relaxados; para uma amostra opticamente selecionada, os valores de riqueza tendem a ser super-estimados devido ao viés na orientação dos objetos, e as massas estimadas via lentes fracas apresentam um viés positivo de 3 – 6% (Dietrich et al., 2014), sendo provável a existência de um viés também em c . Uma estimativa exata do erro sistemático relacionado com a seleção da nossa amostra está fora do escopo desse trabalho, mas estimamos que seria menor do que o encontrado em Meneghetti et al. (2014), uma vez que os dados de raios-X aqui utilizados são mais ruidosos e, portanto, menos restritivos. É esperado que a seleção com base na riqueza possa contribuir para o viés final proveniente da seleção, mas também apenas no nível de poucos por cento. A partir desses números, assumimos que uma possível mudança na relação $M - c$ causada por efeitos de seleção está dentro dos intervalos de confiança ob-

tidos em nossa análise, tornando assim a comparação dos resultados com outros estudos observacionais e previsões numéricas válidas.

4.3.6.1 As amostras de comparação

Um resultado observacional interessante de ser comparado com o nosso resultado devido à semelhança do intervalo de massa, porém em um intervalo de *redshift* mais baixo, é o estudo realizado pela colaboração LoCuSS (Okabe & Smith, 2016): ambas as amostras são constituídas por aglomerados de galáxia de alta massa em um dado intervalo de *redshift* ($\bar{z} = 0.50$ para a amostra CODEX e $\bar{z} = 0.23$ para o LoCuSS). A relação $M - c$ da amostra LoCuSS foi obtida para uma pilha de 50 aglomerados individuais, selecionados com base em dados de raio x dos catálogos RASS, satisfazendo os critérios $0.15 \leq z \leq 0.3$ e $L_X/E(Z) > 4.1 \times 10^{44} \text{ erg s}^{-1}$, onde L_X é dado na banda de $0.1 - 2.4 \text{ keV}$. Como nenhuma outra propriedade física dos aglomerados, além de L_X , entra na função de seleção, os autores argumentam que a relação $M - c$ estimada deve ser livre de erros sistemáticos.

A colaboração CLASH (Umetsu et al., 2016) determinou a relação $M - c$ baseada em medidas de lentes no regime forte e fraco, para uma subamostra de 16 aglomerados regulares selecionados em raio x e 4 aglomerados apresentando alta magnificação selecionados da amostra CLASH descrita em Postman et al. (2012). Essa amostra inicial do CLASH compreende 20 aglomerados com temperatura em raio $x > 5 \text{ keV}$ e apresentando morfologia regular em raio x , sem nenhum tipo de seleção baseada no sinal de lentes. Para a comparação com nosso estudo, selecionamos os resultados dos aglomerados regulares em raio x , primeiramente com as medidas individuais obtidas dos seis aglomerados de mais alto *redshift*, abrangendo um intervalo de $0.391 < z < 0.696$, e também do perfil combinado de densidade dos 16 aglomerados com $\bar{z} = 0.35$. Para o último adotamos os resultados para o modelo que descreve o halo principal por um perfil NFW e inclui a contribuição da estrutura em larga escala com o parâmetro $b_h(M)$ como um fator de escala.

Simulações numéricas para a amostra CLASH concluíram que a amostra selecionada por dados em raio x é composta principalmente de halos relaxados (Meneghetti et al., 2014), e que para halos regulares a concentração é cerca de $11\% \pm 3$ mais alta que a média sobre todos halos simulados. A relação massa-concentração observada do CLASH apresenta melhor concordância com as simulações numéricas quando os efeitos de seleção são levados em conta.

Os estudos LoCuSS e CLASH utilizaram cortes conservadores na seleção das galáxias de fundo, controlando a contaminação no nível $\sim 2\%$. Por manter tal nível de poucos pontos percentuais, ambos estudos decidiram por não incluir um fator de correção estatístico que leva em conta os efeitos de diluição, o chamado fator de incremento (*boost factor*). Essa correção pressupõe que o perfil de densidade numérica das fontes de fundo deve ser plano, e despreza os efeitos de magnificação que podem causar um aumento ou a depleção das contagens (Umetsu et al., 2014; Okabe & Smith, 2016). Notamos que também optamos por aplicar um corte conservador e não incluir o fator de incremento em nossa análise.

Com relação à escolha dos centros dos aglomerados, todas as três amostras (CODEX, LoCuSS e CLASH) adotam a BCG de cada sistema.

A figura 4.5 mostra as distribuições de luminosidade em raio x em função do *redshift* para os 27 aglomerados CFHT WL e para as amostras LoCuSS e CLASH. O gráfico superior mostra a luminosidade L_X corrigida pela evolução com o *redshift* do halo, correção essa dada pelo fator $E(z) = H(z)/H_0$, enquanto o gráfico inferior mostra a luminosidade não-corrigida. Nossa amostra tem valores médios de L_X corrigida mais baixos, mas apresenta valores de L_X não-corrigida semelhantes à amostra LoCuSS, enquanto o CLASH explora aglomerados na faixa de L_X mais alta.

Para produzir os gráficos comparativos, primeiro procuramos pela posição correspondente aos aglomerados do LoCuSS e CLASH no catálogo *redMaPPer* SDSS do CODEX, e usamos nossa estimativa de L_X quando disponível; encontramos 36 correspondências para a amostra LoCuSS e apenas 5 para o CLASH, uma vez que a maioria dos aglomerados CLASH estão no Hemisfério Sul. Não esperamos, entretanto, uma diferença substancial na distribuição de luminosidade causada pela inclusão de fontes de diferentes catálogos, uma vez que as estimativas de L_X entre diferentes missões concordam dentro de 10%, tipicamente (e.g. Zhang et al. 2004).

Também fizemos uso do catálogo MCXC de raio x (Piffaretti et al., 2011), que é baseado em catálogos públicos de aglomerados do ROSAT, para verificar a homogeneidade dos dados. O catálogo MCXC tem dados homogeneizados para uma sobre-densidade Δ de 500 e compreende uma amostra suficientemente grande para fins estatísticos, sendo parte da amostra CODEX completa. Essa verificação foi feita através das correspondências em posições nos dois catálogos e comparação dos valores de luminosidade L_{500} apresentado no catálogo MCXC com nossa estimativa de $L_{0.1-2.4\text{keV}}$. O resultado é mostrado na figura 4.6.

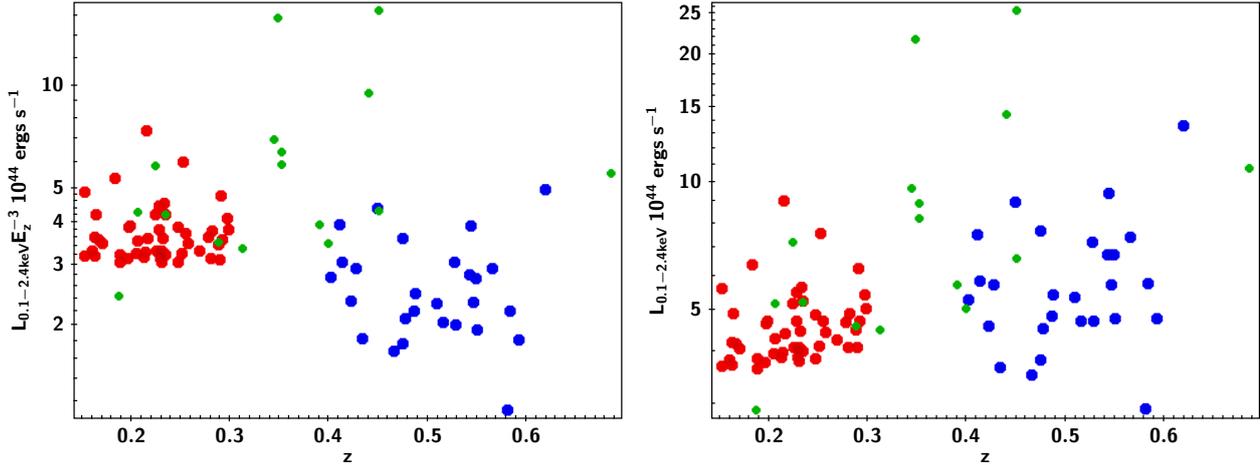


Figura 4.5: Distribuição da luminosidade em raio x em função do *redshift* para os aglomerados do CODEX CFHT WL (símbolos azuis), LoCuSS (símbolos vermelhos) e CLASH (símbolos verdes). O gráfico da esquerda mostra as distribuições de L_X corrigidas para a evolução com *redshift*, assumindo que essa evolução é auto-similar, e o gráfico da direita mostra a L_X não-corrigida.

Os valores estão próximos de uma relação de equivalência (linha vermelha) para a maioria dos pontos, indicando que nossas estimativas de luminosidade estão homogêneas e são compatíveis com outras estimativas de luminosidade de catálogos de aglomerados do ROSAT.

Para obter uma estimativa da riqueza dos estudos comparativos, utilizamos a posição correspondente dos aglomerados LoCuSS e CLASH no catálogo do CODEX. As distribuições de riqueza para os aglomerados correspondentes são mostradas na Figura 4.7.

Vemos pela Fig. 4.7 que a distribuição de riqueza de nossa amostra é similar à distribuição do LoCuSS, com a diferença de que aplicamos um corte em $\lambda > 60$. A amostra LoCuSS tem, em média, luminosidade L_X corrigida mais alta, mas apresenta um número significativo de sistemas de menor riqueza.

4.3.6.2 Comparativo entre massas e concentrações observadas

Na figura 4.8 comparamos nossos valores de melhor ajuste para a massa e concentração com os resultados da amostra LoCuSS combinada e com os resultados do CLASH para aglomerados individuais de mais alto *redshift* e para a amostra combinada. Esses resultados indicam que a concentração observada para aglomerados no intervalo de massa de $5 \times 10^{14} M_\odot < M_{200c} < 10^{15} M_\odot$ está em torno de $c = 3.7$, sem apresentar forte relação com o *redshift* no intervalo estudado pelas amostras ($0.2 < z < 0.6$).

O valor de melhor ajuste encontrado para a massa da amostra CODEX é compatível

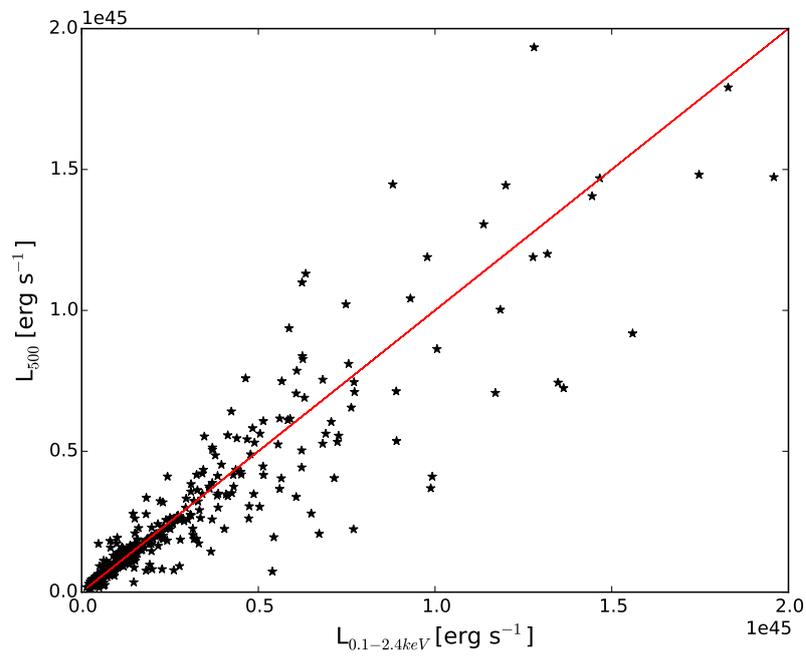


Figura 4.6: Estimativa do CODEX para a luminosidade $L_{0.1-2.4keV}$ vs L_{500} obtida do catálogo MCXC. A linha vermelha indica a região onde ambos valores são equivalentes.

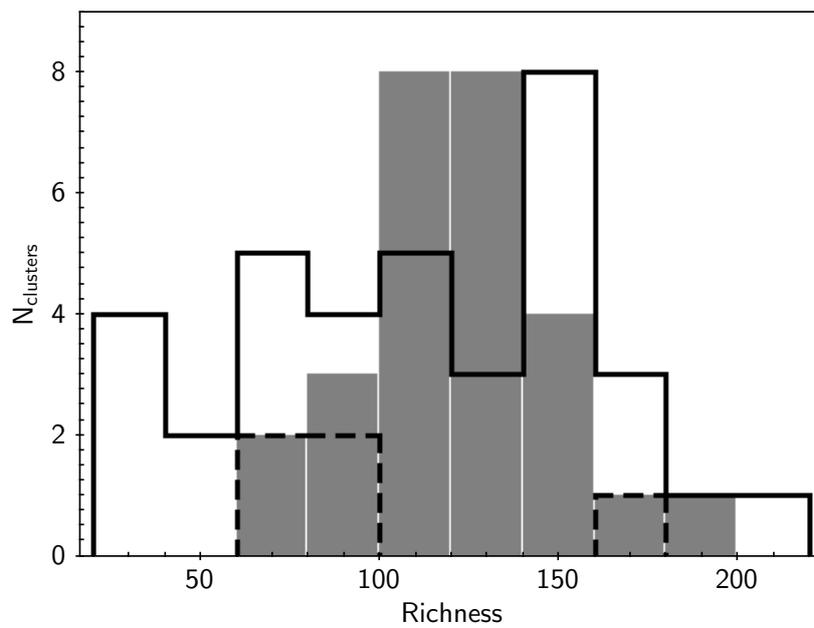


Figura 4.7: Distribuição de riqueza para os aglomerados CODEX (histograma cinza) e para os aglomerados do LoCuSS (linha contínua) e do CLASH (linha tracejada) presentes no catálogo do CODEX.

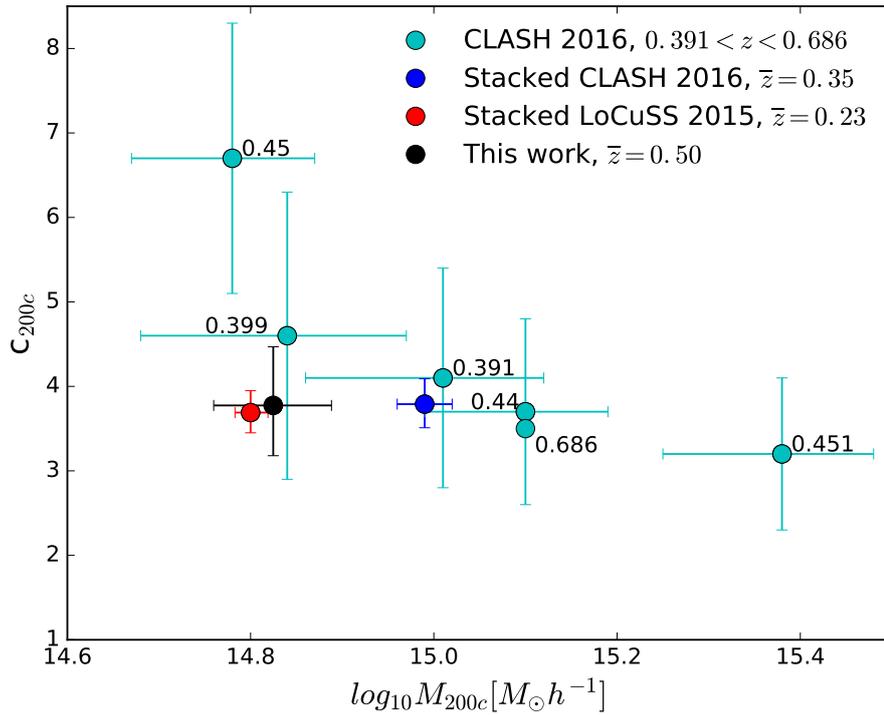


Figura 4.8: Melhor ajuste para os parâmetros c_{200c} e M_{200c} da amostra CODEX em $\bar{z} = 0.50$ (ponto preto). O ponto vermelho indica a relação encontrada pela colaboração LoCuSS (Okabe & Smith, 2016) a partir da análise combinada dos 50 aglomerados em $\bar{z} = 0.23$. Os resultados obtidos pelo CLASH (Umetsu et al., 2016) são representados pelos pontos ciano, correspondendo ao ajuste dos aglomerados individuais com $z > 0.39$ (*redshifts* individuais estão indicados com as medidas individuais), e pelo ponto azul, que é o valor de melhor ajuste para a amostra combinada dos 16 aglomerados selecionados em raios x (intervalo de *redshifts* de $0.187 < z < 0.686$).

(marginalmente maior) com o resultado da amostra LoCuSS. Quando um corte em riqueza semelhante ao adotado nesse trabalho é aplicado à amostra LoCuSS (Okabe N. 2016, comunicação privada), resultando em um empilhamento de aglomerados com $\lambda_{\text{SDSS}} \geq 60$, o melhor ajuste do valor da massa sofre um aumento de $6.37_{-0.27}^{+0.28} 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$ para $6.88_{-0.37}^{+0.39} 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$. Os valores de massa mais altos encontrados para a amostra CLASH são consistentes com as estimativas de luminosidades em raio x e riqueza mais elevadas em comparação com as outras duas amostras, com a ressalva de que temos apenas uma pequena fração da amostra CLASH com medidas de riqueza, e .

Com relação à concentração, podemos esperar um sinal de evolução com o *redshift* a partir de discussões disponíveis na literatura: simulações numéricas predizem uma fraca dependência da concentração com o *redshift* de halo, havendo uma diminuição desse parâmetro para *redshifts* mais alto, para uma massa fixa. Essa evolução não é observada na comparação entre os resultados de nossa análise com o LoCuSS, uma vez que ambas as amostras apresentam estatisticamente o mesmo valor de concentração, favorecendo uma evolução muito fraca ou inexistente para a concentração entre $z = 0.2$ e $z = 0.5$.

Existem algumas diferenças entre os modelos adotados nos trabalhos discutidos que merecem destaque. Em Okabe & Smith (2016), o modelo do perfil do cisalhamento inclui três componentes de massa: uma massa pontual central associada à BCG, o halo principal descrito por um perfil NFW e o termo de *2-halo*. Em nosso modelo descrevemos o sinal final observado como resultado de três componentes: o halo principal, caracterizado por um perfil NFW, uma componente ligado ao erro na centralização dos aglomerados e o termo de *2-halo*. As diferenças nas duas abordagens podem implicar em diferenças nas estimativas da concentração: caso o centro seja erroneamente identificado, ocorre uma supressão do sinal de cisalhamento na região central, refletindo em um valor de concentração mais baixo, ao passo que uma correção exagerada do efeito de descentralização resultará em uma concentração mais elevada; a inclusão de uma massa pontual central também pode levar a uma estimativa de concentração mais baixa para um dado perfil observado (Umetsu et al., 2014).

A estimativa da concentração para a amostra combinada do CLASH é muito próximo do nosso resultado, enquanto o valor de massa é maior. Ignorando a dependência mais sutil de c com z , a relação esperada entre concentração e massa prediz uma diminuição de c com o aumento de M - embora alguns estudos, e.g. Prada et al. (2012), tenham

encontrado uma região de crescimento na relação para massas mais altas. A seleção de halos relaxados pode acarretar em uma alteração dessa relação para a amostra CLASH, conforme discutido em Meneghetti et al. (2014), levando a valores de concentração mais altos.

Quando comparamos nosso resultado com as medidas dos aglomerados individuais do CLASH em um intervalo de *redshift* similar, os valores de concentração são compatíveis dentro de 1σ com exceção do sistema CLASH de menor massa em $z = 0.45$. Embora possamos observar uma tendência de valores de concentrações mais baixos para massas maiores quando consideramos apenas as medidas individuais do CLASH, a inclusão de nosso resultado favorece uma inclinação mais plana para a relação $M - c$.

O modelo adotado na análise do CLASH (Umetsu et al., 2016) não inclui a incerteza no centro dos aglomerados, que é definido como sendo a BCG de cada sistema. O argumento para justificar essa abordagem é de que o erro de centralização típico entre a BCG e o pico de emissão em raio x é desprezível se comparado com o intervalo radial considerado para as medidas de massa.

4.3.6.3 A relação massa-concentração de simulações

Nesta seção discutimos e comparamos nossos resultados com previsões de simulações numéricas. Estudos baseados em simulações chegaram a diferentes relações para prever a concentração de um halo de matéria escura dado sua massa e *redshift*. Escolhemos cinco diferentes relações baseadas em simulações cosmológicas de N-corpos para esta análise, descritas brevemente abaixo.

Prada et al. (2012) derivaram a concentração dos halos de matéria escura usando a relação entre velocidade circular máxima e velocidade do virial (V_{\max}/V_{200}), modelando os sistemas com um perfil NFW. O estudo baseou-se nas simulações MultiDark, Bolshoi (Klypin, Trujillo-Gomez, & Primack, 2011), Millennium I e II (Springel, 2005; Boylan-Kolchin et al., 2009), num intervalo de *redshift* de $0 < z < 10$. As duas primeiras simulações adotam a cosmologia do WMAP5 e WMAP7, enquanto as simulações Millennium adotam a cosmologia do WMAP1. O estudo encontrou uma região de retomada do crescimento da relação $M - c$ para altas massas de halo em alto *redshift*.

Realizando simulações com o código PKDGRAV (Stadel, 2001) e adotando a cosmologia do Planck, Dutton & Macciò (2014) determinaram a relação $M - c$ para halos no intervalo

$0 < z < 5$. Os perfis de densidade foram ajustados aos modelos NFW e Einasto, com concentrações determinadas através desses dois perfis e também usando a razão V_{\max}/V_{200} baseada em um perfil NFW. Assim como Prada et al. (2012), também encontraram uma retomada do crescimento na relação $M-c$ em $z = 3$ quando utilizado a razão V_{\max}/V_{200} para medir concentrações. Porém, argumentaram que esse estimador é mais sensível aos halos que não atingiram o equilíbrio (Ludlow et al., 2012), e por isso deve-se ter cuidado com a interpretação da região de crescimento da relação. Quando as concentrações são calculadas a partir do perfil NFW, a relação encontrada é plana, e para o perfil de Einasto a inclinação da relação é negativa. Os resultados para a concentração são 20% maiores quando adotada a cosmologia do *Planck* ao invés dos valores do WMAP1. Para a comparação com nossos resultados utilizamos os parâmetros de inclinação e normalização derivados para M_{200c} e c_{200c} , assumindo o perfil NFW.

Diemer & Kravtsov (2015) estudaram a relação entre concentração e altura de pico, a relação $c-\nu$, para halos de matéria escura em cosmologias Λ CDM e auto-similar. A maior parte da análise foi baseada em simulações consistentes com a cosmologia WMAP7. As estimativas de concentração foram estimadas pelo código *ROCKSTAR halo finder* (Behroozi, Wechsler, & Wu, 2013), que ajusta um perfil NFW à distribuição de massa. A dependência cosmológica da concentração foi testada para um conjunto de simulações consistentes com os resultados do Planck (Planck Collaboration et al., 2014a) e também variando um único parâmetro da cosmologia fiducial. Esse estudo também encontrou um crescimento da relação na região de altos valores de ν , argumentando que essa característica está associada à uma maior fração de halos não-relaxados, e um valor mínimo de concentração que depende do *redshift*. Para fins de comparação com nossos resultados, utilizando a relação em termos de massa ao invés da altura do pico. Adotamos a mediana dos parâmetros de melhor ajuste para traçar a relação e o espectro de potência do *CAMB* para calcular os valores de ν .

Klypin et al. (2016) se basearam no conjunto de simulações MultiDark com diferentes parâmetros cosmológicos para estudar halos de matéria escura. Os ajustes dos perfis de densidade foram realizados para os perfis NFW e Einasto, com concentrações derivadas a partir dos dois perfis e da razão V_{\max}/V_{200} . Novamente observou-se um crescimento na relação $M-c$ para halos de alta massa em $z = 3$, especulando que essa característica pode ser causada pelo fato de que os picos no campo de densidade Gaussiano associado aos

aglomerados mais massivos são mais esféricos (Doroshkevich, 1970; Bardeen et al., 1986).

Duffy et al. (2008) utilizaram o código GADGET2 (Springel, 2005), assumindo a cosmologia do WMAP5, ajustando os perfis NFW e Einasto aos halos detectados no intervalo $0 < z < 2$. Os resultados indicam que a concentração diminui com a massa e *redshift*, mas que para alto *redshift* ($z = 2$) essa dependência com a massa é menos pronunciada. Ao calcular a relação para comparação com nosso resultado, utilizamos a fórmula de ajuste para o perfil NFW da amostra completa para uma sobre-densidade de $\Delta = 200$.

Para cada uma das simulações numéricas apresentadas, calculamos os valores previstos de concentração no *redshift* médio da nossa amostra ($\bar{z} = 0.50$). Com base nos resultados das simulações descritas na seção 4.3.5.2, não encontramos evidências de que o processo de empilhamento cria um viés impactante nas medidas da massa efetiva e concentração obtidas por nossa regressão. Portanto, assumimos que podemos comparar nossos valores de melhor ajuste e intervalo de confiança de massa e concentração com as previsões teóricas, sem qualquer suposição adicional.

A figura 4.9 mostra que todas as relações conseguem prever nossa concentração observada dentro do intervalo de 2σ . As relações mais recentes de Dutton & Macciò (2014), Diemer & Kravtsov (2015) e Klypin et al. (2016) mostram uma boa concordância com nosso resultado observacional; o valor previsto pela relação de Duffy et al. (2008) encontra-se no limite inferior do nosso intervalo de 1σ , seguindo o que estudos anteriores encontraram (e.g. Covone et al. 2014; van Uitert et al. 2016; Umetsu et al. 2014; Okabe & Smith 2016, onde o valor de c_{200c} é subestimado pela relação citada; A previsão do valor de c_{200c} pela relação de Prada et al. (2012) mostra uma tendência para valores maiores, sendo marginalmente consistente com o melhor ajuste no intervalo de 2σ , notando que nosso resultado encontra-se no início da região de crescimento da relação $M - c$ para $z = 0.5$.

Por fim, analisamos e comparamos a relação $M - c$ esperada pelo estudo de Dutton & Macciò (2014) para o *redshift* médio da nossa amostra e das amostras combinadas do LoCuSS e do CLASH. Os resultados são mostrados na figura 4.10, junto com o melhor ajuste de cada estudo. A evolução com o *redshift* esperada para o intervalo que abrange os três estudos é pequena e não pode ser confirmada pelos resultados observacionais citados. A concentração prevista para a amostra LoCuSS é marginalmente consistente com o intervalo de 1σ restringido pelos dados, enquanto o valor previsto para a amostra combinada do CLASH mostra um bom acordo com o resultado observacional.

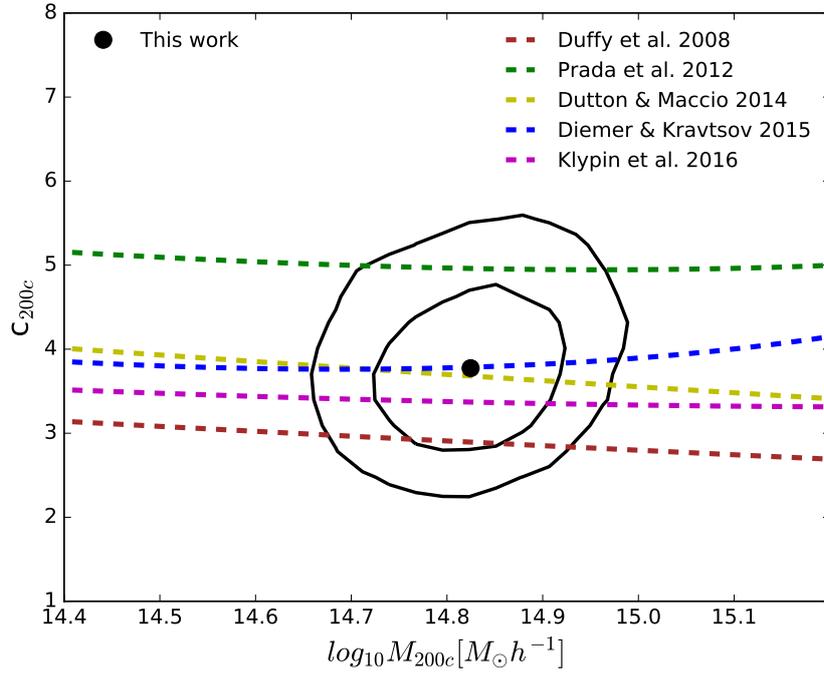


Figura 4.9: Relação massa-concentração obtida para o CODEX, com os intervalos de confiança de 1 e 2σ . As linhas representam a relação massa-concentração média obtida de previsões numéricas, calculadas no *redshift* médio de nossa amostra ($\bar{z} = 0.50$)

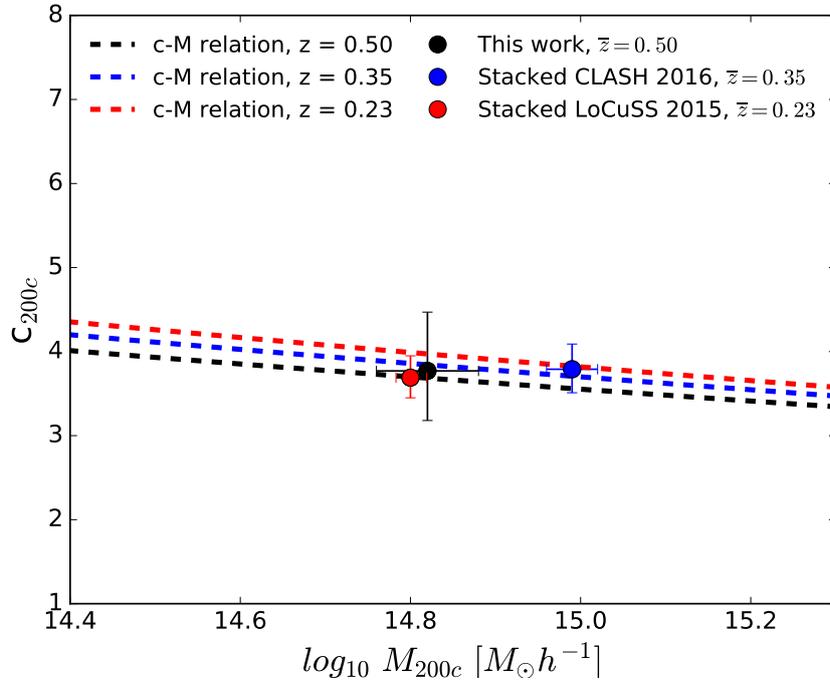


Figura 4.10: A relação massa-concentração prevista pela relação de Dutton & Macciò (2014) calculada no *redshift* médio da amostra CODEX CFHT WL e no *redshift* médio das amostras combinadas do LoCuSS e do CLASH, mostradas com o melhor ajuste de c_{200c} e M_{200c} de cada estudo observacional.

4.4 Análise de WL a partir da estimativa pontual do *redshift* fotométrico

Nesta seção descrevemos a análise de WL para uma população de fundo selecionada com base na estimativa pontual do *redshift* fotométrico. Embora a seleção de fontes baseada no photo-z pontual seja considerada mais sensível aos erros sistemáticos devido à dispersão nas estimativas e maior probabilidade de haver contaminação por membros do aglomerado e fontes de frente, encontramos uma boa concordância com os resultados do método conservador baseado na árvore de decisão sobre o espaço cor-magnitude.

Uma estimativa direta da acurácia do *redshift* fotométrico em nosso estudo não é possível devido à ausência de uma amostra espectroscópica representativa para nossos campos (a amostra espectroscópica SDSS é muito peculiar para uma comparação representativa). Portanto, estimamos nossos erros de *redshift* a partir dos resultados de Brimioulle et al. (2013), dado que tal análise fez uso de um campo similar (CFHTLS *wide*), observado com o mesmo instrumento e conjunto de filtros, e usando o mesmo código de ajuste de modelo (Bender et al. 2001) para as estimativas de *redshift* fotométrico. Brimioulle et al. 2013 encontraram que, para as galáxias mais fracas ($22.5 \leq \text{mag}'_i \leq 24$), a taxa de *outliers* é de $\eta \sim 5\%$, e a dispersão do *redshift* fotométrico é de $\Delta_{z/(1+z)} \sim 0.05$.

Para selecionar as fontes de fundo a partir da estimativa pontual do photo-z com base nas observações do CFHT em 5 bandas, aplicamos o seguinte critério seguindo a prescrição detalhada em Brimioulle et al. (2013):

$$1.1z_{\text{cluster}} + 0.15 < z_{\text{gal}} < 2,$$

onde z_{cluster} corresponde ao *redshift* espectroscópico de cada aglomerado e z_{gal} é o *redshift* fotométrico atribuído a cada galáxia no campo. Esse critério é motivado pelos resultados das simulações realizadas em Brimioulle et al. (2013): ao converter o perfil de cisalhamento em um perfil de densidade de massa, o erro fracionário depende da razão entre o erro e o valor de densidade crítica (Eq. 2.15). Adotando nas simulações erros Gaussianos de $0.05(1+z)$ para o *redshift* fotométrico, Brimioulle et al. 2013 descobriram que essa razão é menor que 0.3 se $z_{\text{gal}} > 1.1z_{\text{cluster}} + 0.15$ e $z_{\text{cluster}} > 0.05$. A utilização desse critério leva a uma população de fundo com $\beta > 0.1$, o que se traduz em uma população com sinal de lentes significativo; ao excluir as galáxias de fundo próximas do *redshift* do aglomerado (e portanto $\beta < 0.1$) evitamos o sinal de cisalhamento com baixo sinal-ruído e que pode

estar contaminado por galáxias membro do aglomerado. O corte superior é aplicado para eliminar a região onde a estimativa do *redshift* fotométrico é menos confiável. Para objetos com $z_{\text{gal}} > 2$, pode haver a seleção de uma população contendo objetos de frente que foram espalhados para a região de fundo do aglomerado devido aos erros na estimativa do photo-z. Além disso, esperamos que esse critério de seleção retorne um erro sistemático de menos de 2 por cento, confirmado por simulações e discutido na seção seguinte (4.4.1).

4.4.1 Erros sistemáticos do *redshift* fotométrico

Sabemos que erros no *redshift* fotométrico podem afetar o resultado da análise de lentes fraca, diluindo o sinal de lentes. Mesmo erros simétricos no photo-z livres de viés podem introduzir erros sistemáticos na massa medida por lentes fraca. Para alcançar um entendimento quantitativo acerca do impacto sobre o resultados final, primeiramente foram gerados catálogos simulados de lentes fracas usando as posições conhecidas dos aglomerados CODEX e das fontes de fundo, partindo do pressuposto de que o *redshift* fotométrico medido corresponde ao valor verdadeiro. Essa suposição permite calcular o cisalhamento analítico esperado para os objetos de fundo. Na etapa seguinte, adicionou-se uma dispersão simétrica aos valores de photo-z originais com o objetivo de simular os erros, reanalisando na sequência a amostra de fontes selecionada com base nos novos valores. Diferentes modelos foram aplicados para o espalhamento no photo-z: dispersão constante de $0.03(1+z)$ ou $0.05(1+z)$ para todos os objetos, e uma função de dispersão progressiva igual a $0.03(1+z)$ para objetos com $i \leq 22.5$ aumentando até $0.1(1+z)$ para objetos mais fracas, levando em conta que o erro no *redshift* fotométrico normalmente aumenta com a diminuição de sinal-ruído.

Dependendo da modelo, observamos erros sistemáticos sobre a massa de cerca de 5%, aumentando até valores máximos de 20% para o pior caso. No entanto, não é trivial obter a função correta, uma vez que as incertezas no *redshift* são simultaneamente função da magnitude da galáxia, do *redshift* e do tipo espectral. Em geral sabemos que a precisão do *redshift* piora para galáxias mais fracas, mais azuis e mais distantes.

4.4.2 Resultados

Os resultados baseados no método da estimativa pontual do *redshift* fotométrico foram obtidos seguindo a mesma abordagem descrita na seção 4.3, primeiro combinando os 27

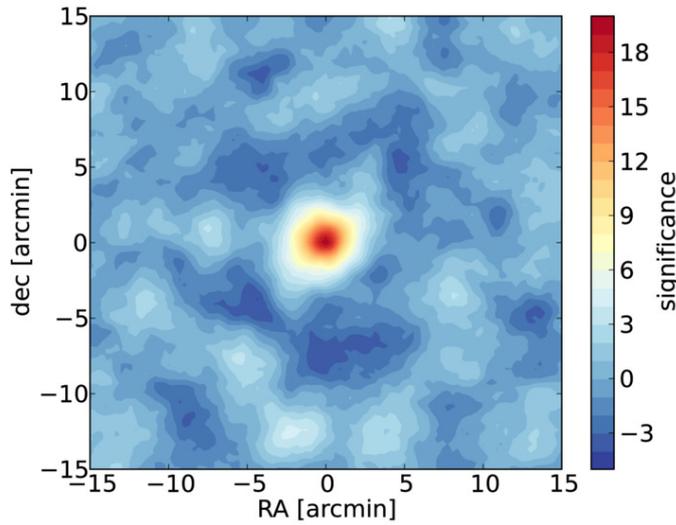


Figura 4.11: Mapa de significância de abertura de massa para a amostra combinada selecionada pelo método da estimativa pontual do *redshift* fotométrico.

aglomerados e modelando o perfil de cisalhamento com três componentes, usando a mesma matriz de covariância. A única diferença é a ausência do parâmetro multiplicativo S_m no modelo, uma vez que não somos capazes de caracterizar a incerteza sistemática para a seleção da estimativa pontual do photo-z.

O mapa de abertura para a amostra combinada, calculado conforme descrito na seção 4.3.1, é mostrado na figura 4.11. O pico de significância da massa de abertura é de 20σ . Usando a matriz de covariância, detectamos o sinal com uma razão sinal-ruído de 13σ (eq. 4.33).

A figura 4.12 mostra o perfil de densidade observado (pontos vermelhos), com erros dados pela raiz quadrada da diagonal principal da matriz de covariância, e cada componente individual do modelo bem como o perfil teórico final dado pela equação 4.20. As linhas cinzas mostram 100 realizações aleatórias de MCMC exemplificando o espaço de parâmetros explorado pelo ajuste.

Na Tabela 4.3 apresentamos os valores de melhor ajuste, correspondendo à mediana e ao intervalo contendo 68% dos pontos da distribuição de probabilidade do posterior das cadeias de MCMC. Apresentamos também a moda das distribuições e os valores dados por uma aproximação Gaussiana do posterior. A Figura 4.13 apresenta as distribuições 1 e 2D do posterior dos parâmetros livres.

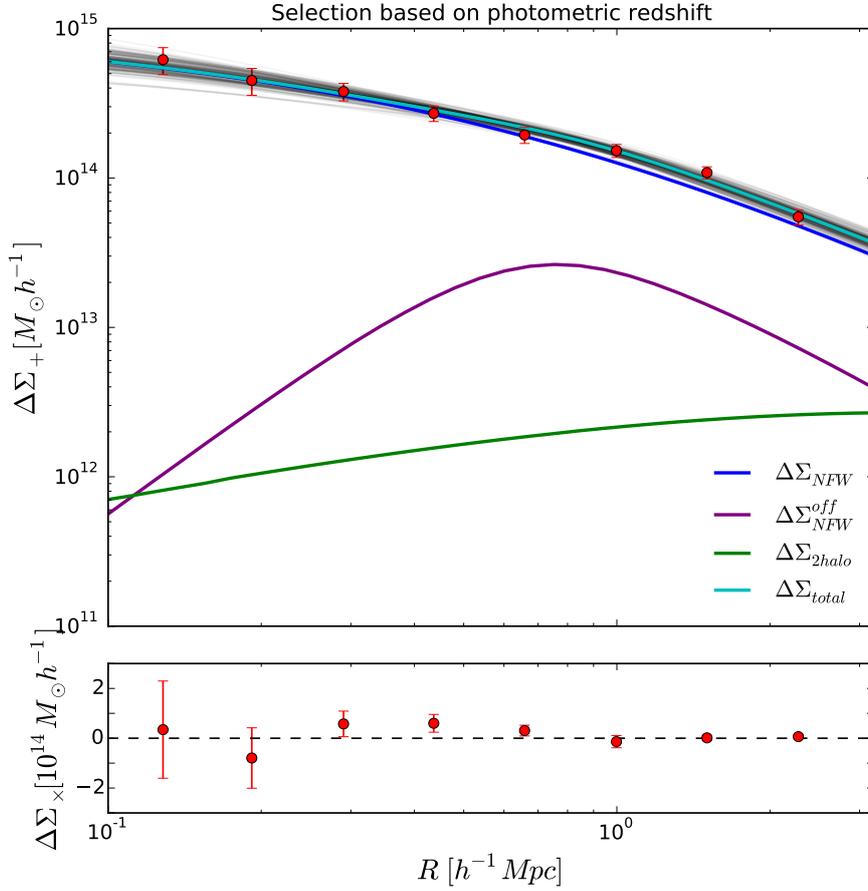


Figura 4.12: Perfil do cisalhamento tangencial para a pilha dos 27 aglomerados, para o método de seleção da estimativa pontual do photo-z, em unidades de densidade de massa projetada. As linhas cinzas correspondem a 100 realizações MCMC selecionadas aleatoriamente para amostrar a variância de $\Delta\Sigma_{\text{total}}$. Cada componente do modelo do halo ajustado, assim como o sinal teórico total, é mostrado separadamente pelas linhas coloridas. O gráfico inferior mostra a componente transversal do sinal de cisalhamento, usado para verificar os erros sistemáticos.

Tabela 4.3 - Resumo das distribuições dos posteriores para o ajuste do perfil de densidade combinado, para uma seleção baseada na estimativa pontual do *redshift* fotométrico.

Valor adotado	M_{200c} [$10^{14} h^{-1} M_{\odot}$]	c_{200c}	p_{cc}	σ_{off} [$h^{-1} \text{Mpc}$]
Mediana e intervalo de 68%	$6.9^{+1.0}_{-0.9}$	$3.5^{+0.6}_{-0.5}$	$0.8^{+0.1}_{-0.1}$	$0.36^{+0.08}_{-0.07}$
Moda da distribuição 1D	6.6	3.6	0.8	0.42
Aproximação Gaussiana	$6.9^{+1.0}_{-0.9}$	3.6 ± 0.6	0.8 ± 0.1	0.36 ± 0.08

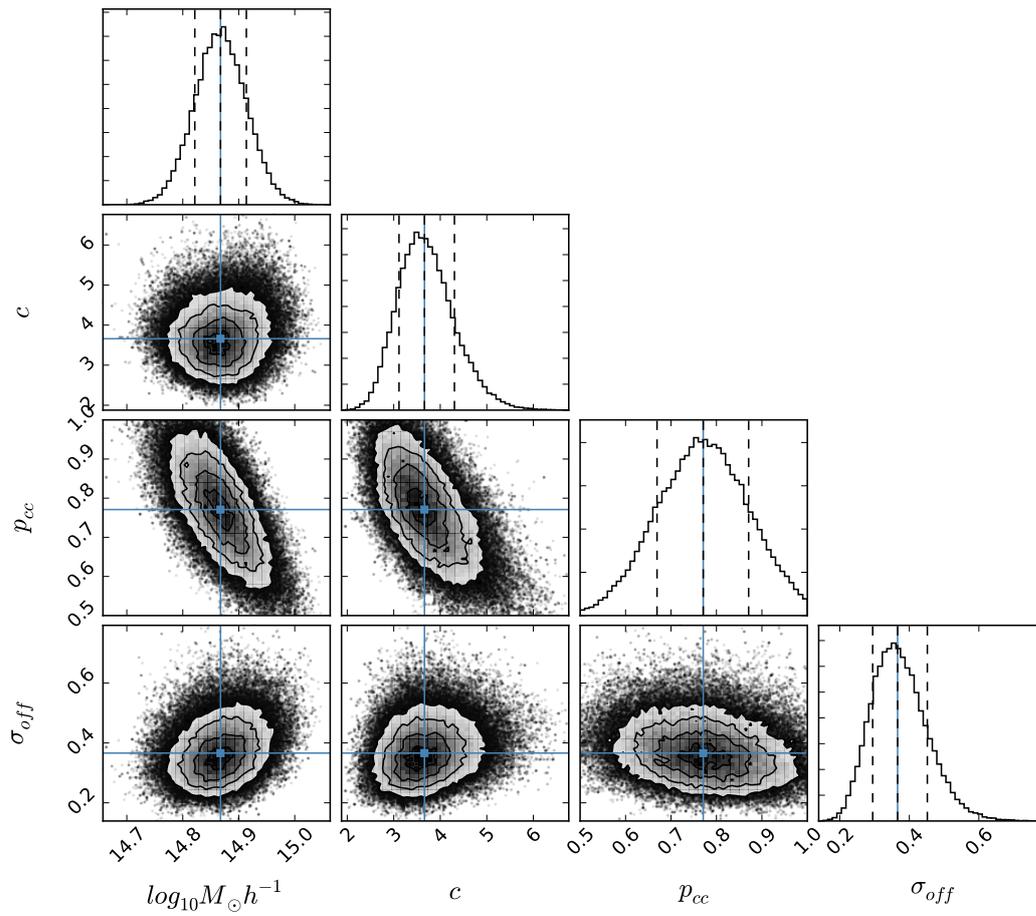


Figura 4.13: Projeções uni e bi-dimensionais das distribuições dos posteriores para os parâmetros do perfil combinado, para a seleção baseada na estimativa pontual do *redshift* fotométrico. Os pontos azuis representam os valores de melhor ajuste dados pela mediana das distribuições.

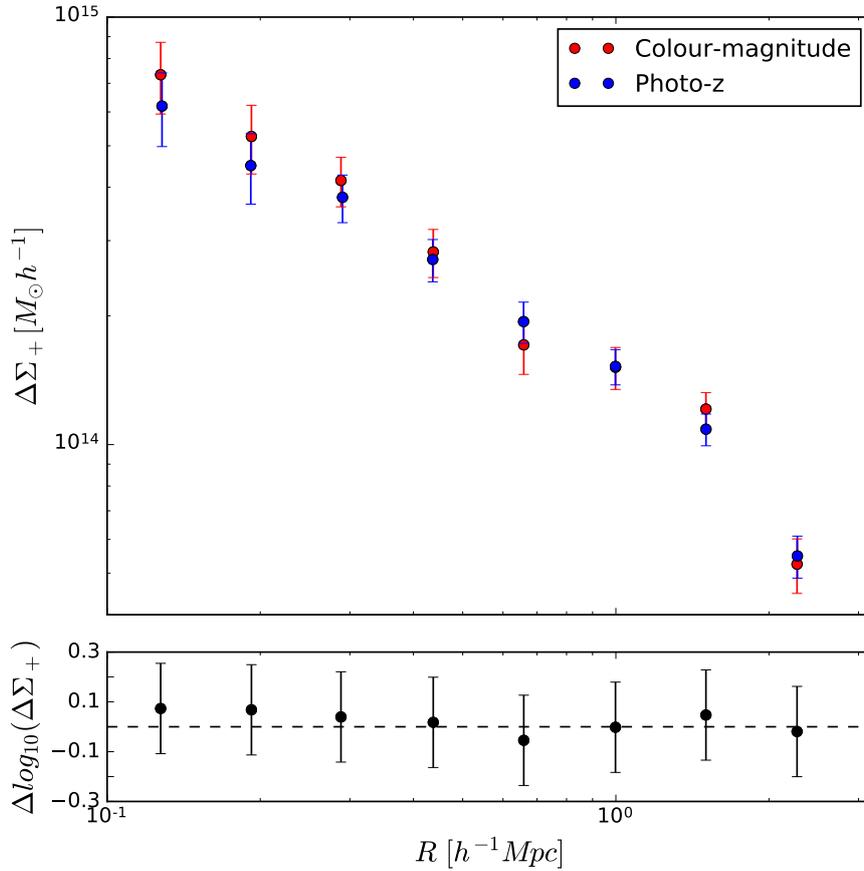


Figura 4.14: Perfis do cisalhamento tangencial combinado obtidos para uma população selecionada pelos dois diferentes métodos. Os erros são dados pela raiz quadrada da diagonal principal da matriz de covariância derivada para cada método. O gráfico inferior mostra o resíduo entre os dois perfis.

Esse resultado está de acordo com o resultado obtido para a seleção baseada na árvore de decisão sobre o espaço cor-magnitude (deve ser comparado com a Tabela 4.1), sem evidência de um viés importante causado pela seleção baseada na estimativa pontual do photo-z. Os perfis de densidade observados construídos a partir de cada método são consistentes dentro das incertezas, como pode ser visto na Figura 4.14. O método do photo-z pontual mostra uma tendência para gerar um perfil mais baixo nas pequenas escalas (< 500 kpc), onde espera-se que a contaminação por galáxias do aglomerado seja mais importante. O corte conservador aplicado pelo método sobre o espaço cor-magnitude é mais robusto na eliminação das galáxias membro do aglomerado.

4.5 Conclusões

Em nossa análise *Bayesiana* utilizando dados de lentes fracas, testamos o impacto sobre os parâmetros do perfil de densidade M_{200c} e c_{200c} resultante de diferentes abordagens sobre os parâmetros ligados ao erro de centralização. Os resultados encontrados para o modelo com priores baseados em dados observacionais, ao adotar priores planos e fixando os valores de p_{cc} e σ_{off} estão em acordo dentro de 1σ . Um prior não-informativo pode levar a uma sobre-estimativa do efeito de descentralização, especialmente para o parâmetro que descreve a fração de aglomerados corretamente centrada p_{cc} , conseqüentemente causando um viés sobre os parâmetros do perfil de densidade na direção de valores mais altos, e uma relação de concentração-massa mais ingrime, em acordo com a discussão de Du et al. (2015). Para minimizar esse efeito, consideramos que o uso das informações acerca da qualidade na determinação do centro do halo, como por exemplo aquela fornecida pelo parâmetro P_{cen} do redMapper, é uma abordagem adequada. O valor fornecido pelo redMaPPer para a expectativa da fração de halos bem centrados em nossa amostra está de acordo com o valor de melhor ajuste de p_{cc} .

Os resultados encontrados pelos dois métodos de seleção das galáxias de fundo estão em bom acordo. Não há evidências de diferenças sistemáticas entre as medidas, exceto potencialmente na parte interna do perfil radial, onde a contaminação por galáxias membro do aglomerado é mais significativa. Consideramos a árvore de decisão no espaço de cor-magnitude um método mais robusto, pois utiliza informações fotométricas mais profundas do catálogo de referência (incluindo NIR) e a informação completa da distribuição de probabilidade do *redshift* $p(z)$, o que permite uma seleção mais cuidadosa e um melhor controle sobre as incertezas sistemáticas. Observamos que a decisão de aplicar um corte conservador, a fim de evitar a contaminação por membros do aglomerado e galáxias de frente, leva a uma menor densidade de objetos de fundo em comparação com o corte feito com base na estimativa pontual do photo-z. O bom acordo entre os métodos, no entanto, indica que a abordagem do *redshift* fotométrico não leva a uma contaminação significativa, e que o viés final devido à dispersão nas estimativas de photo-z desempenha um papel menor do que o esperado pelo pior caso obtido de simulações.

Ao comparar nossos valores de melhor ajuste para M_{200c} e c_{200c} com os resultados das amostras combinadas apresentados em Okabe & Smith (2016) (LoCuSS) e Umetsu et al.

(2016) (CLASH), não encontramos evidência de evolução significativa na relação massa-concentração entre os *redshifts* médios das amostras, $\bar{z} = 0.50$, $\bar{z} = 0.35$ e $\bar{z} = 0.23$, respectivamente. As diferenças no modelo de halo adotado para cada análise podem explicar parcialmente esse fato, bem como efeitos de seleção, o que poderia afetar especialmente a amostra CLASH.

Umetsu et al. (2016) (CLASH) encontrou um valor de massa maior para a amostra combinada, compatível com a luminosidade média mais alta em raio x de seus sistemas. A massa obtida para a amostra combinada de Okabe & Smith (2016) (LoCuSS) é compatível com nosso resultado, sendo que nosso valor de massa é marginalmente maior. Esse resultado é inesperado, dada a evolução prevista para a relação $L_X - M$. A semelhança do intervalo de massa e a média de L_X entre as amostras CODEX e LoCuSS sugerem que a evolução da relação $L_X - M$ é mais baixa do que a previsão para o modelo auto-similar, ou que há uma evolução na dispersão (Mantz et al., 2016a).

Uma comparação entre as distribuições de luminosidade mostradas nas figuras 3.3 e 4.5 mostra que, ao aplicar um corte em L_X , conforme feito pelo LoCuSS, amostra-se apenas uma pequena parte da distribuição completa correspondente aos sistemas com L_X mais alta, dado o intervalo de riqueza. Também a partir da distribuição completa da luminosidade do CODEX (figura 3.3), vemos que a média e a dispersão em L_X não são constantes com o *redshift*, com sistemas com z mais baixo ocupando um intervalo mais largo em L_X e tendo um valor médio menor de L_X . Mantz et al. 2016a discutiu a evolução da dispersão na luminosidade em raio x , apontando para a formação tardia dos núcleos densos e brilhantes como uma explicação para a dispersão decrescente com z .

Diferentes previsões numéricas baseadas em simulações de N-corpos para a relação massa-concentração estão de acordo com o nosso resultado observacional dentro do intervalo de confiança de 2σ . Para cada um dos modelos numéricos, calculamos a concentração no *redshift* médio de nossa amostra. O valor esperado de concentração previsto pela relação de Duffy et al. (2008) é marginalmente consistente com nosso resultado dentro de 1σ , tendendo para valores menores de concentração. A previsão baseada na relação de Prada et al. (2012) é mais alta, e consistente com nosso resultado observacional apenas dentro de 2σ . As relações mais recentes de Dutton & Macciò (2014) e Klypin et al. (2016), e a relação entre concentração e altura de pico ($c - \nu$) apresentada em Diemer & Kravtsov (2015), estão em bom acordo com nosso resultado. Concluimos que as relações derivadas

em Dutton & Macciò (2014), Diemer & Kravtsov (2015) e Klypin et al. (2016) fornecem uma boa descrição de nossos dados e podem ser usadas para prever valores de concentração para medidas individuais de massa de lentes fracas do CODEX.

Restringindo parâmetros cosmológicos com a amostra CODEX

Nesta segunda parte da análise envolvendo aglomerados do levantamento CODEX, pretendemos caracterizar de maneira precisa a função de seleção e estimar os parâmetros que descrevem a relação massa-observável da amostra, utilizando por fim tais informações para restringir parâmetros cosmológicos a partir da contagem de aglomerados.

Os resultados apresentados para a relação massa-riqueza e para o ajuste cosmológico são preliminares. As análises serão refinadas nos próximos meses e entrarão em dois artigos distintos: o artigo em preparação de Brimiouille, Gruen, Cibirka et al., que descreve o catálogo de massa do CODEX e apresenta a relação massa-riqueza; um artigo contendo o estudo cosmológico do CODEX (Cibirka et al.), que será escrito nos próximos meses.

5.1 A função de seleção do levantamento CODEX

A probabilidade de detectar um aglomerado CODEX depende primariamente da contagem de fótons detectadas pelo ROSAT. Nosso modelo de detecção das fontes do RASS foi definido a partir de simulações, tendo sido construído com base nas seguintes componentes:

1. Distribuição da luminosidade em raio x , L_X , calculada para cada aglomerado de uma dada massa M e *redshift* z , seguindo uma distribuição log-normal com espalhamento de 0.3 dex. O intervalo de massa utilizado é de $13.5 \leq \log_{10} M_{\odot} h^{-1} \leq 15.5$, com intervalos de largura 0.1, e de *redshift* $0.1 \leq z \leq 0.6$ com intervalos de 0.1.
2. A distribuição da contagens de fótons observada, derivada com base no valor esperado das contagens obtidas do mapa de exposição do RASS e supondo uma distribuição

de Poisson.

3. A forma projetada do aglomerado, necessária para estimar a probabilidade de detectar um aglomerado em função da contagem de fótons e na presença de *background*.

A forma dos aglomerados é uma característica importante e tem impacto significativo na detecção: no regime de baixas contagens, sistemas com grande tamanho angular, como aglomerados próximos, não podem ser detectados, enquanto objetos menores, como grupos de galáxia, são detectados por apresentarem maior brilho superficial. Esse efeito afeta principalmente a sensibilidade do nosso levantamento na região de aglomerados de massa intermediária e que se encontram em *redshifts* intermediários.

As simulações mostraram que a probabilidade de detectar um aglomerado com 3 contagens de fótons ou menos é desfavorável. A probabilidade de detectar aglomerados com 4 contagens é baixa, porém está incluída no modelo. Para aglomerados com contagens de fótons entre 4 e 20, a probabilidade de detecção é uma função da massa, do número de contagens e do *redshift*. Acima de 20 contagens, a probabilidade é de 100%. Na figura 5.1 mostramos a probabilidade de detecção em função da massa obtida pelas simulações, para exemplos com $z = 0.1, 0.3$ e 0.5 e $\eta^{\text{ob}} = 5, 10, 15$.

A contagem de fótons esperada para um dado sistema depende da sua luminosidade L_X e do *redshift* (ou, de maneira equivalente, do fluxo). Porém, mesmo que dois objetos apresentem mesma luminosidade e estejam no mesmo z , a contagem será diferente caso esses objetos tenham sido observados com diferentes tempos de exposição ou com instrumentos de diferentes áreas; a conversão de fluxo em contagem de fótons utiliza tanto a área instrumental, que é de 200 cm^2 para o ROSAT, quanto o tempo de exposição efetivo, que inclui tanto o tempo de exposição quanto a absorção fotoelétrica sofrida pelos fótons ao longo do caminho.

No caso do RASS, o mapa de exposição não é homogêneo sobre todo o céu. Essa variação pode ser expressa em termos da fração da área do levantamento observada com um determinado tempo de exposição efetivo, ilustrado na figura 5.2. Como o tempo de exposição efetivo é um elemento necessário para o cálculo da contagem de fótons, essa distribuição precisa ser levada em conta na caracterização da função de seleção do CODEX.

A fim de obter a distribuição da contagem de fótons esperada para uma dada luminosidade e *redshift*, primeiramente calculamos o fluxo através dessas grandezas:

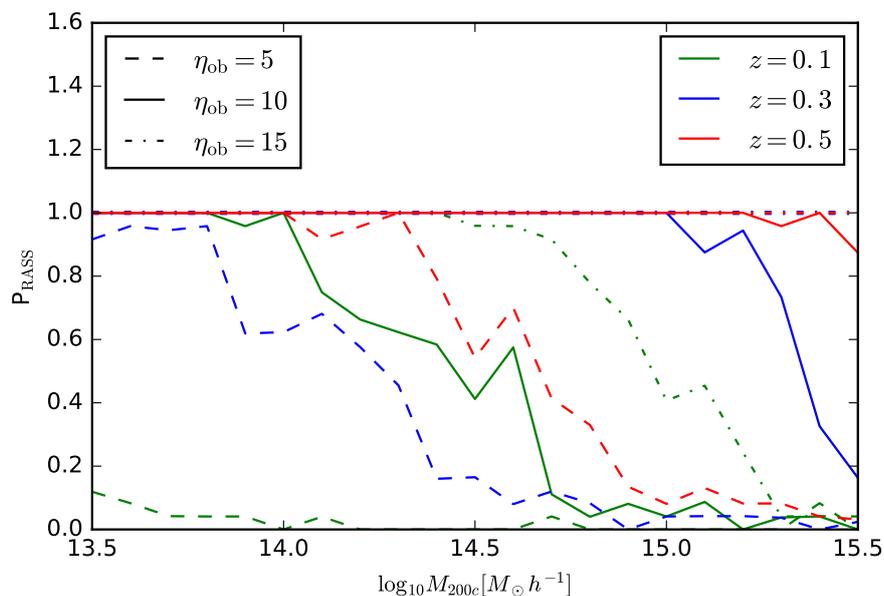


Figura 5.1: Probabilidade de detecção de aglomerados no levantamento RASS em função da massa. Ilustramos três casos distintos de *redshift* e contagens de fótons. Vemos que a probabilidade descrece com a massa, em especial para o regime de baixas contagens e baixo z devido à forma dos aglomerados; caso o tamanho angular do objeto seja maior que o diâmetro do detector, alguns fótons não serão observados e portanto, no regime de baixas contagens, o objeto poderá não ser detectado.

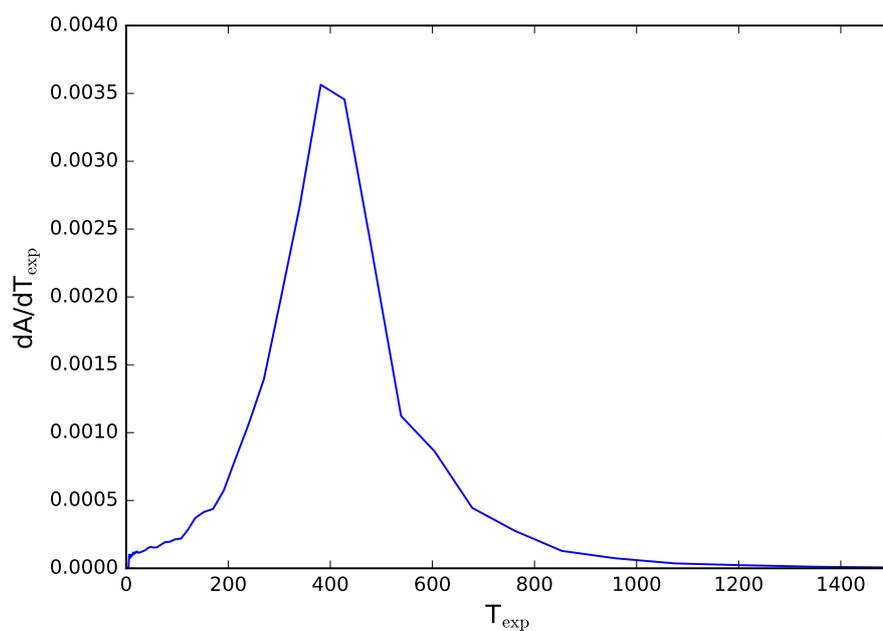


Figura 5.2: Distribuição de probabilidade do tempo de exposição do RASS, em segundos.

$$F_X = \frac{L_X}{4\pi D_L^2(z)K(z, T_X, Z)} \quad (5.1)$$

onde D_L é a distância de luminosidade para o *redshift* z e $K(z, T_X, Z)$ é a correção K, que depende do *redshift*, temperatura e metalicidade do aglomerado. Em nossa abordagem, a temperatura é calculada a partir da massa utilizando as relações de escala de Lieu et al. (2016). Tendo a informação do espectro emitido, que depende da temperatura e metalicidade do gás intra-aglomerado, e da área do instrumento, convertemos energia em contagens/segundo, e ao multiplicar essa grandeza pelo tempo de exposição efetivo, obtemos finalmente a contagem de fótons prevista $\eta(L_X, T_{\text{exp}}, M, z)$.

A probabilidade de detectar um aglomerado com massa real M dentro do levantamento CODEX, no *redshift* z , é expressa através da distribuição:

$$P(M|z, \eta \geq 4) = \int_4^\infty d\eta^{\text{ob}} P_{\text{RASS}}(\eta^{\text{ob}}, M, z) \int_0^\infty dT_{\text{exp}} \frac{dA}{dT_{\text{exp}}} \int dL_X P(\eta^{\text{ob}}|\eta(L_X, T_{\text{exp}}, M, z)) P(L_X|M, z) \quad (5.2)$$

onde $P_{\text{RASS}}(\eta^{\text{ob}}, M, z)$ é a probabilidade de detecção obtida através das simulações detalhada acima (Fig. 5.1), $P(\eta^{\text{ob}}|\eta(L_X, T_{\text{exp}}, M, z))$ é a distribuição de Poisson das contagens observadas η^{ob} dado o valor esperado de contagens para um objeto com luminosidade L_X , *redshift* z e massa M observado com tempo de exposição T_{exp} , e $P(L_X|M, z)$ é a distribuição de luminosidade intrínseca esperada, adotando uma distribuição log-normal e utilizando as relações de escala de Lieu et al. (2016).

Em nossa análise da contagem de aglomerados (5.3), utilizamos a função de massa sobre o espaço de *redshift* e riqueza, aplicando um corte inferior sobre a riqueza. Por esse motivo, os resultados são sensíveis à covariância entre luminosidade em raio x e riqueza para uma massa fixa. Simulações sugerem que existe uma anti-correlação moderada, uma vez que para uma dada massa, halos apresentando concentrações mais altas terão maior L_X porém menos galáxias (Wechsler et al., 2006; Rykoff et al., 2008). Para incluir essa característica em nosso modelo, descrevemos a distribuição de L_X e λ como uma distribuição log-normal bivariada de covariância constante. Sendo assim, a probabilidade de se observar um aglomerado de massa real M e *redshift* z , apresentando luminosidade L_X e riqueza λ , é descrita por:

$$P(L_X, \lambda|M, z) = \frac{1}{2\pi \ln L_X \ln \lambda |C|^{1/2}} \exp \left[-\frac{1}{2} \mathbf{X}^T C^{-1} \mathbf{X} \right], \quad (5.3)$$

onde

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \ln L_X - \langle \ln L_X(M, z) \rangle \\ \ln \lambda - \langle \ln \lambda(M) \rangle \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

sendo $\langle \ln L_X(M, z) \rangle$ e $\langle \ln \lambda(M) \rangle$ os valores de L_X e λ obtidos através do inverso das relações de escala, e

$$C = \begin{pmatrix} \sigma_{L_X}^2 & r\sigma_{L_X, \lambda} \\ r\sigma_{\lambda, L_X} & \sigma_{\lambda}^2 \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

O fator r é o coeficiente de correlação, e adotamos até o momento o valor de -0.2 com base em resultados obtidos para os aglomerados do LoCuSS (Farahi et al. em prep.), utilizando medidas de riqueza do RedMapper. Pretendemos em um futuro próximo obter medidas da correlação diretamente para os dados do CODEX.

Na função de seleção final do CODEX, substituímos a distribuição $P(L_X|M, z)$ por $P(L_X, \lambda|M, z)$ na equação 5.2, integrando sobre L_X e λ , sendo o limite inferior dado por λ_{cut} , o valor do corte na riqueza. O levantamento possui, portando, uma função de seleção que depende tanto do observável em raio x quanto no óptico, o que o diferencia de outros levantamentos descritos na literatura e limitados puramente pelo fluxo em raio x (e.g. Vikhlinin et al. 2009).

A fim de produzir catálogos simulados representativos da amostra CODEX, úteis para o estudo da qualidade das nossas rotinas de ajuste e análise de possíveis vieses, o passo inicial consiste em gerar halos a partir de uma função de massa teórica. Em nossa análise optamos pela função de massa de Tinker et al. (2008), e uma cosmologia Λ CDM plana com $\Omega_m = 0.28$, $\Omega_{\Lambda} = 0.72$ e $h = 0.7$. Em seguida, geramos uma distribuição do tempo de exposição com que cada halo seria observado dentro do RASS, baseado na distribuição 5.2. Com os valores de massa, z e tempo de exposição para cada halo, calculamos a contagem de fótons esperada para cada objeto, e usamos a distribuição de Poisson sobre o valor esperado para gerar as contagens observadas, exemplificada na figura 5.3. A partir da massa, contagem de fótons observada e z , podemos simular quais halos seriam incluídos no catálogo do CODEX, e para isso utilizamos um experimento de Bernoulli onde a probabilidade de

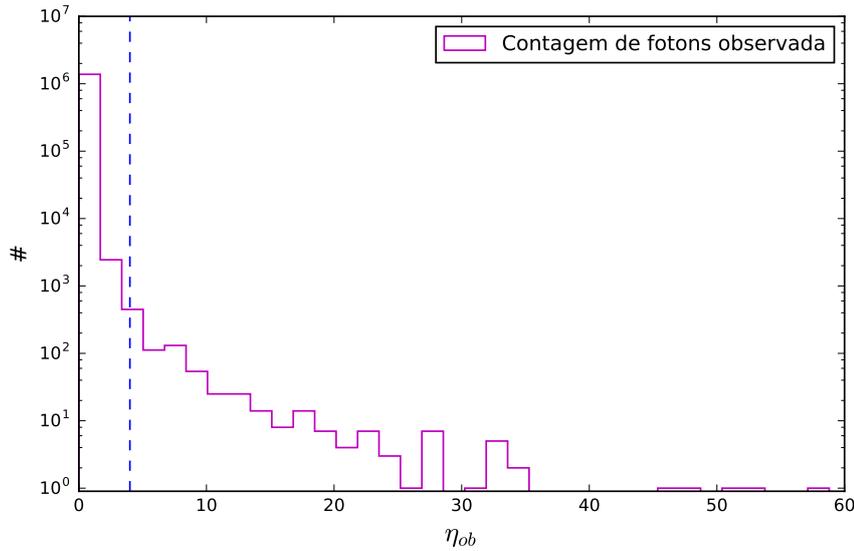


Figura 5.3: Exemplo da distribuição da contagens de fótons observada, calculada após aplicar uma distribuição de Poisson sobre o valor esperado das contagens obtido a partir da massa, tempo de exposição e *redshift* dos halos. A linha azul tracejada representa o limite de 4 contagens para detecção dos aglomerados CODEX.

sucesso é dada pela função $P_{\text{RASS}}(\eta^{\text{ob}}, M, z)$. Ao final dessa etapa temos um catálogo simulado de aglomerados CODEX com massa real M .

Na simulação de um catálogo representando a amostra CODEX com estimativas de massa de lentes fracas, adotamos uma distribuição de probabilidade log-normal (Stanek et al., 2010) ao redor do valor da massa real, com espalhamento de 30% (baseado no espalhamento intrínseco de $\sim 15\%$ esperado para medidas de lentes fracas (Rasia et al., 2012; Sereno & Ettori, 2015) e erros de $\sim 25\%$ nas medidas). Por fim, atribuímos um valor de riqueza para cada aglomerado com base na relação de Simet et al. (2017).

A figura 5.4 mostra um exemplo de catálogo simulado, com a distribuição de halos em função da massa, para $0.3 \leq z \leq 0.4$ (esquerda) e $0.45 \leq z \leq 0.55$ (direita). O histograma ciano mostra a distribuição de halos esperada a partir da função de massa de Tinker et al. (2008); o histograma verde mostra a distribuição de aglomerados com massa real M que seriam selecionados para a amostra CODEX; o histograma vermelho representa a amostra CODEX com estimativas de massa de lentes fracas. Também mostramos o efeito de um corte na riqueza, para o caso $\lambda > 30$, representado pelo histograma azul.

Nas seções seguintes, a função de seleção do CODEX é uma componente crucial das análises que visam caracterizar a relação massa-riqueza da nossa amostra e derivar parâmetros

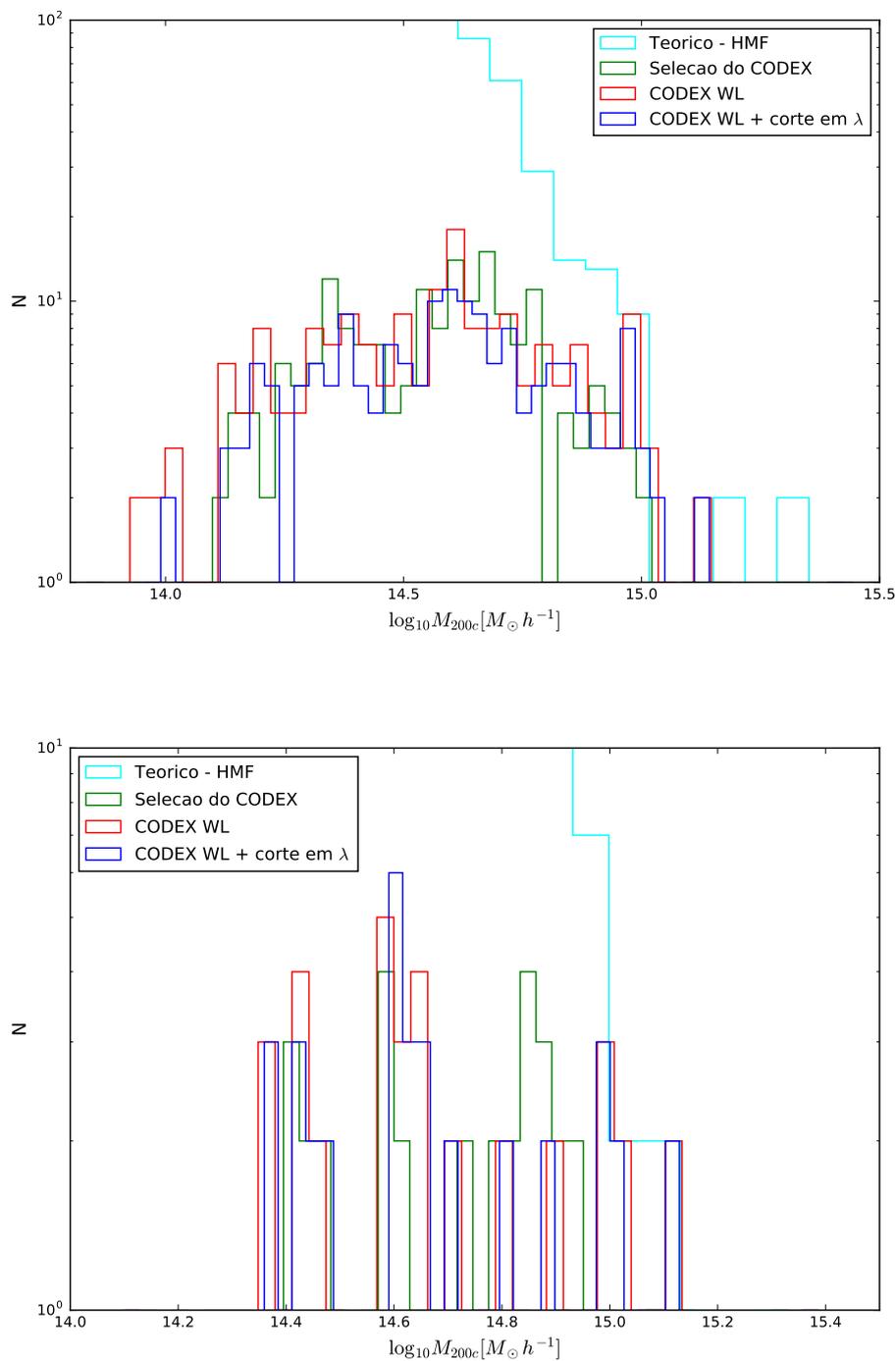


Figura 5.4: Distribuição de aglomerados em função da massa, de acordo com a função de massa teórica de Tinker et al. (2008) (histograma ciano), após aplicar a função de seleção do CODEX sobre a função teórica (histograma verde), incluindo espalhamento devido às massa obtidas através de medidas de lentes fraca (histograma vermelho) e por fim aplicando um corte na riqueza de $\lambda > 30$ (histograma azul). A figura superior representa simulações realizadas para $0.3 \leq z \leq 0.4$, enquanto a inferior representa a distribuição para $0.45 \leq z \leq 0.55$.

cosmológicos a partir da contagem de aglomerados CODEX.

5.2 A relação massa-riqueza da amostra CODEX

A seguir apresentamos a análise que tem como objetivo determinar a relação massa-observável (MOR, do inglês *mass-observable relation*) da amostra CODEX, utilizando para isso medidas de massa de lentes individuais e estimativas de riqueza.

Diversos aglomerados do CODEX que não foram observados com nosso programa do CFHT possuem observações dentro do programa CFHTLS, e portanto dados mais profundos em comparação com os dados disponíveis do SDSS. Para esses aglomerados, colaboradores do CODEX estão trabalhando na obtenção de novas estimativas de riqueza através do algoritmo redMaPPer. Uma vez que tais estimativas estejam disponíveis, utilizaremos a rotina aqui apresentada para determinar uma nova relação massa-riqueza, baseada na amostra estatisticamente mais significativa de dados do CFHT, e que será a relação final para a amostra CODEX.

As massas individuais, M_{WL} , dos aglomerados foram calculadas para a amostra CODEX CFHT, apresentada na seção 3.2, utilizando a técnica de lentes fracas. Os resultados obtidos estão descritos no artigo de Brimiouille, Gruen, Cibirka et al. em prep, e inclui aglomerados da amostra CODEX CFHT primária, secundária (localizados dentro da área observada com o programa CFHTLS *wide*), e terciária (Sec. 3.2). De maneira similar ao que apresentamos no capítulo 4, as medidas da forma das galáxias foram realizadas com o algoritmo *lensfit* (Miller et al., 2013), e a seleção das galáxias de fundo utilizou o método da árvore de decisão no espaço cor-magnitude (Gruen & Brimiouille, 2016). A verossimilhança do sinal de cisalhamento observado para cada aglomerado foi determinada em função da massa verdadeira, levando em conta o ruído nas medidas da forma e uma matriz de covariância determinada analiticamente. Essa matriz inclui as variações intrínsecas dos perfis de aglomerados devido à estrutura em grande escala, efeitos de descentralização e variações na concentração e elipticidade.

As estimativas de riqueza, determinadas com o algoritmo redMaPPer (Rykoff et al., 2014), se dividem em duas amostras: uma para dados do SDSS-DR8 e outra para os dados do CFHT. O redMaPPer (Seção 3.1, Rykoff et al. 2014) constrói um modelo empírico para a relação cor-magnitude da sequência vermelha das galáxias *early type* do aglomerado.

Esse modelo é utilizado tanto para encontrar aglomerados quanto para determinar o seu *redshift* e riqueza através da contagem de galáxias membros. As galáxias membro são selecionadas a partir de uma luminosidade $L > 0.2L_*$, com base em seu ajuste do modelo para a sequência vermelha, e com uma escala de filtro espacial otimizada. A riqueza λ do aglomerado é então calculada pela soma das probabilidades das galáxias serem membros do aglomerado em questão. A estimativa de λ calculada pelo redMaPPer se mostrou estreitamente correlacionada com a massa do aglomerado, conclusão obtida pela comparação de λ com *proxies* de massa bem estabelecidos, como massa do gás em raio x e o decréscimo SZ.

Especialmente para aglomerados com *redshifts* mais altos ($z > 0.35$), a fotometria pouco profunda do SDSS fornece uma estimativa incerta da riqueza, devido à incompletude que ocorre para magnitudes correspondendo a galáxias mais fracas que o limite do redMaPPer de $0.2L_*$. A fotometria dos dados complementares do CFHT é significativamente mais profunda, fornecendo estimativas mais precisas da riqueza para a subamostra CODEX CFHT WL.

Como a amostra CODEX CFHT primária (sec. 3.2) é a amostra que possuiu uma função de seleção bem definida e observações completas em pelo menos 4 bandas, baseamos nossa análise da relação massa-riqueza nessas medidas. A exceção são os aglomerados 13390, 29811, 53436, 53495 e 56934 que, por não apresentarem estimativas de riqueza com dados do CFHT, foram deixados fora da análise. Os aglomerados 13062 e 37098 também foram excluídos da análise, uma vez que não foi possível determinar o valor de melhor ajuste para suas massas a partir do perfil de cisalhamento. As informações individuais da amostra primária estão apresentadas na Tabela C.1. Como a amostra conta com medidas de *redshift* espectroscópico para todos os objetos, adotamos essas medidas quando necessário.

A relação entre massa e riqueza pode ser expressa através de uma distribuição de probabilidade $P(M|\lambda)$, sendo a média dessa relação descrita por uma lei de potência:

$$M(\lambda) = \langle M|\lambda \rangle = M_0 \left(\frac{\lambda}{\lambda_0} \right)^\beta, \quad (5.6)$$

Dentro dessa abordagem, M_0 e β são parâmetros do modelo, e adotamos o valor de pivô $\lambda_0 = 40$. Nosso modelo não inclui a evolução da relação com o *redshift*; essa decisão foi tomada primeiramente porque nossos dados não apresentam sensibilidade suficiente para

restringir a evolução da relação, e também baseada em resultados reportados na literatura e compatíveis com ausência de evolução (Melchior et al., 2016; Simet et al., 2017). A parametrização adotada segue a prescrição de Simet et al. (2017), onde a variância da distribuição de probabilidade ($M|\lambda$) é modelada a partir da dispersão esperada para a distribuição inversa $P(\lambda|M)$.

Se considerarmos um modelo cuja dispersão em λ é dada pela soma em quadratura de um termo de Poisson e de um termo da variância intrínseca, a variância em $\ln M$ para um λ fixo será expressa como (Simet et al., 2017; Evrard et al., 2014):

$$\sigma^2(\ln M|\lambda) = \frac{\beta^2}{\lambda} + \sigma_{\ln M|\lambda}^2, \quad (5.7)$$

sendo $\sigma_{\ln M|\lambda}^2$ um parâmetro livre do modelo.

Para o caso de uma amostra limitada apenas pela riqueza observada λ_o , onde a calibração da MOR é obtida a partir de dados de lentes fracas, podemos descrever a distribuição de probabilidade da relação como:

$$P(K|\lambda_o, \text{MOR}) = \int P(K|M)P(M|\lambda_o, \text{MOR})dM, \quad (5.8)$$

onde K é o sinal de lentes. Nesse formalismo, a massa real M é um parâmetro livre a ser marginalizado, que segue uma distribuição Normal em torno do valor da expectativa.

Para a amostra CODEX, a hipótese de que a seleção é feita puramente pela riqueza observada não é válida. Como temos a seleção inicial feita em raio x , utilizando dados do RASS, é necessário incluir a dependência com a massa da função de seleção do CODEX na verossimilhança expressa pela equação 5.8.

Do teorema de *Bayes* sabemos que

$$P(M|\lambda_o) \propto P(\lambda_o|M)P(M) \quad (5.9)$$

Tomamos agora a amostra CODEX selecionada por raio x , onde cada objeto passou pelo critério de seleção inicial e apresenta uma certa riqueza e sinal de lentes. Nesse caso, é preciso reescrever a equação 5.9 como

$$P_X(M|\lambda_o) \propto P(\lambda_o|M)P_X(M) \quad (5.10)$$

onde P_X indica a seleção baseada em dados de raio x . A princípio poderíamos ajustar $P_X(M|\lambda_o, \text{MOR})$, mas teríamos então o resultado para os parâmetros de uma MOR diferente daquele obtido de outros estudos utilizando $P(M|\lambda_o, \text{MOR})$. Partindo da razão entre $P_X(M|\lambda_o)$ e $P(M|\lambda_o)$, podemos redefinir a verossimilhança de maneira a ajustar $P(M|\lambda_o)$ e incluir a função de seleção em raio x :

$$P(K|\lambda_o, \text{MOR}) = \int P(K|M)P_X(M|\lambda_o, \text{MOR}) dM \propto \int P(K|M)P(M|\lambda_o, \text{MOR})P_X(M) dM \quad (5.11)$$

5.2.1 Ajuste e resultados

Ao escrever a verossimilhança do modelo, assumimos que a distribuição de $P(K|M)$ é log-normal, com a dispersão dada pela incerteza na medida de lentes fraca da massa. A distribuição da massa real em torno do valor previsto pela MOR, $P(M|\lambda_o, \text{MOR})$, também é uma distribuição log-normal, sendo a dispersão um parâmetro livre do modelo. O termo final é a função de seleção definida na Equação 5.2. Temos então a seguinte expressão a ser ajustada:

$$\mathcal{L} \propto \prod_i P(K_i|\lambda_{o,i}, z_i, \eta^{\text{ob}} > 4, \text{MOR}) = \int dM P(K_i|M) P(M|\lambda_{o,i}, \text{MOR}) P(M|z_i, \eta_{\text{ob}} > 4), \quad (5.12)$$

onde os parâmetros do modelo são a amplitude e o índice da lei de potência da MOR, M_0 e β , e a dispersão $\sigma_{\ln M|\lambda}$ da relação para um λ fixo. A distribuição do posterior é expressa como

$$P(\beta, \log_{10} M_0, \sigma_{\ln M} | K_i, \lambda_{o,i}, z_i) \propto \mathcal{L}(K_i, \lambda_{o,i}, z_i | \beta, \log_{10} M_0, \sigma_{\ln M} | \lambda) \times \Pi(\beta)\Pi(\log_{10} M_0)\Pi(\sigma_{\ln M}) \quad (5.13)$$

sendo Π os priores em cada parâmetro do modelo.

Como os dados apresentam uma dispersão significativa e grandes incertezas nas medidas individuais de lentes fracas, e porque o índice da lei de potência da relação mostra

uma degenerescência com sua amplitude, decidimos adotar um prior informativo para β . Usamos os resultados obtidos por Simet et al. (2017), expressando o prior sobre β como uma distribuição Normal, com média 1.33 e dispersão 0.1. Para a amplitude e a dispersão da relação, adotamos priores uniformes, no intervalo de $13.9 < \log_{10} M_0 < 14.55$ e $0.15 < \sigma_{\ln M|\lambda} < 0.35$, onde o último é motivado pelos resultados de Rozo & Rykoff (2014); Rozo et al. (2015), que encontraram $\sigma_{\ln M|\lambda} = 0.25 \pm 0.05$.

Realizamos os ajustes para ambas as amostras, com estimativas de riqueza baseadas nos dados do CFHT e SDSS. Queremos com isso comparar os resultados e entender de que forma as estimativas incertas obtidas com os dados do SDSS afetam a forma da relação massa-observável.

Para amostrar a verossimilhança dos parâmetros, utilizamos o pacote *EMCEE* (Foreman-Mackey et al., 2013), que é um algoritmo de *Monte Carlo Markov Chain*, sendo o mesmo utilizado na análise da amostra combinada (4). Executamos 24 cadeias com 2.000 passos cada, excluindo os primeiros 200 passos de cada cadeia para remover a região de queima. Reportamos a mediana da distribuição do posterior como nossos valores de melhor ajuste, e as incertezas correspondem ao intervalo contendo 68% dos pontos da distribuição.

A figura 5.5 apresenta os resultados do ajuste MCMC para as amostras CFHT e SDSS. A amplitude da relação massa-riqueza resultante do ajuste com os dados do CFHT é $M_0 = 2.28_{-0.22}^{+0.26} \times 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$, em termos de M_{200c} , e o índice da lei de potência é $\beta = 1.24 \pm 0.11$. Usando as estimativas de riqueza do SDSS, encontramos $M_0 = 1.66_{-0.20}^{+0.22} \times 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$ e $\beta = 1.21 \pm 0.12$.

A distribuição dos dados no plano $M_{\text{WL}} - \lambda$ é mostrada na Figura 5.6 para as duas amostras, juntamente com a relação massa-riqueza calculada para os valores de melhor ajuste. Fica clara a diferença nas estimativas de riqueza e incertezas baseadas nos dados do CFHT e SDSS através da comparação entre as distribuições apresentadas. Também notamos a dificuldade em determinar a inclinação da relação partindo apenas dos nossos dados, justificando a escolha do prior informativo sobre β . Incluímos nos gráficos 100 realizações escolhidas aleatoriamente das cadeias MCMC executadas a fim de exemplificar como o espaço de parâmetros foi amostrado.

Vemos que a amostra CFHT fornece uma relação com amplitude mais alta, compatível apenas marginalmente com o resultado para a amostra SDSS dentro do intervalo de 2σ . Esse resultado é esperado, dada a distribuição de riquezas apresentada na figura 5.6; as

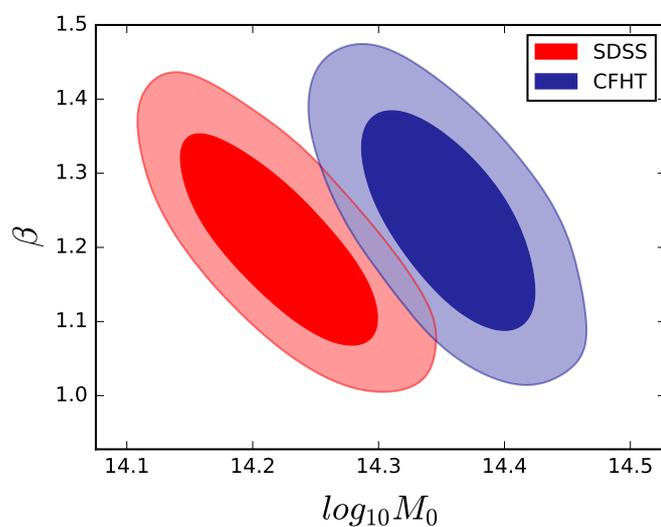


Figura 5.5: Projeções bidimensionais dos ajustes MCMC para os parâmetros da relação massa-riqueza, mostrando as distribuições do posterior para a amostra CFHT e SDSS. Os contornos representam os intervalos de 1 e 2 σ .

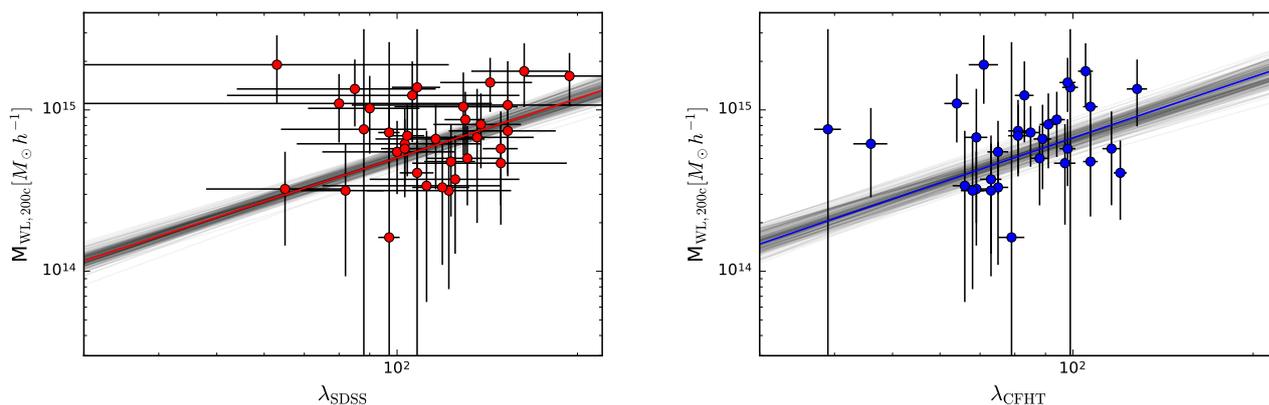


Figura 5.6: Distribuição dos dados sobre o plano $M_{\text{WL}} - \lambda$ e a relação massa-riqueza para os valores de melhor ajuste. A figura da esquerda corresponde à amostra com riquezas estimadas a partir de dados do SDSS, e a figura da direita à amostra CFHT. As linhas cinzas correspondem à 100 realizações aleatórias das cadeias MCMC, exemplificando a amostragem no espaço de parâmetros.

estimativas de riqueza obtidas para os dados do SDSS tendem a ser mais altas em comparação com as estimativas do CFHT, dada uma massa de lentes fixa. Essa pode ser uma consequência da correção que o redMaPPer aplica sobre os dados pouco profundos do SDSS, com base na função de luminosidade de Schechter (Schechter, 1976) dos halos. Como, para os dados do SDSS, poucas galáxias são mais brilhantes que a magnitude limite para $z > 0.3$, é necessário fazer uma extrapolação, que no presente caso resultou em uma sobre-estimativa da riqueza para esses objetos.

Já o resultado para a inclinação da relação mostra-se bastante compatível entre as diferentes medidas de riqueza. Embora tenhamos optado por utilizar um prior informativo sobre β , os dados influenciam essa grandeza e demonstram uma preferência por valores menores que aquele utilizado como valor esperado inicialmente.

O parâmetro $\sigma_{\ln M|\lambda}$ não é relatado por ser fracamente restringido pelos dados, não apresentando valor mais provável dentro da distribuição uniforme adotada, e por não mostrar uma degenerescência importante com os outros parâmetros.

A seguir comparamos nossos ajustes com dois resultados para a relação massa-riqueza apresentados na literatura, ambos baseados em catálogos construídos a partir do código redMaPPer. Seguimos a prescrição de Hu (2003) para converter nossa massa de M_{200c} para M_{200m} quando necessário, a fim de comparar nossos resultados com outros valores reportados.

Na análise de Melchior et al. (2016), a relação massa-riqueza foi derivada com base em mais de 8.000 aglomerados identificados com o redMaPPer sobre os dados do *Dark Energy Survey Science Verification*, utilizando medidas do cisalhamento de lentes fracas. Os dados foram divididos de acordo com os valores de *redshift* e riqueza em 15 subamostras, no intervalo de $5 \leq \lambda \leq 180$ e $0.1 \leq z \leq 0.8$, e o ajuste foi feito sobre as médias dos perfis de densidade. O modelo adotado para a estimativa de massa inclui diversas fontes de incertezas sistemáticas que afetam as medidas de lentes fracas. A relação massa-riqueza inclui um termo que leva em conta uma possível evolução da relação com z , descrita como $M(\lambda) = M_0(\lambda/\lambda_0)^F((1+z)/(1+z_0))^G$. Os valores de melhor ajuste encontrados foram de $F = 1.12 \pm 0.21$, $G = 0.18 \pm 0.79$ e $\langle M_{200m}|\lambda = 30, z = 0.5 \rangle = 2.35 \pm 0.25 \times 10^{14} M_\odot$. Esses valores estão em acordo com nosso valor para a inclinação, tanto do ajuste para riquezas do CFHT quanto do SDSS, dentro de 1σ , e de acordo com nossa suposição sobre a evolução da relação ser negligenciável em comparação com outras incertezas. Convertendo

nossa amplitude para a definição de M_{200m} , o ajuste dos dados do CFHT fornece $M_0 = 2.95_{-0.35}^{+0.36} \times 10^{14} M_{\odot}$ para $\lambda = 30$, $z = 0.5$ e $h = 0.7$, e o resultado do SDSS é de $M_0 = 2.10_{-0.26}^{+0.29} \times 10^{14} M_{\odot}$, ambos em acordo com o resultado de Melchior et al. (2016) dentro de 1σ .

Simet et al. (2017) mediu a relação massa-riqueza para uma amostra de 5570 aglomerados redMaPPer utilizando dados de lentes fracas do SDSS DR8. Incertezas sistemáticas associadas com medidas de lentes fracas foram cuidadosamente caracterizadas, de maneira similar à abordagem de Melchior et al. (2016). Os aglomerados encontram-se no intervalo de $0.1 \leq z \leq 0.33$, e as medidas do perfil de densidade foram realizadas para combinações de aglomerados em oito intervalos de riqueza e *redshift*, fornecendo medidas da massa média em cada um dos intervalos. O modelo final inclui parâmetros que são secundários para a relação massa-riqueza mas que apresentam impacto sobre as medidas de lentes, como o erro de centralização e a relação massa-concentração. Para testar o impacto desses parâmetros, o ajuste também foi realizado para um modelo mais simples contendo apenas os parâmetros relacionados com a relação massa-riqueza, semelhante ao nosso modelo. A conclusão é de que a qualidade do ajuste não varia de maneira significativa, e que a inclusão de parâmetros ligados ao perfil de densidade não é importante para a restrição da amplitude. Tanto a amplitude quanto a inclinação da relação estão em bom acordo para os modelos com diferentes complexidades, dentro do intervalo de 1σ .

O modelo fiducial de Simet et al. (2017) não inclui o termo restringindo a evolução da relação massa-riqueza, de maneira similar à nossa abordagem. Uma possível evolução foi testada através de um segundo ajuste incluindo o termo dependente de z . O melhor ajuste encontrado é compatível com a expectativa de que a evolução seja desprezível dentro de $\sim 1.5\sigma$, e os demais parâmetros não sofrem mudança significativa com a inclusão desse termo. A amplitude reportada para o modelo fiducial, $M_{200m} = 2.19_{-0.15}^{+0.16} \times 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$ em $\bar{z} = 0.2$, está marginalmente de acordo com o nosso resultado para a amostra CFHT de $M_{200m} = 3.05_{-0.29}^{+0.32} \times 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$ dentro do intervalo de 2σ , e está em melhor acordo com o resultado do SDSS de $M_{200m} = 2.16_{-0.26}^{+0.31} \times 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$. O melhor ajuste para a inclinação da relação concorda com nosso valor dentro de 1σ , porém recordamos que utilizamos o resultado de Simet et al. (2017) para o prior sobre β . A figura 5.7 mostra nosso ajuste para os dados do CFHT (esquerda) e SDSS (direita), juntamente com os intervalos de 1 e 2σ de Simet et al. (2017) ilustrados pelas bandas em cinza.

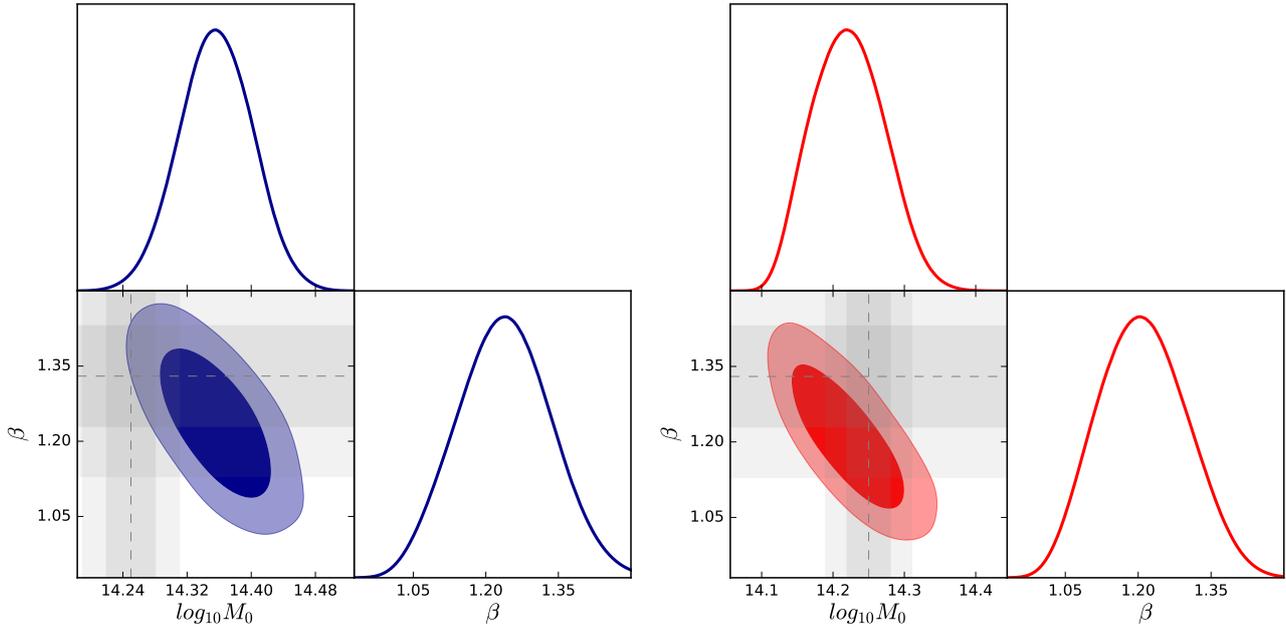


Figura 5.7: Resultado dos ajustes MCMC, com as projeções uni e bi-dimensionais das distribuições do posterior para a relação massa-riqueza. A figura da esquerda ilustra os resultados obtidos para as estimativas de riqueza do CFHT, e a figura da direita ilustra o resultado para as estimativas do SDSS. Os contornos indicam os intervalos de 1 e 2 σ . As bandas cinza representam o intervalo 1 e 2 σ dos resultados de Simet et al. (2017), convertendo a amplitude da relação para a nossa definição de massa de M_{200c} .

Para a análise cosmológica descrita na seção seguinte, adotamos o resultado do ajuste sobre os dados do SDSS ao descrever a relação massa-riqueza da amostra. Embora os dados do CFHT forneçam estimativas de riqueza mais confiáveis, especialmente para os aglomerados em $z \gtrsim 0.4$, a amostra de aglomerados ao qual se baseou a análise cosmológica inclui muitos objetos que possuem apenas riquezas derivadas de dados do SDSS. Essa característica nos leva a adotar as estimativas do SDSS como observável, o que fundamenta a escolha da relação de escala derivada para a mesma amostra.

5.3 Cosmologia com a amostra CODEX

Do ponto de vista teórico, a densidade numérica de aglomerados é uma função da massa e do *redshift* e segue a função de massa dos halos. Na prática, o que observamos e queremos comparar com a previsão teórica é o número de aglomerados dentro de um intervalo de *redshift* e de um intervalo de grandeza observável que seja fortemente correlacionado com a massa. Os componentes essenciais para esse tipo de análise são a função de massa teórica, o volume efetivo do levantamento em questão, a função de seleção e as relações de escala

entre a massa e o observável.

Para o caso do levantamento CODEX, podemos iniciar a construção do nosso modelo considerando o número de aglomerados dentro de um intervalo de z e de contagem de fótons observada, $N(\Delta\eta_i^{\text{ob}}, \Delta z_j)$. Esse número deve ser comparado com o valor esperado de aglomerados dentro do mesmo intervalo de η^{ob} e z , previstos para um dado conjunto de parâmetros cosmológicos, $\langle N(\Delta\eta_i^{\text{ob}}, \Delta z_j) \rangle$. A previsão teórica pode ser descrita como

$$\langle N(\Delta\eta_i^{\text{ob}}, \Delta z_j) \rangle = \int_{\Delta z_j} dz \Delta\Omega_{\text{mask}} \frac{dV}{dz d\Omega}(z) \int_{\Delta\eta_i^{\text{ob}}} d\eta^{\text{ob}} \frac{dn_\eta(\eta^{\text{ob}}, z)}{d\eta^{\text{ob}}} \quad (5.14)$$

onde $dn_\eta(\eta^{\text{ob}}, z)/d\eta^{\text{ob}}$ é a densidade numérica esperada de aglomerados em função da contagem de fótons observada no *redshift* z .

De modo geral, a probabilidade de um aglomerado ser incluído no catálogo de um determinado levantamento não corresponde à uma função degrau. No caso do CODEX, a probabilidade varia em função do tamanho, distância e luminosidade, e o cálculo do número esperado de aglomerados observados deve incluir essa função de seleção específica ($P_{\text{RASS}}(\eta^{\text{ob}}, M, z)$), obtida através das simulações descritas na seção 5.1 e exemplificada na Figura 5.1.

Assumindo agora que temos uma relação de escala entre as contagens de fótons observadas e a massa do aglomerado, e levando em conta a incerteza na contagem de fótons observada, podemos escrever:

$$\frac{dn_\eta(\eta^{\text{ob}}, z)}{d\eta^{\text{ob}}} = \int_0^\infty d\eta P(\eta^{\text{ob}}|\eta) \int_0^\infty dM P(\eta|M, z) n(M, z) \quad (5.15)$$

onde $n(M, z)$ é a função da massa teórica, isto é, a densidade numérica de halos com massa M no *redshift* z , e $P(\eta|M, z)$ é a probabilidade de detectar um aglomerado de massa M em z , com uma contagem de fótons prevista η segundo os valores de M e z . A integral sobre M inclui todos os aglomerados com qualquer valor de massa real que, devido ao espalhamento na relação contagem de fótons - massa, apresentam uma contagem prevista η . Já através da integral sobre η , estamos levando em consideração todos os aglomerados com η contagem de fótons previstas que, devido a um processo de Poisson,

$$P(\eta^{\text{ob}}|\eta) = \frac{(\eta)^{\eta^{\text{ob}}} e^{-\eta}}{\eta^{\text{ob}}!}, \quad (5.16)$$

podem ser observados com η^{ob} .

Como não temos uma relação direta entre contagem de fótons e massa, mas sim entre contagem de fótons e luminosidade em raio x , reescrevemos a equação 5.15 como:

$$\frac{dn_\eta(\eta^{\text{ob}}, z)}{d\eta^{\text{ob}}} = \int_0^\infty dT_{\text{exp}} \frac{dA}{dT_{\text{exp}}} \int_0^\infty dM \int_0^\infty dL_X P(\eta^{\text{ob}}|\eta(L_X, T_{\text{exp}}, M, z)) \int_{\lambda_{\text{cut}}}^\infty d\lambda P(L_X, \lambda|M, z) n(M, z), \quad (5.17)$$

onde dA/dT_{exp} , conforme mencionado na seção 5.1, representa a fração da área do levantamento observada com um tempo de exposição efetivo T_{exp} , e $P(L_X, \lambda|M, z)$ é definida como a probabilidade de observar um aglomerado de massa M em z , com luminosidade L_X e riqueza λ , seguindo a descrição da equação 5.3. As relações de escala entre massa e luminosidade em raio x e massa e temperatura utilizadas segues os resultados reportados em Lieu et al. (2016). Para a relação massa-riqueza utilizamos nossos resultados, reportados na seção 5.2.

A análise da contagem de aglomerados CODEX é realizada em intervalos de *redshift* e riqueza, e não de contagem de fótons observada. Dessa forma, estamos interessados em todos os aglomerados que podem ser detectados no catálogo do CODEX, ou seja, todos os objetos com $\eta^{\text{ob}} > 4$, dentro de um intervalo específico de z e λ . Portanto, nossa previsão deve fornecer a grandeza $\langle N(\Delta\lambda_i, \Delta z_j) \rangle$, integrando sobre η^{ob} de 4 (o número mínimo de contagens de fótons que um objeto deve apresentar para ser detectado dentro do CODEX) a ∞ .

Voltando à equação 5.14, e acoplando a definição 5.17 e a probabilidade de detecção $P_{\text{RASS}}(\eta^{\text{ob}}, M, z)$, escrevemos a previsão final para o número de aglomerados observados no levantamento CODEX, dentro de um certo intervalo de *redshift* e de riqueza, como:

$$\langle N(\Delta\lambda_i, \Delta z_j) \rangle = \int_{\Delta z_j} dz \Delta\Omega_{\text{mask}} \frac{dV}{dz d\Omega}(z) \int_4^\infty d\eta^{\text{ob}} \int_0^\infty dT_{\text{exp}} \frac{dA}{dT_{\text{exp}}} \int_0^\infty dM P_{\text{RASS}}(\eta^{\text{ob}}, M, z) \int_0^\infty dL_X P(\eta^{\text{ob}}|\eta(L_X, T_{\text{exp}}, z, M)) \int_{\Delta\lambda_i} d\lambda P(L_X, \lambda|M, z) n(M, z), \quad (5.18)$$

onde vemos a presença da função de massa teórica, da função de seleção definida na equação 5.2, e do volume efetivo dado pela área geométrica $\Delta\Omega_{\text{mask}}$ igual a 10.000 graus quadrados

no caso do CODEX e pelo elemento de volume comóvel por unidade de *redshift* e ângulo sólido, para o caso de um Universo plano definido como:

$$\frac{dV}{dz d\Omega}(z) = \left(\frac{c}{H_0}\right)^3 \frac{1}{E(z)} \left(\int_0^z \frac{dz'}{E(z')}\right)^2 \quad (5.19)$$

Optamos por fazer uso da função de massa de Tinker et al. (2008), que fornece um ajuste da abundância de halos em função da massa e é adequada para nosso intervalo de massa e *redshift*, apresentando precisão de $\sim 5\%$ para cosmologias similares ao modelo Λ CDM. A fórmula de Tinker et al. (2008) é apresentada em função da variância do campo de densidade, que por sinal depende do espectro de potência linear para a cosmologia em questão (Sec. 1.1.2).

A nossa abordagem consiste em calcular a variância do campo de densidades a partir do espectro de potência obtido com o código *CLASS* (Lesgourgues, 2011) para $z = 0$, e incluir a dependência com o *redshift* através da função de crescimento, a qual adotamos a fórmula apresentada em Linder & Jenkins (2003).

O modelo apresentado para a densidade numérica de aglomerados esperada depende da cosmologia adotada através do volume comóvel, da função de massa e da estimativa para a contagem de fótons esperada através da distância de luminosidade. Existe também uma pequena dependência com o parâmetro de Hubble sobre as relação de escala $M - L_X$ e $M - T_X$, uma vez que estas foram derivadas assumindo $h = 0.7$, e em nossa análise utilizamos unidades independentes de h , com $M[h^{-1} M_\odot]$ e $L_X[h^{-2} \text{ ergs/s}]$. Portanto, temos que escalonar os valores de M e L_X que entram nas relações com o valor de h para cada cosmologia adotada no ajuste.

Os parâmetros mais relevantes para estudos na escala de aglomerados de galáxias são aqueles que impactam a relação entre distância e *redshift*, e aqueles ligados ao crescimento e espectro de potência das perturbações de densidade linear. Especificamente, nosso principal interesse se refere aos parâmetros Ω_m , a densidade de matéria do Universo, e σ_8 , a amplitude linear das perturbações na escala de $8 h^{-1} \text{ Mpc}$ em $z = 0$. Em nossa análise assumimos que a massa correspondente aos neutrinos é desprezível.

5.3.1 Ajuste dos parâmetros cosmológicos

Através de estudos baseados nos dados espectroscópicos do SPIDER (Clerc et al., 2016), os objetos detectados dentro do levantamento CODEX foram confirmados como aglome-

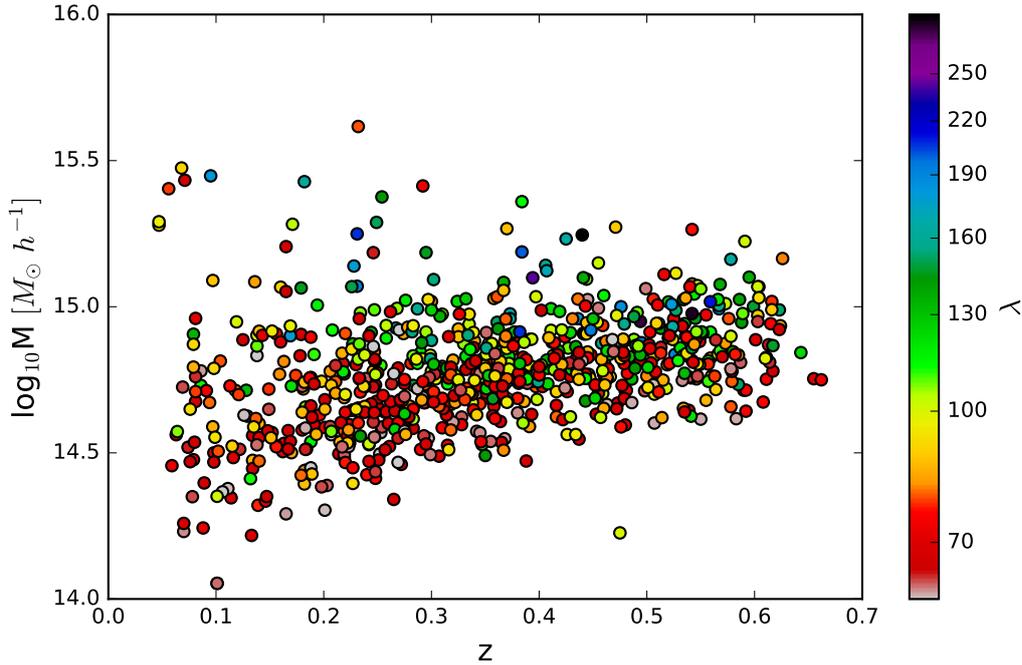


Figura 5.8: Distribuição dos aglomerados da amostra cosmológica do CODEX com $\lambda_{\text{SDSS}} > 60$ e $0.1 \leq z \leq 0.6$, em função da massa obtida através da luminosidade em raio x e do *redshift*. As cores representam a riqueza λ_{SDSS} de cada objeto.

rados quando apresentam uma riqueza de $\lambda_{\text{SDSS}} > 40$ para $z \leq 0.3$, e de $\lambda_{\text{SDSS}} > 60$ para $z \leq 0.55$ (Clerc et al. em prep.). Como queremos garantir uma amostra de aglomerados sem contaminação e incluir na análise todo o intervalo de *redshift* coberto pelo CODEX, aplicamos o corte de $\lambda_{\text{SDSS}} > 60$ sobre a amostra inicial. A amostra utilizada na análise cosmológica inclui somente os aglomerados que obedecem a esse critério, representados na figura 5.8 em função da massa e do *redshift*, com as cores indicando a respectiva riqueza λ_{SDSS} . Na figura, a massa dos objetos corresponde à estimativa de M_{200c} baseada na luminosidade em raio x $L_{0.1-2.4\text{keV}}$ e calculada através das relações de escala apresentadas em Lieu et al. (2016).

Para derivar os parâmetros cosmológicos com base nos dados apresentados, construímos a função da verossimilhança no espaço de *redshift* e riqueza. O catálogo de aglomerados CODEX foi dividido em intervalos de $\Delta z = 0.1$ com $0.1 \leq z \leq 0.6$, e $\Delta \log(\lambda) = 0.33$ com $60 \leq \lambda \leq 310$, tendo ao final 5 intervalos em z e 5 em λ , cada um contendo um número total de aglomerados $N(\lambda_i, z_j) = N_{i,j}$.

Assumindo que o número de aglomerados observados em cada intervalo sejam variáveis

aleatórias e independentes seguindo uma distribuição de Poisson, expressamos a verossimilhança do nosso modelo para o número esperado de objetos por intervalo seguindo a prescrição apresentada em Planck Collaboration et al. (2016b):

$$\ln \mathcal{L} = \sum_{i,j}^{\lambda,z} [N_{i,j}^{\text{ob}} \ln N_{i,j}^{\text{teo}} - N_{i,j}^{\text{teo}} - \ln(N_{i,j}^{\text{ob}}!)] \quad (5.20)$$

onde $N_{i,j}^{\text{ob}}$ é o número de aglomerados do catálogo observados no intervalo i, j , e $N_{i,j}^{\text{teo}}$ é o número previsto para o mesmo intervalo através do modelo expresso pela equação 5.18. Essa descrição da verossimilhança pressupõe que os intervalos não apresentam correlação. Como nossa amostra consiste de aglomerados de alta massa, o impacto dessa correlação deve ser pequeno, segundo a discussão de Hu (2003).

Utilizamos um código de MCMC, o algoritmo *Monte Python* (Audren et al., 2013), para mapear o espaço de parâmetros e encontrar a distribuição de probabilidade do posterior. O cálculo para um certo conjunto de parâmetros cosmológicos é relativamente simples, porém dispendioso em termos de tempo computacional. O tempo aproximado para calcular as funções sobre o espaço de parâmetros com estatística suficiente é de aproximadamente 25.000 horas CPU, ou aproximadamente 15 dias utilizando 120 processadores.

O conjunto de parâmetros relevantes para nossa análise é apresentado na tabela 5.1. Para os parâmetros de maior interesse adotamos priores uniformes dentro do intervalo mostrado na tabela. Ressaltamos que nosso maior interesse está na obtenção de vínculos sobre Ω_m e σ_8 , porém o código utilizado não permite o ajuste direto de σ_8 , e sim da amplitude escalar do espectro de potência A_s (onde $A_s \propto \sigma^2$), sendo σ_8 um parâmetro diretamente derivado a partir de A_s e h . Já Ω_m é um parâmetro derivado a partir de Ω_{cdm} e Ω_b . Para o índice espectral escalar n_s e para a densidade de bárions Ω_b , adotamos os resultados apresentados em Planck Collaboration et al. (2016b), e fixamos a curvatura para um universo plano ($\Omega_k = 0$).

Além dos parâmetros cosmológicos que estamos interessados em ajustar, fazem parte do modelo alguns parâmetros secundários (*nuisance*) relacionados às incertezas na função de massa e nas relações de escala, dentro da abordagem de auto-calibração (1.3.1). Os parâmetros ligados ao espalhamento das relações massa - luminosidade em raio x e massa - riqueza são deixados livres e com priores uniformes, sendo o intervalo adotado para o primeiro motivado pelos estudos de Vikhlinin et al. (2009); Mantz et al. (2016a,b) e Mulroy

et al. em prep. para a amostra LoCuSS, e para o segundo motivado pelos resultados de Rozo & Rykoff (2014); Rozo et al. (2015).

Com relação à incerteza sobre a função de massa, diferenças entre os modelos disponíveis na literatura refletem essencialmente erros sistemáticos relacionados com diferentes definições de halos, diferentes *halo finders* e incertezas nas simulações. Hagstotz et al em prep. realizaram um conjunto de simulações com o intuito de estudar essas diferenças sistemáticas entre as funções de massa, encontrando um espalhamento de cerca de 5–10%. Para incluir essa incerteza em nosso modelo, modificamos a função de massa que entra em nossa verossimilhança através da relação:

$$n(M) = n(M)_{\text{Tinker}} \left(A + s \left[\ln \left(\frac{M}{M_\star} \right) \right] \right) \quad (5.21)$$

onde A é a amplitude centrada em 1 e s é a inclinação centrada em 0, e atribuímos um prior Gaussiano sobre esses parâmetros com variação de 5%. M_\star é aproximadamente a escala de massa do levantamento, podendo ser fixada em $3 \times 10^{14} M_\odot h^{-1}$ caso esse valor não seja conhecido. Essa abordagem também é motivada pelo estudo realizado por Knebe et al. (2011), onde podemos ver pelos resultados apresentados na Figura 17 que a divergência típica entre diferentes *halo finders* é bem aproximada por uma amplitude e pela inclinação de uma lei de potência.

A contagem de aglomerados, conforme mencionado anteriormente, é sensível principalmente aos parâmetros Ω_m e σ_8 . Uma análise que envolva apenas dados sobre o número de aglomerados observados não é suficiente para impor vínculos sobre todos os parâmetros cosmológicos, sendo necessário a inclusão de outros resultados observacionais com maior influência sobre tais parâmetros fracamente restringidos pela contagem de aglomerados. A informação adicional utilizada em nossa análise consiste dos resultados obtidos a partir de medidas das Oscilações Acústica de Bárions (BAO), que são particularmente sensíveis à H_0 . Essas são medidas geométricas, e em geral não são afetadas por incertezas na evolução não-linear do campo de densidade da matéria e por erros sistemáticos que podem afetar outros tipos de dados. Adotamos os resultados combinados do levantamento 6dF (Beutler et al., 2011), da amostra principal do SDSS (Ross et al., 2015), e do BOSS LOWZ DR10&11 (Anderson et al., 2014), que mediram a razão da distância da escala acústica $D(z)/r_{\text{drag}}$, e do CMASS DR10&11 (Anderson et al., 2014), com medidas de BAO anisotrópicas. Esses dados estão disponíveis através de uma verossimilhança catalogada na

Tabela 5.1 - Conjunto de parâmetros cosmológicos utilizados em nossa análise, com a descrição do prior adotado. O primeiro bloco apresenta os parâmetros livres do ajuste, com priores uniformes. O segundo bloco apresenta os parâmetros *nuisance*, com priores Gaussianos para a_{dndM} e s_{dndM} . Em terceiro aparecem os parâmetros fixados. Por fim são mostrados os parâmetros derivados.

Parâmetro	Prior	descrição
$\omega_{\text{cdm}} \equiv \Omega_{\text{cdm}} \times h^2$	0.001 - 1.0	densidade de matéria escura atual
$10^9 A_s$	1.0 - 4.0	$10^9 \times$ amplitude escalar do espectro de potência em $k_0 = 0.05 \text{ Mpc}^{-1}$
h	0.35 - 0.95	$H_0/100$
σ_{L_X}	0.3 - 0.8	dispersão na relação $M - L_X$
σ_λ	0.2 - 0.5	dispersão na relação $M - \lambda$
a_{dndM}	$\mathcal{N}(1, 0.05)$	dispersão na amplitude da função de massa
s_{dndM}	$\mathcal{N}(0, 0.05)$	dispersão na inclinação da função de massa
$\omega_b \equiv \Omega_b \times h^2$	0.022	densidade de bárions atual
n_s	0.965	índice espectral escalar em $k_0 = 0.05 \text{ Mpc}^{-1}$
Ω_k	0	parâmetro de curvatura atual, com $\Omega_{\text{tot}} = 1 - \Omega_k$
σ_8	-	rms da flutuação de matéria em 8 Mpc
Ω_m	-	densidade de matéria total atual
H_0	-	parâmetro de Hubble atual em $\text{km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$

biblioteca do *Monte Python*, e portanto podemos incluir de maneira direta tais resultados através de uma análise combinada.

Nossa estratégia para explorar o espaço de parâmetros consiste em duas etapas: primeiramente rodamos poucas e longas cadeias, que são analisadas com o objetivo de fornecer uma estimativa da matriz de covariância, calculada pelo próprio algoritmo *Monte Python*. Em seguida, utilizamos a matriz de covariância e a informação sobre o melhor ajuste obtidos na primeira etapa para rodar as cadeias finais, e a partir destas obtemos a distribuição do posterior dos parâmetros. Para o ajuste final utilizamos 5 cadeias com 50.000 passos cada, e descartamos os primeiros 20% de cada cadeia como região de queima. Realizamos em paralelo um ajuste utilizando somente os dados dos aglomerados CODEX e outro combinando os dados do CODEX com dados de BAO.

Na figura 5.9 apresentamos as distribuições finais dos posteriores de todos os parâmetros ajustados pelo nosso modelo, para a análise baseada apenas nos dados da contagem de aglomerados CODEX e para a análise conjunta com os dados de BAO.

Os valores de melhor ajuste, média e incerteza correspondendo ao intervalo de 68% são mostrados na Tabela 5.2, para as duas análises realizadas. Enquanto vemos uma

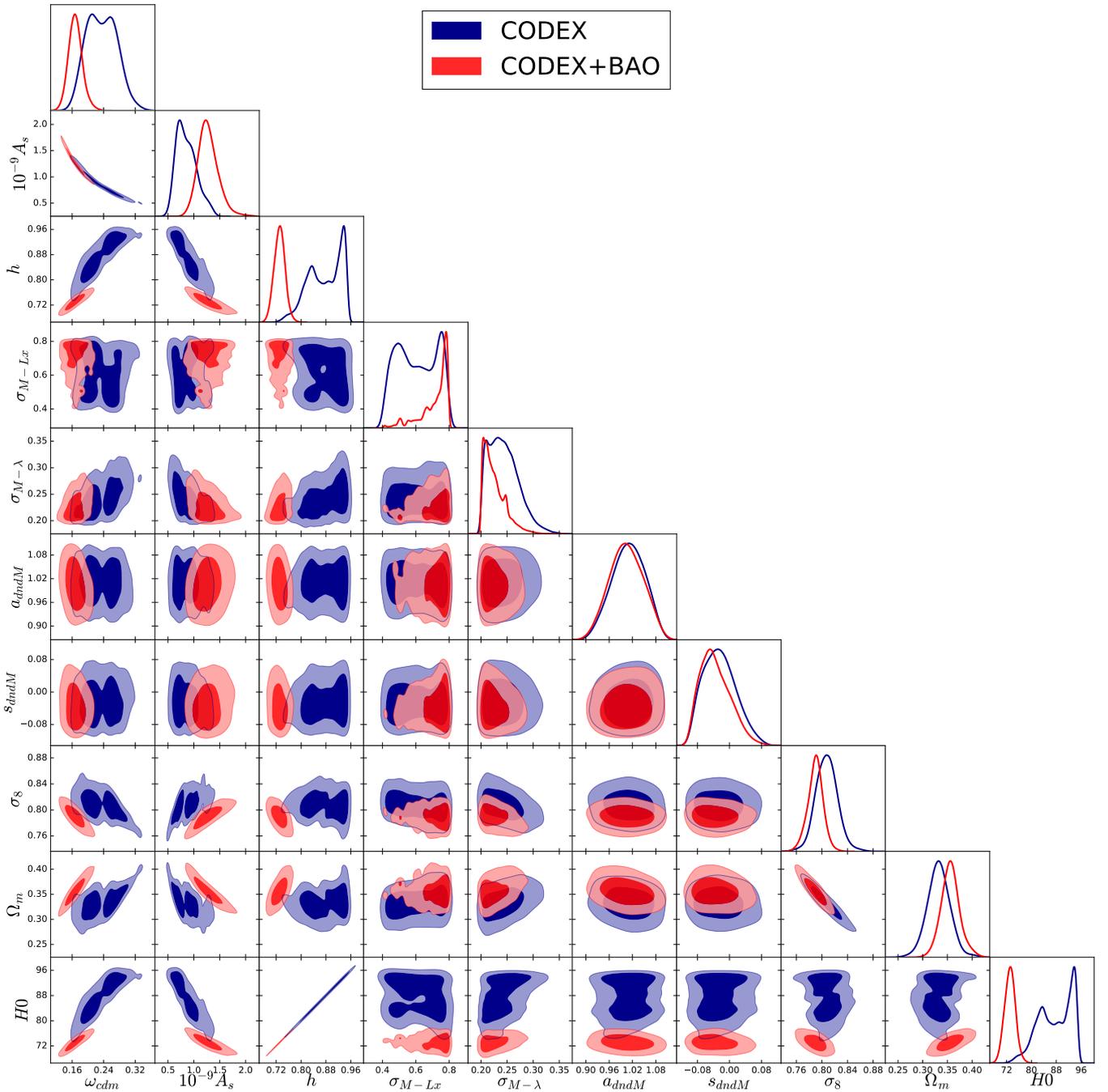


Figura 5.9: Projeções uni e bi-dimensionais das distribuições do posterior dos parâmetros ajustados, incluindo os parâmetros cosmológicos de interesse e secundários, para a análise baseada unicamente na contagem de aglomerados CODEX (contornos azuis) e para a análise combinada com dados de BAO (contornos vermelhos).

Tabela 5.2 - Resultado do ajuste sobre os parâmetros cosmológicos para a análise baseada unicamente na contagem de aglomerados CODEX e para a análise combinada com dados de BAO.

Parâmetro	CODEX			CODEX+BAO		
	Melhor ajuste	Média	1σ	Melhor ajuste	Média	1σ
ω_{cdm}	0.29	0.26	0.02	0.18	0.16	0.02
$10^9 A_s$	0.60	0.73	0.10	1.18	1.28	0.19
h	0.93	0.91	0.024	0.75	0.73	0.02
σ_{LX}	0.60	0.60	0.18	0.79	0.72	0.05
σ_λ	0.26	0.25	0.03	0.25	0.23	0.02
a_{dndM}	0.98	1.01	0.04	1.00	1.00	0.05
s_{dndM}	-0.02	-0.02	0.04	-0.05	-0.04	0.04
σ_8	0.79	0.80	0.02	0.80	0.79	0.01
Ω_m	0.36	0.34	0.02	0.36	0.36	0.02
H_0	93.3	91.0	2.4	75.0	73.1	1.8

diferença importante entre as duas análises sobre os valores de h , A_s e ω_{cdm} , evidenciando a dificuldade na obtenção da constante de Hubble a partir da contagem de aglomerados, os resultados para Ω_m e σ_8 apresentam uma boa concordância.

Os intervalos de confiança de 68% e 95% para Ω_m e σ_8 , obtidos do ajuste apenas com dados do CODEX e combinado com dados de BAO, são mostrados na Figura 5.10. Vemos que os resultados concordam entre si, e que o ganho estatístico obtido pela inclusão dos resultados de BAO é pequeno, o que pode ser concluído ao comparar a área das elipses do intervalo de confiança de cada ajuste. Ao analisar as projeções 1D, notamos que o principal ganho da análise combinada está sobre o parâmetro σ_8 .

Na figura 5.11 vemos a distribuição em *redshift* para o modelo (Eq. 5.18) de melhor ajuste encontrado, para as duas verossimilhanças adotadas, juntamente com os dados sobre a contagem de aglomerados CODEX. As abundâncias teórica e observada correspondem ao número total de aglomerados com riqueza $\lambda > 60$. Vemos que ambas as análises fornecem um ajuste aceitável.

5.3.2 Comparação com os resultados do Planck

Os resultados apresentados pela colaboração *Planck* (Planck Collaboration et al., 2014a, 2016a), determinados com base nas observações das anisotropias da temperatura e polarização da radiação cósmica de fundo, possivelmente fornecem os valores de cosmologia

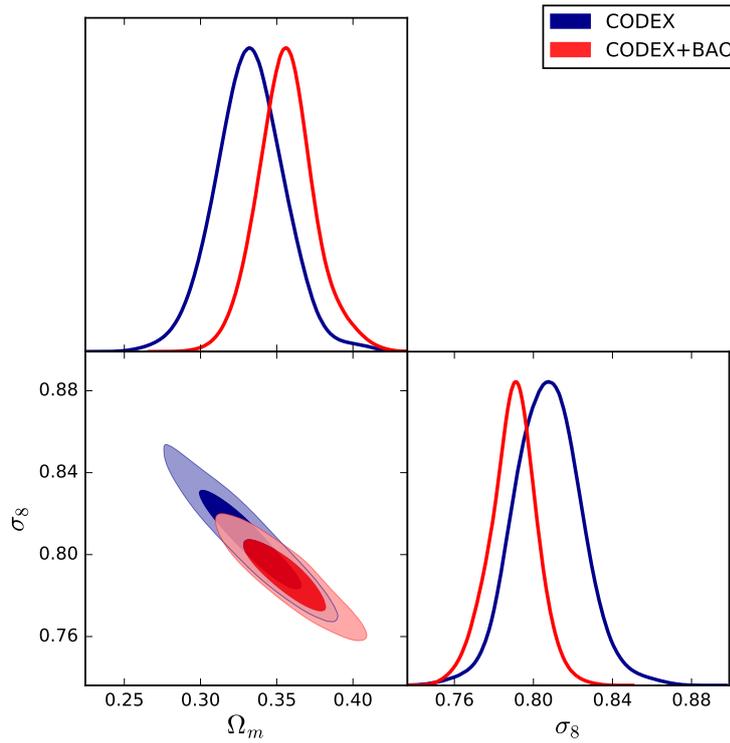


Figura 5.10: Comparação dos resultados sobre o espaço de $\Omega_m - \sigma_8$ obtidos unicamente pela contagem de aglomerados CODEX (contorno azul) e pela análise combinada com os resultados de BAO (contorno vermelho). Os contornos indicam os intervalos de 1 e 2 σ .

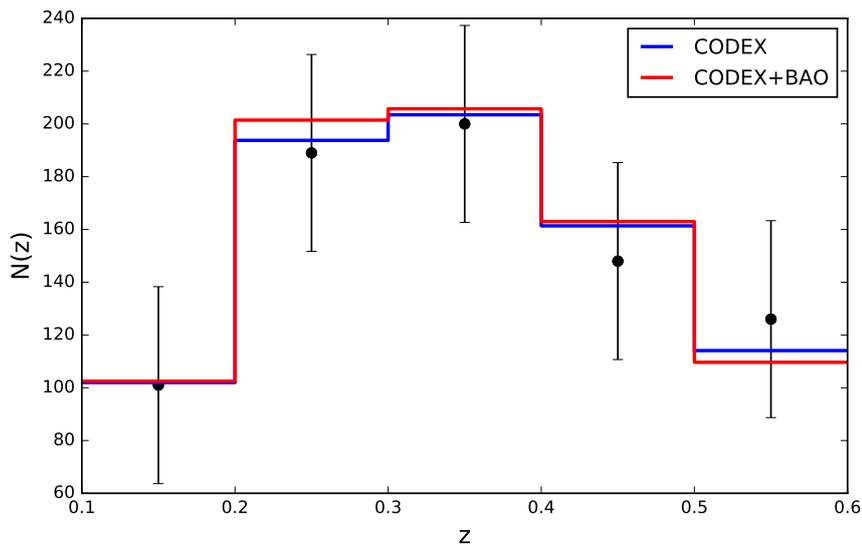


Figura 5.11: Distribuição em *redshift* do modelo de melhor ajuste sobre a contagem de aglomerados, calculado para as duas análises. A contagem observada, correspondendo aos aglomerados com $\lambda > 60$, está representada pelos pontos pretos.

mais aceitos e utilizados atualmente, sendo consistente com o modelo Λ CDM padrão espacialmente plano.

A análise do *Planck* de 2013 evidenciou tensões entre os resultados dos dados de anisotropia da CMB com outras medidas astronômicas, como dados de supernovas (Conley et al., 2011; Rest et al., 2014) e da abundância de aglomerados de galáxias (Planck Collaboration et al., 2014c; Benson et al., 2013). Em particular, o vínculo sobre σ_8 proveniente da contagem de aglomerados mostrou uma tendência para valores mais baixos, dentro do modelo Λ CDM, em comparação com a análise baseada nos dados de CMB. Se por um lado esse poderia ser um indicativo da necessidade de modificações no modelo cosmológico padrão, o conhecimento limitado sobre as relações de escala entre massa e sinal SZ dificultou a compreensão dos resultados.

Os resultados da missão completa (Planck Collaboration et al., 2016a) incluem a primeira análise dos dados de polarização, uma melhoria na análise dos dados e o tratamento de efeitos sistemáticos instrumentais. Tais resultados reforçam a conclusão de que o modelo Λ CDM descrito por seis parâmetros fornece uma descrição muito boa dos dados, incluindo dados de polarização. O melhor ajuste do *Planck* para uma cosmologia Λ CDM concorda com os resultados recentes de BAO e supernovas Tipo Ia. Por outro lado, o valor de melhor ajuste sobre a amplitude do espectro de flutuações atual, σ_8 , é mais alto que valores encontrados a partir de medidas de lentes fracas dentro do levantamento CFHTLenS (Heymans et al., 2012; Erben et al., 2013). A tensão com os resultados baseados na contagem de aglomerados (Planck Collaboration et al., 2016b) ainda existe, e apresenta diferentes graus dependendo do prior sobre o viés de massa utilizado. A causa das tensões observadas ainda é incerta, podendo ser o resultado de incertezas sistemáticas menores nos dados astrofísicos ou de efeitos cosmológicos mais importantes, como a necessidade de diferentes modelos ou mesmo o efeito tardio de bárions sobre a evolução das perturbações de densidade.

Na Figura 5.12 comparamos nosso resultado sobre os parâmetros Ω_m e σ_8 com aquele obtido a partir dos dados de CMB do *Planck* (Planck Collaboration et al., 2016a) para a análise completa (TT, TE, EE + lowP), que inclui as verossimilhanças da temperatura e da polarização de modo E para multipolos $l \geq 30$ e a verossimilhança temperatura+polarização para multipolos estendendo até 29, combinada com os dados de BAO. Mostramos na figura tanto os resultados para a contagem de aglomerados CODEX isolada quanto aquele combinado com os dados de BAO.

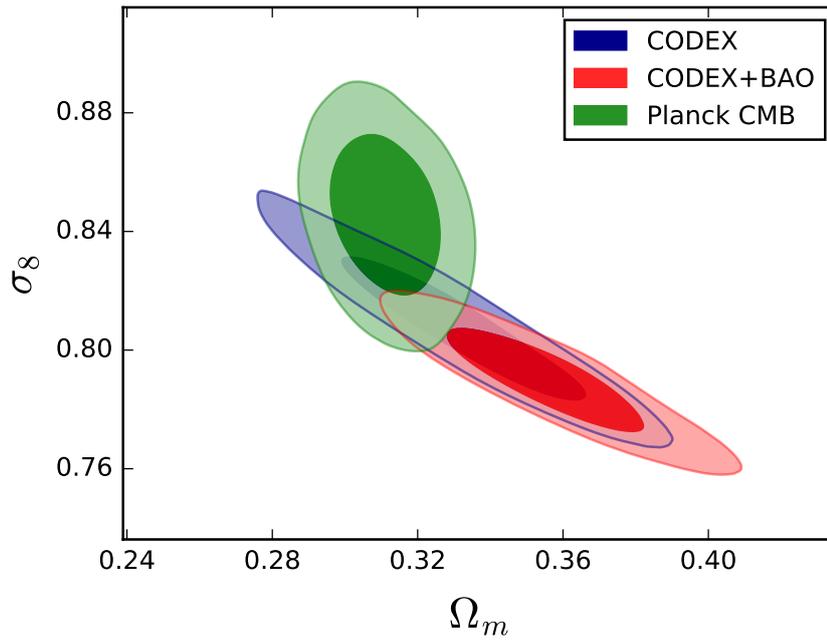


Figura 5.12: Comparativo dos intervalos de confiança sobre o plano $\Omega_m - \sigma_8$ encontrados em nossa análise, combinados ou não com os dados de BAO (contornos vermelho e azul, respectivamente), com os resultados baseados nos dados de CMB do Planck (contorno verde) (Planck Collaboration et al., 2016a).

O estudo cosmológico do *Planck* baseado na contagem de aglomerados detectados pelo sinal SZ (Planck Collaboration et al., 2016b) inclui a calibração de massa, expressa pelo fator do viés de massa, $1 - b$. Esse fator leva em conta diferenças entre a massa verdadeira e o observável utilizado para estabelecer a relação de escala. A determinação desse fator foi possível graças a disponibilidade de diferentes medidas de massa para a amostra de aglomerados, incluindo estimativas de massa de lentes e o *proxy* de massa M_{Yz} , derivado das observações do sinal SZ. A colaboração realizou o ajuste considerando três diferentes priores sobre o viés de massa, partindo dos resultados de lentes dos programas *Weighing the Giants* (WtG, von der Linden et al. 2014) e *Canadian Cluster Comparison Project* (CCCP, Hoekstra et al. 2015), e também para medidas de massa calculadas pelo efeito de lentes sobre as anisotropias na temperatura da CMB (CMBlensing, Melin & Bartlett 2015). O último permite a calibração das relações de escala usando apenas dados do *Planck*.

Na definição da verossimilhança, Planck Collaboration et al. (2016b) combinaram os dados da abundância de aglomerados com os resultados de BAO e de nucleossíntese do *Big Bang* (BBN) (Steigman, 2008), onde o último fornece o prior de $\Omega_b h^2 = 0.022 \pm 0.002$. Os valores de melhor ajuste reportados, para as diferentes calibrações de massa, são: $\Omega_m = 0.34 \pm 0.03$, $\sigma_8 = 0.78 \pm 0.03$ quando adotado o prior do WtG; $\Omega_m = 0.33 \pm 0.03$,

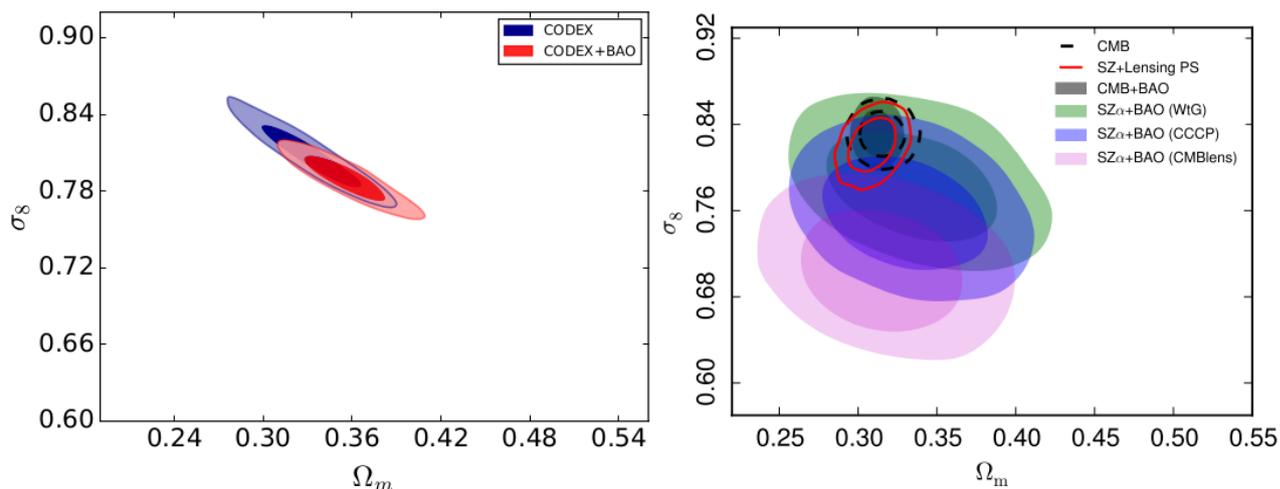


Figura 5.13: Resultados sobre $\Omega_m - \sigma_8$. A figura da esquerda mostra os resultados para a contagem de aglomerados CODEX, combinada ou não com dados de BAO, e a figura da direita apresenta os melhores ajustes do *Planck* para as diferentes análise (CMB, contagem de aglomerados e espectro de potência de lentes). (A figura da esquerda foi extraída de Planck Collaboration et al. 2016b)

$\sigma_8 = 0.76 \pm 0.03$ para o prior do CCCP; $\Omega_m = 0.32 \pm 0.03$, $\sigma_8 = 0.71 \pm 0.03$ para o prior de CMBLensing. A principal fonte de incerteza vem da calibração de massa, que é dificultada pela diferença de até 30% entre os diferentes priores adotados.

Na Figura 5.13 mostramos os contornos de 68% e 95% sobre $\Omega_m - \sigma_8$ extraídos do ajuste de aglomerados CODEX, incluindo ou não os dados de BAO, ao lado dos diferentes resultados da colaboração *Planck*, sendo esses: os resultados para a análise da abundância de aglomerados com diferentes priores sobre o viés de massa; resultados de CMB (TT, TE, EE + lowP) incluindo ou não dados de BAO; resultados da análise conjunta da abundância de aglomerados com o espectro de potência de lentes (Planck Collaboration et al., 2016c). Ao analisarmos o gráfico, notamos a tendência dos dados para a contagem de aglomerados SZ em fornecer vínculos sobre σ_8 com valores mais baixos, em comparação com o resultado de CMB.

A colaboração WtG (Mantz et al., 2015) realizou um estudo da contagem de aglomerados para uma amostra selecionada em raio x , encontrando um resultado para σ_8 em bom acordo com os resultados do *Planck* de CMB, para uma cosmologia Λ CDM. Em sua análise, a colaboração WtG utilizou sua própria calibração de massa baseada nos dados de lentes fracas. A concordância encontrada com os resultados de CMB indica a possibilidade de que exista um erro sistemático nas relações de escala para aglomerados selecionados em SZ, em comparação com aglomerados selecionados em raio x , e um possível viés na calibração de

massa. O resultado de nossa análise utilizando exclusivamente dados do CODEX também mostra uma concordância dentro de 1σ com os resultados de CMB do *Planck*, indo na direção da ideia de que podem haver erros sistemáticos sobre os aglomerados selecionados em SZ que não afetam a seleção em raio x .

5.4 Conclusões

Nesse capítulo apresentamos as diferentes etapas envolvidas na primeira análise cosmológica da amostra CODEX. Os resultados e conclusões são preliminares e serão refinados dentro dos próximos meses para publicação.

O primeiro passo foi o modelamento detalhado da função de seleção da amostra. Diferentemente de outros levantamentos, que derivaram a função de seleção partindo exclusivamente da luminosidade em raio x , nossa abordagem se inicia pela contagem de fótons observada e inclui a informação óptica sobre a riqueza dos sistemas. Através de simulações foi possível estudar a probabilidade de detecção de objetos dentro do levantamento CODEX em função da contagem de fótons, massa e *redshift*. Esse estudo cuidadoso acerca da função de seleção permitiu o uso moderno de dados do RASS em uma análise relevante e com resultados significativos.

Por se tratar de uma seleção feita tanto em raio x quanto no óptico, através do corte em riqueza, o efeito de ambos teve de ser levado em conta. Sendo a riqueza uma grandeza correlacionada tanto com a massa quanto com a luminosidade em raio x , introduzimos um termo que leva em conta essa correlação e a influência do corte na riqueza sobre a função de seleção.

O formalismo desenvolvida para o CODEX será de grande utilidade para o levantamento eROSITA, já que a abordagem será feita em termos da contagem de fótons.

Até o presente momento, estudamos a relação massa-riqueza para dois conjuntos de dados: no primeiro, as estimativas de riqueza foram baseadas em dados do SDSS, e no segundo em dados do CFHT. Em ambos os casos, as estimativas individuais de massa foram determinadas através da análise de lentes fracas com dados do CFHT.

Descrevendo a relação por uma lei de potência onde amplitude, índice e espalhamento em massa são parâmetros livres, encontramos resultados coerentes entre as duas amostras para o índice da lei de potência, sendo igual a 1.24 para as riquezas do CFHT e 1.21 para o

SDSS. É importante notar, entretanto, que utilizamos um prior informativo sobre o índice, baseado em resultados da literatura. Com relação à amplitude, encontramos resultados marginalmente compatíveis no nível de 2σ . Ao analisar a distribuição dos aglomerados em função da massa e riqueza, vemos que essa diferença no valor da amplitude é esperada, já que para uma massa fixa, os dados do SDSS fornecem estimativas de riqueza mais alta em comparação com os dados do CFHT.

Comparando nossos resultados com a relação obtida por Melchior et al. (2016) para dados do DES em $0.2 \leq z \leq 0.8$, vemos que estes concordam dentro de 1σ tanto para a amplitude quanto para o índice da lei de potência, para ambas as amostras do SDSS e do CFHT.

O índice da lei de potência encontrado na análise de Simet et al. (2017), realizada para dados do SDSS em $0.1 \leq z \leq 0.3$, foi utilizado em nossa análise como prior sobre esse parâmetro. Embora os resultados sejam compatíveis dentro de 1σ , vemos que nossos dados mostram uma tendência para valores mais baixos que aquele encontrado por Simet et al. (2017). Já os valores de amplitude são marginalmente compatíveis com nosso resultado sobre a amostra CFHT dentro de 2σ . Para a amostra SDSS, o resultado sobre a amplitude apresenta uma maior coerência, estando dentro de 1σ .

Uma possível explicação para as tensões no nível de 2σ relatadas acima pode ser a profundidade rasa dos dados do SDSS em comparação com dados do CFHT, especialmente em $z > 0.3$. Para objetos mais distantes com observações pouco profundas, a estimativa de riqueza calculada pelo *redMaPPer* passa a ser dominada por uma extrapolação baseada na função de luminosidade. O número real de galáxias observadas não é conhecido, uma vez que a maior parte das galáxias de um dado aglomerado em alto *redshift* são mais fracas que o limiar de detecção. Tal incerteza nas estimativas de riqueza pode causar um viés na relação massa-riqueza derivada, uma vez que observamos valores de riqueza sistematicamente mais altos em comparação com as estimativas provenientes de dados mais profundos.

Partindo do modelo para a função de seleção e da relação massa-riqueza determinados para o CODEX, nossa análise final envolveu a obtenção de vínculos sobre parâmetros cosmológicos, em particular para Ω_m e σ_8 , com base na contagem de aglomerados. Adotamos uma verossimilhança bidimensional, no espaço de *redshift* e riqueza, e exploramos o espaço de parâmetros com um algoritmo de MCMC. Como a contagem de aglomerados

não é uma técnica sensível à todos os parâmetros cosmológicos, realizamos parte da análise utilizando os resultados de estudos de BAO, sendo o ultimo particularmente importante para a determinação do parâmetro H_0 .

Os resultados derivadas a partir da verossimilhança combinada com os dados de BAO concordam com aqueles baseados apenas nos dados do CODEX. Observamos que a área dos intervalos de confiança sobre $\Omega_m - \sigma_8$ não apresenta significativa diminuição quando incluímos os dados de BAO, indicando que o poder estatístico dos dados de BAO sobre Ω_m e σ_8 é menor que os dados de aglomerados. A inclusão dos dados de BAO apresenta o maior impacto sobre H_0 , conforme esperado (Tab. 5.2).

O resultado preliminar para os valores de melhor ajuste de σ_8 e Ω_m concorda com os valores esperados dentro do modelo Λ CDM plano. A análise baseada apenas na contagem de aglomerados CODEX apresenta concordância com os resultados de CMB obtidos pela colaboração *Planck* (Planck Collaboration et al., 2016a) para ambos os parâmetros dentro de 1σ . Já os resultados derivados da verossimilhança combinada com dados de BAO tendem para valores de σ_8 menores e valores de Ω_m maiores, concordando com os valores provenientes dos dados de CMB dentro de 2σ .

Uma comparação dos nossos resultados sobre σ_8 e Ω_m com os resultados do *Planck* para a contagem de aglomerados SZ mostra um bom acordo sobre o parâmetro Ω_m , concordando dentro de 1σ para as diferentes análises realizadas por ambos os estudos. Com relação à σ_8 , temos uma concordância dentro de 1σ entre os resultados CODEX e CODEX+BAO com os resultados *Planck* WtG e CCCP, e um acordo no nível de 2σ com o resultado que utiliza o prior para a calibração de massa proveniente do CMBensing.

De maneira geral, nossos resultados sobre σ_8 mostram uma tendência para valores mais baixos em comparação com os resultados do *Planck* de CMB, seguindo na mesma direção dos resultados do *Planck* para a contagem de aglomerados SZ. Não é claro, porém, se tal resultado de fato indica uma tensão entre resultados para abundância de aglomerados e dados de CMB, uma vez que na análise envolvendo apenas os dados CODEX encontramos um acordo dentro de 1σ .

Uma questão em aberto para que possamos chegar à uma conclusão quantitativa acerca de uma possível tensão com relação aos resultados de CMB é o quanto a calibração de massa pode afetar nossos resultados. Vimos pelos diferentes resultados do *Planck* para a contagem de aglomerados SZ que o prior sobre o viés de massa altera o nível de tensão com

os resultados de CMB. Como continuidade da análise pretendemos determinar e incluir a calibração de massa, e analisar o quanto nossos resultados serão alterados.

Os contornos encontrado na análise cosmológica (Figs. 5.12, 5.13) indicam que os dados do CODEX tem potencial para fornecer resultados precisos, estatisticamente significativos em comparação com outros resultados da literatura (e.g. Planck Collaboration et al. 2016a,b). Por outro lado, a acurácia dos resultados pode ser afetada pela incerteza nas estimativas da riqueza. Fica claro pela Figura 5.5 que existe um deslocamento considerável entre as relações encontradas a partir das riqueza derivadas dos dados do SDSS e CFHT. Essa diferença pode afetar de maneira não-desprezível os resultados da análise cosmológica, uma vez que a verossimilhança do ajuste é baseada em intervalos de riqueza e o modelo teórico utiliza a relação massa-riqueza.

Perspectivas

O trabalho apresentado nessa tese envolveu diferentes análises baseadas em amostras de aglomerados de galáxias do levantamento CODEX. As principais técnicas utilizadas foram lentes gravitacionais fracas e a estatística *Bayesiana*, aplicadas sobre um conjunto de dados astronômicos no óptico.

Na primeira etapa, apresentada no Capítulo 4, analisamos o perfil de cisalhamento combinado de 27 aglomerados de alta riqueza ($\lambda \geq 60$) e em *redshift* $z \geq 0.4$. Esse dados nos permitiram determinar os parâmetros ligados ao perfil de densidade de massa superficial, M_{200c} e c_{200c} , assumindo para tal um perfil universal do tipo NFW. A informação acerca da melhor relação massa-concentração descrevendo os dados foi utilizada posteriormente para estimar as massas individuais dos aglomerados por lentes fracas. Ao comparar nossos resultados sobre a relação $M - c$ com outros estudos observacionais em *redshifts* mais baixos, não foi possível identificar uma evolução da relação. Estudos futuros sobre a relação $M - c$ para altos *redshifts* ($z > 0.5$) poderão se beneficiar do vínculo encontrado em nossa análise para $\bar{z} = 0.5$, fornecendo um maior esclarecimento sobre a evolução da relação. Além disso, estudos extensos com maior qualidade de dados fotométricos, como por exemplo o levantamento J-PAS, poderão aumentar a precisão dos resultados.

Na segunda parte da análise, descrita no Capítulo 5, buscamos obter vínculos sobre parâmetros cosmológicos através da contagem de aglomerados CODEX. Fizeram parte dessa etapa o modelamento detalhado da função de seleção do levantamento, a determinação da relação massa-riqueza utilizando dados de lentes fracas e por fim o ajuste de parâmetros cosmológicos, em específico σ_8 e Ω_M , utilizando para tal as informações e resultados obtidas nas etapas anteriores.

A continuidade do trabalho acontece principalmente na direção de melhorar a acurácia

dos resultados apresentados na segunda parte da análise. A amostra de aglomerados que conta com estimativas de riqueza derivadas a partir de dados do CFHT é pequena, não sendo estatisticamente significativa para o ajuste de parâmetros cosmológicos. Até o presente momento, conduzimos a análise cosmológica baseada nos dados do SDSS, porém sabemos que existe uma certa tensão entre as estimativas de riqueza obtidas pelos dados do CFHT e do SDSS, em especial para dados em alto *redshift*, e conseqüentemente entre as relações massa-riqueza derivadas das duas amostras (Sec. 5.2).

Diversos aglomerados CODEX possuem observações dentro do programa CFHTLenS. O trabalho que está sendo realizado nesse momento por colaboradores é a obtenção de novas estimativas de riqueza para tais sistemas. Uma vez que essas estimativas estejam disponíveis, utilizaremos as mesmas rotinas descritas nas Seções 5.2 e 5.3 para encontrar uma nova relação massa-riqueza e realizar um novo ajuste sobre os parâmetros cosmológicos. Esperamos desse modo aumentar a acurácia dos nossos resultados ao remover eventuais erros sistemáticos derivados das estimativas de riqueza com dados do SDSS e também melhorar um pouco sua precisão, por usar uma medida de riqueza menos ruidosa.

Devido à grande sobreposição entre as áreas do CODEX e do *Planck*, temos dados do sinal SZ disponível para nossos aglomerados, e atualmente temos um colaborador do CODEX trabalhando com os dados do *Planck*. Dentro do nosso trabalho, uma possibilidade é utilizar os dados disponíveis de SZ em conjunto com as massas de lentes fracas e estimativas de riqueza, a fim de obter um entendimento sobre a calibração de massa para nossa amostra, e incluir o fator do viés de massa na verossimilhança do nosso modelo cosmológico.

A informação proveniente dos dados do *Planck* também é de interesse para o estudo sobre o erro de centralização dos aglomerados, permitindo a comparação com nossos resultados apresentados no Cap. 4. Na mesma direção, os dados complementares obtidos para uma sub-amostra de aglomerados com o telescópio CHANDRA também fornecerá informações de centralização sob uma abordagem distinta.

Os resultados da análise cosmológica serão publicados em um artigo nos próximos meses, onde serei primeira autora. A relação massa-riqueza entrará na publicação de Brimiouille, Gruen, Cibirka et al. em preparação.

Outra possibilidade fornecida pelos dados do CODEX é a obtenção de vínculos cosmológicos a partir da função de luminosidade em raio x , onde utilizaremos as medidas de

L_X como observável ao invés da estimativa de riqueza. Para essa análise, será necessária a determinação da relação de escala entre massa e luminosidade em raio x , baseada principalmente nos dados do RASS. Utilizaremos para esse estudo as rotinas já desenvolvidas para a análise baseada na riqueza, fazendo as alterações necessárias sobre o observável adotado.

O objetivo final do levantamento CODEX é a obtenção de vínculos sobre a energia escura. Entretanto, diante do exposto nos capítulos anteriores, sabemos que a principal contribuição da contagem de aglomerados acontece sobre a determinação dos parâmetros Ω_m e σ_8 . A assinatura observacional da energia escura é observada através da mudança na escala de distância e modificação do crescimento de estruturas. A função de massa dos aglomerados é sensível à ambos efeitos, porém, o efeito causado por mudanças sobre o parâmetro de energia escura pode se confundir com desvios em σ_8 , para um dado *redshift*. Uma forma de quebrar tal degenerescência é através da evolução da função de massa, uma vez que os desvios observados em alto e baixo *redshift* causado por cada um dos parâmetros é diferente (por exemplo, em $z = 0.6$ e $z = 0.2$). Também através da combinação de diferentes métodos é possível identificar o efeito da energia escura; ao combinar dados de BAO para o mesmo intervalo de *redshift*, podemos separar os vínculos sobre o crescimento de estruturas das mudanças na geometria.

O ponto crucial para realizar a análise com foco na obtenção de vínculos sobre energia escura é a precisão estatística na determinação da função de massa. A análise baseada na evolução da função de massa para o CODEX será realizada pela comparação entre os *redshifts* ~ 0.25 e ~ 0.55 . Para o número de aglomerados disponíveis, a precisão que conseguimos alcançar é de $\sim 7\%$ sobre a função de massa. A determinação das relações de escala utilizadas no modelo deve alcançar uma precisão estatística de $\sim 4\%$ sobre a amplitude, para que a precisão sobre a função de massa final não seja deteriorada. Para que essa precisão seja alcançada, estimamos a necessidade de se ter 25 aglomerados por intervalo de *redshifts* e riqueza com dados multi-banda. As observações complementares do CFHT não atingiram esse número, mas esperamos um aumento significativo da amostra CFHT com a inclusão dos sistemas observados pelo programa CFHTLenS.

Referências Bibliográficas

Aihara H., et al., 2011, ApJS, 193, 29

Allen S. W., Schmidt R. W., Ebeling H., Fabian A. C., van Speybroeck L., 2004, MNRAS, 353, 457

Allen S. W., Evrard A. E., Mantz A. B., 2011, ARA&A, 49, 409

Anderson L., et al., 2014, MNRAS, 441, 24

Andreon S., Hurn M. A., 2010, MNRAS, 404, 1922

Andreon S., Congdon P., 2014, A&A, 568, A23

Applegate D. E., et al., 2014, MNRAS, 439, 48

Ascasibar Y., Hoffman Y., Gottlöber S., 2007, MNRAS, 376, 393

Audren B., Lesgourgues J., Benabed K., Prunet S., 2013, JCAP, 2, 001

Bahcall N. A., Fan X., 1998, ApJ, 504, 1

Bahcall N. A., et al., 2003, ApJ, 585, 182

Bardeen J. M., Bond J. R., Kaiser N., Szalay A. S., 1986, ApJ, 304, 15

Bartelmann M., Narayan R., Seitz S., Schneider P., 1996, ApJ, 464, L115

Bartelmann M., Schneider P., 2001, PhR, 340, 291

Bartelmann M., Limousin M., Meneghetti M., Schmidt R., 2013, SSRv, 177, 3

- An Essay towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances. *Philosophical Transactions* 53 (1763), 370–418
- Becker M. R., Kravtsov A. V., 2011, *ApJ*, 740, 25
- Behroozi P. S., Wechsler R. H., Wu H.-Y., 2013, *ApJ*, 762, 109
- Bender R., et al., 2001, *defi.conf*, 96
- Benson B. A., et al., 2013, *ApJ*, 763, 147
- Bertin E., Arnouts S., 1996, *A&AS*, 117, 393
- Bertin E., Mellier Y., Radovich M., Missonnier G., Didelon P., Morin B., 2002, *ASPC*, 281, 228
- Bertin E., 2006, *ASPC*, 351, 112
- Beutler F., et al., 2011, *MNRAS*, 416, 3017
- Bhattacharya S., Heitmann K., White M., Lukić Z., Wagner C., Habib S., 2011, *ApJ*, 732, 122
- Bhattacharya S., Habib S., Heitmann K., Vikhlinin A., 2013, *ApJ*, 766, 32
- Bielby R., et al., 2012, *A&A*, 545, A23
- Binney J., Tremaine S., 1987, *gady.book*,
- Blumenthal G. R., Faber S. M., Primack J. R., Rees M. J., 1984, *Natur*, 311, 517
- Boller T., Freyberg M. J., Trümper J., Haberl F., Voges W., Nandra K., 2016, *A&A*, 588, A103
- Borgani S., Rosati P., Tozzi P., Norman C., 1999, *ApJ*, 517, 40
- Boulade O., et al., 2003, *SPIE*, 4841, 72
- Boylan-Kolchin M., Springel V., White S. D. M., Jenkins A., Lemson G., 2009, *MNRAS*, 398, 1150
- Bradač M., Lombardi M., Schneider P., 2004, *A&A*, 424, 13

- Bryan G. L., Norman M. L., 1998, *ApJ*, 495, 80
- Bridle S. L., Hobson M. P., Lasenby A. N., Saunders R., 1998, *MNRAS*, 299, 895
- Bridle S. L., Kneib J.-P., Bardeau S., Gull S. F., 2002, *sgdh.conf*, 38
- Brimioulle F., Seitz S., Lerchster M., Bender R., Snigula J., 2013, *MNRAS*, 432, 1046
- Bullock J. S., Kolatt T. S., Sigad Y., Somerville R. S., Kravtsov A. V., Klypin A. A., Primack J. R., Dekel A., 2001, *MNRAS*, 321, 559
- Buote D. A., Gastaldello F., Humphrey P. J., Zappacosta L., Bullock J. S., Brighenti F., Mathews W. G., 2007, *ApJ*, 664, 123
- Cibirka N., et al., 2017, *MNRAS*, 468, 1092
- Clerc N., et al., 2016, *MNRAS*, 463, 4490
- Cole S., Kaiser N., 1989, *MNRAS*, 237, 1127
- Comerford J. M., Natarajan P., 2007, *MNRAS*, 379, 190
- Conley A., et al., 2011, *ApJS*, 192, 1
- Cooray A., Sheth R., 2002, *PhR*, 372, 1
- Correa C. A., Wyithe J. S. B., Schaye J., Duffy A. R., 2015, *MNRAS*, 452, 1217
- Covone G., Sereno M., Kilbinger M., Cardone V. F., 2014, *ApJ*, 784, L25
- Dalal N., White M., Bond J. R., Shirokov A., 2008, *ApJ*, 687, 12-21
- Dawson K. S., et al., 2016, *AJ*, 151, 44
- Diaferio A., Geller M. J., 1997, *ApJ*, 481, 633
- Diaferio A., 1999, *MNRAS*, 309, 610
- Diemer B., Kravtsov A. V., 2015, *ApJ*, 799, 108
- Dietrich J. P., Erben T., Lamer G., Schneider P., Schwöpe A., Hartlap J., Maturi M., 2007, *A&A*, 470, 821

- Dietrich J. P., et al., 2014, MNRAS, 443, 1713
- Dolag K., Bartelmann M., Perrotta F., Baccigalupi C., Moscardini L., Meneghetti M., Tormen G., 2004, A&A, 416, 853
- Doroshkevich A. G., 1970, Ap, 6, 320
- Du W., Fan Z., Shan H., Zhao G.-B., Covone G., Fu L., Kneib J.-P., 2015, ApJ, 814, 120
- Duffy A. R., Schaye J., Kay S. T., Dalla Vecchia C., 2008, MNRAS, 390, L64
- Duffy A. R., Schaye J., Kay S. T., Dalla Vecchia C., Battye R. A., Booth C. M., 2010, MNRAS, 405, 2161
- Dutton A. A., Macciò A. V., 2014, MNRAS, 441, 3359
- Dyson F. W., Eddington A. S., Davidson C., 1920, RSPTA, 220, 291
- Ebeling H., Edge A. C., Henry J. P., 2001, ApJ, 553, 668
- Einasto J., 1965, TrAlm, 5, 87
- Einasto J., Haud U., 1989, A&A, 223, 89
- Einstein A., 1916, NW, 4,
- Eke V. R., Cole S., Frenk C. S., 1996, MNRAS, 282,
- Eke V. R., Navarro J. F., Steinmetz M., 2001, ApJ, 554, 114
- Erben T., et al., 2005, AN, 326, 432
- Erben T., et al., 2009, A&A, 493, 1197
- Erben T., et al., 2013, MNRAS, 433, 2545
- Ettori S., Tozzi P., Borgani S., Rosati P., 2003, MSAIS, 3, 180
- Ettori S., Morandi A., Tozzi P., Balestra I., Borgani S., Rosati P., Lovisari L., Terenziani F., 2009, A&A, 501, 61
- Ettori S., Gastaldello F., Leccardi A., Molendi S., Rossetti M., Buote D., Meneghetti M., 2011, A&A, 526, C1

-
- Evrard A. E., et al., 2002, *ApJ*, 573, 7
- Evrard A. E., Arnault P., Huterer D., Farahi A., 2014, *MNRAS*, 441, 3562
- Fabjan D., Borgani S., Rasia E., Bonafede A., Dolag K., Murante G., Tornatore L., 2011, *MNRAS*, 416, 801
- Fabricant D., Gorenstein P., 1983, *ApJ*, 267, 535
- Fahlman G., Kaiser N., Squires G., Woods D., 1994, *ApJ*, 437, 56
- Fedeli C., 2012, *MNRAS*, 424, 1244
- Fenech Conti I., Herbonnet R., Hoekstra H., Merten J., Miller L., Viola M., 2016, arXiv, arXiv:1606.05337
- Fischer P., Tyson J. A., 1997, *AJ*, 114, 14
- Ford J., et al., 2015, *MNRAS*, 447, 1304
- Foreman-Mackey D., Hogg D. W., Lang D., Goodman J., 2013, *PASP*, 125, 306
- Gao L., White S. D. M., 2006, *MNRAS*, 373, 65
- Gao L., Navarro J. F., Cole S., Frenk C. S., White S. D. M., Springel V., Jenkins A., Neto A. F., 2008, *MNRAS*, 387, 536
- Garilli B., et al., 2014, *A&A*, 562, A23
- Gelman, A., & Rubin, D., 1992, *Stat. Sci.*, 7, 457
- Giocoli C., Meneghetti M., Ettori S., Moscardini L., 2012, *MNRAS*, 426, 1558
- Giocoli C., Tormen G., Sheth R. K., 2012, *MNRAS*, 422, 185
- Goodman, J. & Weare, J., *COMM. APP. MATH. AND COMP. SCI.* Vol. 5, No. 1, 2010
- Groener A. M., Goldberg D. M., Sereno M., 2016, *MNRAS*, 455, 892
- Gruen D., Bernstein G. M., Lam T. Y., Seitz S., 2011, *MNRAS*, 416, 1392
- Gruen D., et al., 2013, *MNRAS*, 432, 1455

- Gruen D., et al., 2014, MNRAS, 442, 1507
- Gruen D., Seitz S., Becker M. R., Friedrich O., Mana A., 2015, MNRAS, 449, 4264
- Gruen D., Brimiouille F., 2016, arXiv, arXiv:1610.01160
- Guth A. H., Pi S.-Y., 1982, PhRvL, 49, 1110
- Gunn J. E., Gott J. R., III, 1972, ApJ, 176, 1
- Guzzo L., et al., 2014, A&A, 566, A108
- Heavens A., 2009, arXiv, arXiv:0906.0664
- Harrison E. R., 1970, PhRvD, 1, 2726
- Hartlap J., Simon P., Schneider P., 2007, A&A, 464, 399
- “Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their application.” *Biometrika*, 57: 97–109.
- Heath D. J., 1977, MNRAS, 179, 351
- Henry J. P., 2000, ApJ, 534, 565
- Henry J. P., Evrard A. E., Hoekstra H., Babul A., Mahdavi A., 2009, ApJ, 691, 1307
- Heymans C., et al., 2012, MNRAS, 427, 146
- Hikage C., Mandelbaum R., Takada M., Spergel D. N., 2013, MNRAS, 435, 2345
- Hildebrandt H., et al., 2012, MNRAS, 421, 2355
- Hildebrandt H., et al., 2016, arXiv, arXiv:1606.05338
- Hoekstra H., 2003, MNRAS, 339, 1155
- Hoekstra H., Hartlap J., Hilbert S., van Uitert E., 2011, MNRAS, 412, 2095
- Hoekstra H., Mahdavi A., Babul A., Bildfell C., 2012, MNRAS, 427, 1298
- Hoekstra H., Herbonnet R., Muzzin A., Babul A., Mahdavi A., Viola M., Cacciato M., 2015, MNRAS, 449, 685

-
- Hu W., 2003, *PhRvD*, 67, 081304
- Hubble E., 1929, *PNAS*, 15, 168
- Hudson M. J., et al., 2015, *MNRAS*, 447, 298
- Ilbert O., et al., 2013, *yCat*, 355,
- Johnston D. E., et al., 2007, *arXiv*, arXiv:0709.1159
- Kaiser N., 1984, *ApJ*, 284, L9
- Kaiser N., 1986, *MNRAS*, 222, 323
- Kaiser N., Squires G., 1993, *ApJ*, 404, 441
- Kaiser N., 1995, *ApJ*, 439, L1
- Kaiser N., Squires G., Broadhurst T., 1995, *ApJ*, 449, 460
- Klypin A. A., Kopylov A. I., 1983, *SvAL*, 9, 41
- Klypin A. A., Trujillo-Gomez S., Primack J., 2011, *ApJ*, 740, 102
- Klypin A., Yepes G., Gottlober S., Prada F., Hess S., 2014, *arXiv*, arXiv:1411.4001
- Klypin A., Yepes G., Gottlöber S., Prada F., Heß S., 2016, *MNRAS*, 457, 4340
- Knebe A., et al., 2011, *MNRAS*, 415, 2293
- Kneib J.-P., et al., 2003, *ApJ*, 598, 804
- Kneib J.-P., Natarajan P., 2011, *A&ARv*, 19, 47
- Kravtsov A. V., Vikhlinin A., Nagai D., 2006, *ApJ*, 650, 128
- Kravtsov A. V., Borgani S., 2012, *ARA&A*, 50, 353
- Kuijken K., et al., 2015, *MNRAS*, 454, 3500
- Laigle C., et al., 2016, *arXiv*, arXiv:1604.02350
- LaRoque S. J., Bonamente M., Carlstrom J. E., Joy M. K., Nagai D., Reese E. D., Dawson K. S., 2006, *ApJ*, 652, 917

- Lemaître G., 1927, ASSB, 47, 49
- Lesgourgues J., 2011, arXiv, arXiv:1104.2932
- Le Fèvre O., et al., 2005, A&A, 439, 845
- Le Fèvre O., et al., 2015, A&A, 576, A79
- Levine E. S., Schulz A. E., White M., 2002, ApJ, 577, 569
- Lewis A., Challinor A., 2002, PhRvD, 66, 023531
- Lewis A., Bridle S., 2002, PhRvD, 66, 103511
- Lieu M., et al., 2016, A&A, 592, A4
- Lilly S. J., et al., 2007, ApJS, 172, 70
- 'Astronomia Extragaláctica: Notas de aula', versão 01/02/2016,
<http://www.astro.iag.usp.br/gastao/extragal/ExtraGal2016.pdf>
- Linder E. V., Jenkins A., 2003, MNRAS, 346, 573
- Lithwick Y., Dalal N., 2011, ApJ, 734, 100
- Lynden-Bell D., 1967, MNRAS, 136, 101
- Lombardi M., Bertin G., 1998, A&A, 335, 1
- Ludlow A. D., Navarro J. F., Li M., Angulo R. E., Boylan-Kolchin M., Bett P. E., 2012, MNRAS, 427, 1322
- Ludlow A. D., et al., 2013, MNRAS, 432, 1103
- Ludlow A. D., Navarro J. F., Angulo R. E., Boylan-Kolchin M., Springel V., Frenk C., White S. D. M., 2014, MNRAS, 441, 378
- Lynds R., Petrosian V., 1986, BAAS, 18, 1014
- Magnier E. A., Cuillandre J.-C., 2004, PASP, 116, 449
- Mandelbaum R., Tasitsiomi A., Seljak U., Kravtsov A. V., Wechsler R. H., 2005, MNRAS, 362, 1451

-
- Mandelbaum R., Seljak U., Cool R. J., Blanton M., Hirata C. M., Brinkmann J., 2006, MNRAS, 372, 758
- Mandelbaum R., Seljak U., Hirata C. M., 2008, JCAP, 8, 006
- Mandelbaum R., Slosar A., Baldauf T., Seljak U., Hirata C. M., Nakajima R., Reyes R., Smith R. E., 2013, MNRAS, 432, 1544
- Mantz A., Allen S. W., Rapetti D., Ebeling H., 2010, MNRAS, 406, 1759
- Mantz A. B., et al., 2015, MNRAS, 446, 2205
- Mantz A. B., Allen S. W., Morris R. G., Schmidt R. W., 2016b, MNRAS, 456, 4020
- Mantz A. B., et al., 2016a, MNRAS, 463, 3582
- Marshall P., 2006, MNRAS, 372, 1289
- Mead J. M. G., King L. J., Sijacki D., Leonard A., Puchwein E., McCarthy I. G., 2010, MNRAS, 406, 434
- Melchior P., Viola M., 2012, MNRAS, 424, 2757
- Melchior P., et al., 2016, arXiv, arXiv:1610.06890
- Melin J.-B., Bartlett J. G., 2015, A&A, 578, A21
- Mellier Y., 1999, ARA&A, 37, 127
- Meneghetti M., Rasia E., Merten J., Bellagamba F., Ettori S., Mazzotta P., Dolag K., Marri S., 2010, A&A, 514, A93
- Meneghetti M., et al., 2014, ApJ, 797, 34
- Merritt D., Graham A. W., Moore B., Diemand J., Terzić B., 2006, AJ, 132, 2685
- Merten J., et al., 2015, ApJ, 806, 4
- Metropolis, N., N., Rosenbluth, A., Rosenbluth, M., Teller, A., and Teller, E. (1953). "Equations of state calculations by fast computing machines." J. Chem. Phys., 21(6): 1087–1092.

- Miller L., et al., 2013, MNRAS, 429, 2858
- Miller L., Kitching T. D., Heymans C., Heavens A. F., van Waerbeke L., 2007, MNRAS, 382, 315
- Miralda-Escude J., 1991, ApJ, 380, 1
- Mo H. J., White S. D. M., 1996, MNRAS, 282, 347
- Mullis C. R., et al., 2004, ApJ, 607, 175
- Narayan R., Bartelmann M., 1996, astro, arXiv:astro-ph/9606001
- Navarro J. F., Frenk C. S., White S. D. M., 1996, ApJ, 462, 563
- Navarro J. F., Frenk C. S., White S. D. M., 1997, ApJ, 490, 493
- Navarro J. F., et al., 2004, MNRAS, 349, 1039
- Neto A. F., et al., 2007, MNRAS, 381, 1450
- Newman J. A., et al., 2013, ApJS, 208, 5
- Oguri M., Lee J., Suto Y., 2003, ApJ, 599, 7
- Oguri M., Takada M., Okabe N., Smith G. P., 2010, MNRAS, 405, 2215
- Oguri M., Bayliss M. B., Dahle H., Sharon K., Gladders M. D., Natarajan P., Hennawi J. F., Koester B. P., 2012, MNRAS, 420, 3213
- Okabe N., Takada M., Umetsu K., Futamase T., Smith G. P., 2010, PASJ, 62, 811
- Okabe N., Smith G. P., Umetsu K., Takada M., Futamase T., 2013, ApJ, 769, L35
- Okabe N., Smith G. P., 2016, MNRAS, 461, 3794
- Paczynski B., 1987, Natur, 325, 572
- Peebles P. J. E., Daly R. A., Juszkievicz R., 1989, ApJ, 347, 563
- Peebles P. J. E., Yu J. T., 1970, ApJ, 162, 815
- Percival W. J., 2005, A&A, 443, 819

- Pickles A. J., 1998, PASP, 110, 863
- Piffaretti R., Arnaud M., Pratt G. W., Pointecouteau E., Melin J.-B., 2011, A&A, 534, A109
- Planck Collaboration, et al., 2014a, A&A, 571, A16
- Planck Collaboration, et al., 2014b, A&A, 571, A29
- Planck Collaboration, et al., 2014c, A&A, 571, A20
- Planck Collaboration, et al., 2016a, A&A, 594, A13
- Planck Collaboration, et al., 2016b, A&A, 594, A24
- Planck Collaboration, et al., 2016c, A&A, 594, A15
- Pointecouteau E., Arnaud M., Pratt G. W., 2005, A&A, 435, 1
- Postman M., Huchra J. P., Geller M. J., 1992, ApJ, 384, 404
- Postman M., et al., 2002, AAS, 34, 41.08
- Postman M., et al., 2012, ApJS, 199, 25
- Prada F., Klypin A. A., Cuesta A. J., Betancort-Rijo J. E., Primack J., 2012, MNRAS, 423, 3018
- Predehl P., 2014, AN, 335, 517
- Press W. H., Schechter P., 1974, ApJ, 187, 425
- Rasia E., et al., 2012, NJPh, 14, 055018
- Refregier A., Kacprzak T., Amara A., Bridle S., Rowe B., 2012, MNRAS, 425, 1951
- Reichert A., Böhringer H., Fassbender R., Mühlegger M., 2011, A&A, 535, A4
- Reiprich T. H., Böhringer H., 2002, ApJ, 567, 716
- Rest A., et al., 2014, ApJ, 795, 44
- Rettura A., Chary R., Krick J., Etori S., 2017, arXiv, arXiv:1705.00037

- Rines K., Diaferio A., 2006, *AJ*, 132, 1275
- Rosati P., Borgani S., Norman C., 2002, *ARA&A*, 40, 539
- Ross A. J., Samushia L., Howlett C., Percival W. J., Burden A., Manera M., 2015, *MNRAS*, 449, 835
- Rozo E., et al., 2010, *ApJ*, 708, 645
- Rozo E., Rykoff E. S., 2014, *ApJ*, 783, 80
- Rozo E., Rykoff E. S., Bartlett J. G., Melin J.-B., 2015, *MNRAS*, 450, 592
- Rykoff E. S., et al., 2008, *MNRAS*, 387, L28
- Rykoff E. S., et al., 2012, *ApJ*, 746, 178
- Rykoff E. S., et al., 2014, *ApJ*, 785, 104
- Rykoff E. S., et al., 2016, arXiv, arXiv:1601.00621
- Saro A., et al., 2015, *MNRAS*, 454, 2305
- Schechter P., 1976, *ApJ*, 203, 297
- Schirmer M., 2013, *ApJS*, 209, 21
- Schmidt R. W., Allen S. W., 2007, *MNRAS*, 379, 209
- Schneider P., 1995, *A&A*, 302, 639
- Schneider P., 1996, *MNRAS*, 283, 837
- Schneider P., King L., Erben T., 2000, *A&A*, 353, 41
- Schneider P., 2005, astro, arXiv:astro-ph/0509252
- Seljak U., 2000, *MNRAS*, 318, 203
- Seljak U., Warren M. S., 2004, *MNRAS*, 355, 129
- Sereno M., Covone G., 2013, *MNRAS*, 434, 878
- Sereno M., Ettori S., 2014, arXiv, arXiv:1407.7868

-
- Sereno M., Ettori S., 2015, *MNRAS*, 450, 3633
- Sereno M., Giocoli C., Ettori S., Moscardini L., 2015, *MNRAS*, 449, 2024
- Sheth R. K., Tormen G., 1999, *MNRAS*, 308, 119
- da Silva A. C., Kay S. T., Liddle A. R., Thomas P. A., 2004, *MNRAS*, 348, 1401
- Simet M., McClintock T., Mandelbaum R., Rozo E., Rykoff E., Sheldon E., Wechsler R. H., 2017, *MNRAS*, 466, 3103
- Skrutskie M. F., et al., 2006, *AJ*, 131, 1163
- Soucail G., Mellier Y., Fort B., Mathez G., Cailloux M., 1987, *Msngr*, 50, 5
- Spergel D. N., et al., 2003, *ApJS*, 148, 175
- Springel V., 2005, *MNRAS*, 364, 1105
- Springel V., et al., 2005, *Natur*, 435, 629
- Stadel J. G., 2001, *PhDT*, 3657
- Stanek R., Rasia E., Evrard A. E., Pearce F., Gazzola L., 2010, *ApJ*, 715, 1508
- Steigman G., 2008, *arXiv*, arXiv:0807.3004
- Subramanian K., Cen R., Ostriker J. P., 2000, *ApJ*, 538, 528
- Syer D., White S. D. M., 1998, *MNRAS*, 293, 337
- Taylor A., Joachimi B., Kitching T., 2013, *MNRAS*, 432, 1928
- Tasca L. A. M., et al., 2016, *arXiv*, arXiv:1602.01842
- Tegmark M., et al., 2004, *PhRvD*, 69, 103501
- Tinker J., Kravtsov A. V., Klypin A., Abazajian K., Warren M., Yepes G., Gottlöber S., Holz D. E., 2008, *ApJ*, 688, 709-728
- Tinker J. L., Robertson B. E., Kravtsov A. V., Klypin A., Warren M. S., Yepes G., Gottlöber S., 2010, *ApJ*, 724, 878

- Umetsu K., Broadhurst T., Zitrin A., Medezinski E., Coe D., Postman M., 2011, *ApJ*, 738, 41
- Umetsu K., et al., 2014, *ApJ*, 795, 163
- Umetsu K., Zitrin A., Gruen D., Merten J., Donahue M., Postman M., 2016, *ApJ*, 821, 116
- van den Bosch F. C., Weinmann S. M., Yang X., Mo H. J., Li C., Jing Y. P., 2005, *MNRAS*, 361, 1203
- van Uitert E., Gilbank D. G., Hoekstra H., Semboloni E., Gladders M. D., Yee H. K. C., 2016, *A&A*, 586, A43
- von der Linden A., et al., 2014, *MNRAS*, 439, 2
- Velander M., et al., 2014, *MNRAS*, 437, 2111
- Vikhlinin A., et al., 2009, *ApJ*, 692, 1060
- Vikhlinin A., et al., 2009, *ApJ*, 692, 1033
- Vitorelli A., 2015, Msc dissertation, Univ. of Sao Paulo
- Voges W., et al., 1999, *A&A*, 349, 389
- Voit G. M., 2005, *RvMP*, 77, 207
- Vogelsberger M., et al., 2014, *MNRAS*, 444, 1518
- Walsh D., Carswell R. F., Weymann R. J., 1979, *Natur*, 279, 381
- Wang L., Steinhardt P. J., 1998, *ApJ*, 508, 483
- Wang J., White S. D. M., 2009, *MNRAS*, 396, 709
- Wechsler R. H., Zentner A. R., Bullock J. S., Kravtsov A. V., Allgood B., 2006, *ApJ*, 652, 71
- Weller J., Battye R. A., Kneissl R., 2002, *PhRvL*, 88, 231301
- White S. D. M., Davis M., Efstathiou G., Frenk C. S., 1987, *Natur*, 330, 451

-
- White S. D. M., Efstathiou G., Frenk C. S., 1993, *MNRAS*, 262, 1023
- Wojtak R., Lokas E. L., 2010, *MNRAS*, 408, 2442
- Wright C. O., Brainerd T. G., 2000, *ApJ*, 534, 34
- Wu H.-Y., Rozo E., Wechsler R. H., 2008, *ApJ*, 688, 729-741
- Xue Y.-J., Wu X.-P., 2000, *A&A*, 360, L43
- Zeldovich Y. B., 1972, *MNRAS*, 160, 1P
- Zitrin A., Bartelmann M., Umetsu K., Oguri M., Broadhurst T., 2012, *MNRAS*, 426, 2944
- Zhang Y.-Y., Finoguenov A., Böhringer H., Ikebe Y., Matsushita K., Schuecker P., 2004, *A&A*, 413, 49
- Zhao D. H., Mo H. J., Jing Y. P., Börner G., 2003, *MNRAS*, 339, 12
- Zhao D. H., Jing Y. P., Mo H. J., Börner G., 2009, *ApJ*, 707, 354
- Zwicky F., 1937, *PhRv*, 51, 290

Apêndice

Propriedades da população de galáxias de fundo

Nesta seção apresentamos as propriedades da população de fundo selecionada pelos métodos da árvore de decisão cor-magnitude e da estimativa pontual do *redshift* fotométrico, para cada aglomerado na Tabela A.1. Nota-se que a árvore de decisão cor-magnitude fornece valores mais altos da eficiência de lentes β e para o *redshift* mediano das fontes, enquanto o número (N_{bg}) e a densidade ponderada (N_{eff}) de galáxias de fundo é menor em comparação com o método do photo-z. Esses números refletem os critérios bastante conservadores adotados para o método da árvore de decisão, a fim de controlar melhor as incertezas sistemáticas decorrentes da contaminação por galáxias membro do aglomerado e do plano de frente.

Tabela A.1 - Propriedades da população de fundo para a amostra *stacked weak lensing* de aglomerados CODEX.

		Árvore de decisão cor-magnitude				Estimativa pontual do photo-z			
ID	z_{cl}	N_{bg}	N_{eff}	\widetilde{z}_{bg}	$\overline{\beta}_{eff}$	N_{bg}	N_{eff}	\widetilde{z}_{bg}	$\overline{\beta}_{eff}$
12451	0.58	14516	4.86	1.13	0.41	22407	7.62	1.02	0.36
24865	0.49	18228	5.62	1.02	0.45	25339	7.88	0.88	0.40
24872	0.40	14924	5.27	0.96	0.51	25832	9.10	0.86	0.46
24877	0.59	9795	3.27	1.13	0.40	18017	6.25	0.95	0.33
24981	0.51	16197	4.92	1.04	0.52	26000	7.98	0.89	0.48
25424	0.51	27563	8.52	1.11	0.45	39530	12.27	0.96	0.42
25953	0.48	24892	6.81	1.04	0.46	37064	10.21	0.9	0.42
27940	0.45	16673	5.20	0.96	0.46	22644	7.14	0.87	0.42
27974	0.47	20410	7.73	1.04	0.46	28729	10.91	0.89	0.42
29283	0.55	15434	5.63	1.09	0.43	24211	8.92	0.96	0.37
29284	0.55	15344	5.60	1.10	0.43	22420	8.26	0.98	0.38
29811	0.49	25856	7.91	1.10	0.46	34838	10.72	0.92	0.42
35361	0.41	27783	7.37	1.01	0.51	49141	13.05	0.88	0.47
35399	0.52	19317	5.64	1.10	0.44	29637	8.69	0.94	0.40
36818	0.58	12931	5.78	1.14	0.42	18080	8.17	1.01	0.37
37098	0.54	10114	3.48	1.11	0.43	14501	5.07	0.95	0.38
41843	0.43	19126	5.70	0.97	0.49	29030	8.71	0.87	0.44
43403	0.42	23692	7.85	1.02	0.50	34369	11.52	0.87	0.46
46649	0.62	13956	4.25	1.19	0.40	30498	9.53	0.95	0.30
47981	0.54	10846	4.29	1.13	0.44	14002	5.66	0.95	0.37
50492	0.53	15195	4.69	1.11	0.43	24163	8.70	0.87	0.41
50514	0.47	18150	6.41	0.99	0.45	22437	7.03	0.95	0.38
52480	0.56	10693	3.26	1.10	0.41	17670	5.53	0.94	0.35
54795	0.43	19774	5.98	0.98	0.49	27909	8.54	0.87	0.45
55181	0.55	16741	4.58	1.11	0.44	24069	6.75	0.97	0.38
59915	0.47	25855	6.88	1.03	0.46	36966	9.90	0.89	0.42
64232	0.53	12477	2.97	1.10	0.43	22906	5.56	0.9	0.37

Apêndice B

Informações observacionais

Apresentamos a seguir as propriedades observacionais da amostra CODEX de lentes fracas observada com o CFHT.

Tabela B.1 - Propriedades observacionais da sub-amostra de WL do CODEX. Os campos 24877 e 29284 possuem um aglomerado secundário, 24872 e 29283 respectivamente.

ID	Filtor	Seeing	N. de exp.	Tempo de exp.	m_{lim}
12451	g.MP9401	1.08	05	1050.91	25.12
12451	i.MP9702	0.61	15	8403.23	24.89
12451	r.MP9601	0.94	09	2491.80	25.01
12451	u.MP9301	0.83	05	2601.08	25.20
12451	z.MP9801	1.04	02	1080.51	22.56
24865	g.MP9401	0.91	06	1261.01	25.16
24865	i.MP9702	0.73	07	3921.39	24.71
24865	r.MP9601	0.75	05	1350.90	24.63
24865	u.MP9301	0.79	05	2600.98	25.24
24865	z.MP9801	0.68	03	1620.65	23.12
24877	g.MP9401	0.97	03	1020.58	25.13
24877	i.MP9702	0.84	08	4481.69	24.77
24877	r.MP9601	0.87	03	1494.46	24.81
24877	u.MP9301	1.05	05	2800.96	25.32
24877	z.MP9801	0.88	04	2240.88	23.59
24981	g.MP9401	0.65	05	1600.93	25.32
24981	i.MP9701	0.89	04	960.73	23.80
24981	i.MP9702	0.60	06	3361.26	24.59
24981	r.MP9601	0.64	12	7406.18	25.49
24981	u.MP9301	0.93	05	2600.99	25.30
24981	z.MP9801	0.81	04	1440.78	22.91
25424	g.MP9401	0.76	04	840.56	24.99
25424	i.MP9702	0.65	08	4481.58	24.73
25424	r.MP9601	0.65	05	1350.77	24.51
25424	u.MP9301	1.03	15	7802.94	25.73
25424	z.MP9801	0.46	04	2160.71	23.27

Continua na próxima página

Tabela B.1 – continuação da página anterior

25953	g.MP9401	0.91	05	1050.84	25.21
25953	i.MP9702	0.72	08	4481.55	24.92
25953	r.MP9601	0.84	04	990.68	24.58
25953	u.MP9301	0.85	04	2080.73	25.09
25953	z.MP9801	0.83	04	2160.81	23.62
27940	g.MP9401	0.68	03	1080.49	25.04
27940	i.MP9702	0.91	09	5041.67	24.77
27940	r.MP9601	0.57	03	1500.49	24.33
27940	u.MP9301	0.81	05	2860.72	25.21
27940	z.MP9801	0.86	04	2372.79	23.36
27974	g.MP9401	0.65	03	1080.46	25.01
27974	i.MP9702	0.44	08	4481.20	24.65
27974	r.MP9601	0.67	03	1500.44	24.31
27974	u.MP9301	0.82	04	2288.71	25.23
27974	z.MP9801	0.86	04	2372.81	23.29
29284	g.MP9401	1.20	06	1260.90	25.23
29284	i.MP9702	0.56	08	4481.56	24.84
29284	r.MP9601	0.76	03	930.43	24.45
29284	u.MP9301	0.90	05	2600.91	25.22
29284	z.MP9801	0.87	04	2160.60	23.24
29811	i.MP9702	0.44	06	3361.00	24.51
29811	r.MP9601	0.78	08	1981.05	24.86
29811	u.MP9301	0.84	04	2080.59	24.85
29811	z.MP9801	0.51	04	2160.57	23.26
35361	g.MP9401	0.96	05	1050.67	25.06
35361	i.MP9702	0.57	07	3921.26	24.68
35361	r.MP9601	0.94	06	1560.88	24.63
35361	u.MP9301	0.77	10	5202.05	25.49
35361	z.MP9801	0.83	04	2320.82	23.14
35399	g.MP9401	0.62	03	900.69	24.81

Continua na próxima página

Tabela B.1 – continuação da página anterior

35399	i.MP9702	0.55	08	4481.22	24.58
35399	r.MP9601	0.67	03	1380.42	24.39
35399	u.MP9301	0.94	07	3641.14	24.94
35399	z.MP9801	0.88	04	2160.70	23.35
36818	g.MP9401	0.82	03	1020.47	25.03
36818	i.MP9702	0.45	10	5601.63	24.73
36818	r.MP9601	0.88	03	1500.50	24.48
36818	u.MP9301	1.07	05	2860.87	25.29
36818	z.MP9801	0.63	10	5883.62	23.69
37098	g.MP9401	0.65	03	1020.46	25.10
37098	i.MP9702	0.70	08	4481.28	24.66
37098	r.MP9601	0.60	03	1500.41	24.69
37098	u.MP9301	0.85	05	2860.86	25.25
37098	z.MP9801	0.49	04	2372.67	23.38
41843	g.MP9401	0.71	03	1020.41	25.12
41843	i.MP9702	0.73	08	4481.31	24.90
41843	r.MP9601	0.67	06	2988.84	24.98
41843	u.MP9301	0.83	05	2800.70	25.30
41843	z.MP9801	0.67	08	4481.21	23.52
43403	g.MP9401	0.87	05	1070.61	25.06
43403	i.MP9702	0.54	08	4481.31	24.70
43403	r.MP9601	0.87	03	630.37	24.25
43403	u.MP9301	0.84	05	2600.61	25.22
43403	z.MP9801	0.41	02	1080.21	22.47
46649	g.MP9401	0.62	03	1020.34	24.76
46649	i.MP9702	0.51	09	5041.11	24.67
46649	r.MP9601	0.82	04	1992.43	24.68
46649	u.MP9301	0.79	05	2800.74	24.96
46649	z.MP9801	0.77	04	2240.51	23.44
47981	g.MP9401	1.17	03	1020.22	25.08

Continua na próxima página

Tabela B.1 – continuação da página anterior

47981	i.MP9702	0.73	09	5041.09	24.81
47981	r.MP9601	0.65	04	1992.33	24.86
47981	u.MP9301	1.21	05	2800.48	25.20
47981	z.MP9801	0.53	04	2240.44	23.27
50492	g.MP9401	0.56	03	1080.27	24.91
50492	i.MP9702	0.70	08	4481.05	24.58
50492	r.MP9601	0.42	06	3000.85	24.87
50492	u.MP9301	0.56	05	2800.69	25.16
50492	z.MP9801	0.58	04	2240.54	23.11
50514	g.MP9401	0.78	03	1020.35	25.04
50514	i.MP9702	0.72	08	4481.18	24.80
50514	r.MP9601	0.71	05	2490.61	24.67
50514	u.MP9301	0.95	05	2800.71	25.24
50514	z.MP9801	0.59	04	2240.55	23.20
52480	g.MP9401	0.79	03	900.37	25.00
52480	i.MP9702	0.76	10	5600.96	24.71
52480	r.MP9601	0.94	03	1380.30	24.56
52480	u.MP9301	0.71	05	2600.46	25.18
52480	z.MP9901	0.81	04	2240.62	22.91
54795	g.MP9401	1.13	03	1020.32	24.97
54795	i.MP9702	0.64	08	4480.77	24.55
54795	r.MP9601	0.74	03	1494.36	24.16
54795	u.MP9301	0.94	05	2800.52	25.13
54795	z.MP9801	0.70	04	2240.48	23.18
55181	g.MP9401	1.19	03	1080.28	24.94
55181	i.MP9702	0.62	08	4480.72	24.56
55181	r.MP9601	0.74	06	3000.57	24.75
55181	u.MP9301	1.18	05	2800.71	25.02
55181	z.MP9801	0.67	04	2240.35	22.99
59915	i.MP9702	0.62	08	4480.72	24.80

Continua na próxima página

Tabela B.1 – continuação da página anterior

59915	r.MP9601	0.91	03	1494.27	24.50
59915	u.MP9301	0.96	05	2800.45	25.08
59915	z.MP9801	0.76	04	2240.36	23.33
64232	g.MP9401	0.65	03	1020.23	25.05
64232	i.MP9702	0.79	06	3480.57	24.60
64232	r.MP9601	0.84	03	1494.28	24.59
64232	u.MP9301	0.90	05	2800.49	25.20
64232	z.MP9801	0.74	04	2240.38	23.17

Apêndice C

Massas individuais da amostra CODEX primária

Apresentamos nesta seção os resultados das medidas de massa de lentes fracas para os aglomerados individuais da amostra primária do CODEX, juntamente com as estimativas de *redshift* e riqueza com base nos dados do SDSS do CFHT.

-

Tabela C.1 - Catálogo de massas individuais de lentes fracas para a amostra de aglomerados primária do CODEX.

CODEX ID	R.A. _{opt}	Dec _{opt}	Filtros	z_{spec}	$z_{\text{RM,SDSS}}$	$\lambda_{\text{RM,SDSS}}$	$z_{\text{RM,CFHT}}$	$\lambda_{\text{RM,CFHT}}$	$\log M_{200,\text{WL}}$ $h^{-1} M_{\odot}$
12451	08:04:39	53:25:43	ugriz	0.584	0.566	103 ± 35	0.583	46 ± 3	14.79 ^{+0.22} _{-0.33} ± 0.03
13062	12:24:51	54:19:29	griz	0.467	0.463	95 ± 15	0.467	55 ± 2	—
13390	14:14:47	54:47:04	ugriz	0.618	0.623	153 ± 69	-	-	15.03 ^{+0.27} _{-0.44} ± 0.03
16566	08:42:31	47:49:19	ugriz	0.382	0.368	108 ± 7	0.383	120 ± 3	14.61 ^{+0.20} _{-0.29} ± 0.02
18127	16:56:53	47:48:55	griz	0.491	0.507	88 ± 24	0.489	39 ± 2	14.88 ^{+0.62} _{-1.84} ± 0.03
24865	08:22:42	41:27:30	ugriz	0.486	0.477	138 ± 23	0.487	91 ± 3	14.91 ^{+0.19} _{-0.27} ± 0.03
24872	08:26:06	40:17:31	ugriz	0.402	0.391	149 ± 10	0.407	116 ± 4	14.76 ^{+0.23} _{-0.35} ± 0.02
24877	08:24:27	40:06:19	ugriz	0.592	0.539	63 ± 59	0.593	71 ± 4	15.28 ^{+0.18} _{-0.24} ± 0.03
24981	08:56:13	37:56:16	ugriz	0.411	0.411	123 ± 12	0.407	107 ± 3	14.68 ^{+0.23} _{-0.34} ± 0.02
25424	11:30:56	38:25:10	ugriz	0.509	0.513	65 ± 17	0.510	69 ± 3	14.51 ^{+0.23} _{-0.35} ± 0.02
25953	14:03:44	38:27:04	ugriz	0.478	0.484	131 ± 19	0.478	88 ± 3	14.70 ^{+0.20} _{-0.29} ± 0.03
27940	00:20:09	34:51:18	ugriz	0.449	0.46	116 ± 24	0.463	89 ± 3	14.82 ^{+0.21} _{-0.31} ± 0.03
27974	00:08:51	32:12:24	ugriz	0.475	0.491	100 ± 25	0.469	75 ± 3	14.74 ^{+0.19} _{-0.26} ± 0.03
29283	08:04:35	33:05:08	ugriz	0.549	0.536	129 ± 30	0.552	107 ± 3	15.02 ^{+0.21} _{-0.30} ± 0.03
29284	08:03:30	33:01:47	ugriz	0.550	0.557	122 ± 33	0.541	68 ± 3	14.50 ^{+0.31} _{-0.61} ± 0.03
29811	11:06:08	33:33:40	ugriz	0.488	0.495	194 ± 31	-	-	15.21 ^{+0.14} _{-0.18} ± 0.03
35361	14:56:11	30:21:04	ugriz	0.414	0.411	103 ± 9	0.411	98 ± 3	14.76 ^{+0.18} _{-0.23} ± 0.03
35399	15:03:03	27:54:58	ugriz	0.516	0.534	153 ± 31	0.517	81 ± 3	14.87 ^{+0.19} _{-0.26} ± 0.03
35646	16:23:35	26:34:14	griz	0.427	0.427	108 ± 10	0.408	99 ± 3	15.14 ^{+0.36} _{-2.14} ± 0.02
36818	22:20:16	27:20:03	ugriz	0.581	0.578	80 ± 64	0.559	64 ± 3	15.04 ^{+0.18} _{-0.24} ± 0.03
37098	23:19:17	28:12:01	ugriz	0.544	0.573	104 ± 35	0.543	75 ± 4	—
41843	23:40:45	20:52:04	ugriz	0.434	0.435	119 ± 13	0.436	75 ± 3	14.52 ^{+0.28} _{-0.48} ± 0.02
41911	00:23:01	14:46:57	ugriz	0.386	0.372	104 ± 7	0.413	81 ± 3	14.84 ^{+0.19} _{-0.25} ± 0.03
43403	08:10:18	18:15:18	ugriz	0.422	0.418	130 ± 10	0.423	94 ± 3	14.94 ^{+0.17} _{-0.23} ± 0.03
46649	01:35:17	08:47:50	ugriz	0.619	0.536	85 ± 31	0.587	128 ± 5	15.13 ^{+0.18} _{-0.23} ± 0.03
47981	08:40:03	08:37:54	ugriz	0.543	0.551	136 ± 33	0.540	69 ± 3	14.83 ^{+0.30} _{-0.53} ± 0.02
50492	23:16:43	12:46:55	ugriz	0.527	0.524	163 ± 30	0.525	105 ± 3	15.24 ^{+0.17} _{-0.22} ± 0.03
50514	23:32:14	10:36:35	ugriz	0.466	0.463	82 ± 13	0.475	73 ± 3	14.50 ^{+0.29} _{-0.53} ± 0.03
52480	09:34:39	05:41:45	ugriz	0.565	0.546	106 ± 54	0.542	83 ± 3	15.09 ^{+0.21} _{-0.29} ± 0.02
53436	14:37:50	06:16:41	ugri	0.540	0.527	96 ± 32	-	-	—
53495	14:39:32	06:40:15	ugri	0.462	0.444	90 ± 23	-	-	—
54795	23:02:16	08:00:30	ugriz	0.428	0.429	125 ± 35	0.435	73 ± 3	14.57 ^{+0.27} _{-0.46} ± 0.03
55181	00:45:12	-01:52:32	ugriz	0.547	0.542	149 ± 43	0.532	97 ± 4	14.67 ^{+0.24} _{-0.38} ± 0.03
56934	08:52:17	-01:01:36	ugriz	0.459	0.476	90 ± 19	-	-	15.01 ^{+0.20} _{-0.28} ± 0.02
59915	01:25:05	-05:31:05	ugriz	0.475	0.489	143 ± 25	0.472	98 ± 3	15.17 ^{+0.15} _{-0.18} ± 0.03
64232	00:42:33	-11:01:58	ugriz	0.529	0.529	112 ± 37	0.553	66 ± 3	14.53 ^{+0.34} _{-0.72} ± 0.02