

Universidade de São Paulo
Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas
Departamento de Astronomia

Rogério Monteiro de Oliveira

**Uma contribuição ao estudo de aglomerados
de galáxias em fusão**

Versão corrigida. O original encontra-se disponível na Unidade.

São Paulo

2016

Rogério Monteiro de Oliveira

Uma contribuição ao estudo de aglomerados de galáxias em fusão

Versão corrigida. O original encontra-se disponível na Unidade.

Tese apresentada ao Departamento de Astronomia do Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da Universidade de São Paulo como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Ciências.

Área de Concentração: Astronomia

Orientador(a): Prof. Dr. Eduardo Serra Cypriano

São Paulo

2016

À minha amada Ana Cecília Soja.

Agradecimentos

Ao meu orientador, Prof^o Dr. Eduardo Serra Cypriano pela dedicação e ótimo convívio durante esses anos. Com sua paciência e atenção, me ensinou boa parte do que sei sobre Astrofísica Extragaláctica.

Aos meus pais, migrantes cearenses que como muitos outros vieram a este Estado em busca de melhores oportunidades e que, na falta de acesso a este bem tão precioso que é a Educação, me encaminharam (dentro de suas possibilidades) para este vasto mundo libertador. Somente a Educação é a ferramenta transformadora na vida de qualquer indivíduo e que lhe fornece subsídios para transformar a sua realidade através de seus próprios meios. E de maneira meritocrática, como deve ser.

À Ana Maria, Manfredo, Alexandre e Sara pelos momentos agradáveis de convívio familiar.

Aos meus colegas de sala (de várias gerações) durante estes anos no IAG, com os quais tive o prazer de conviver e trocar experiências acadêmicas e de vida: Tatiana Zapata, Felipe Andrade-Santos, Sérgio Scarano Jr, Felipe Nascimento, Josué Trejo Alonso, Miguel Andrez Paez, Mirian Castejon, André Vitorelli e Raniere Menezes (em ordem cronológica).

Aos meus colegas de grupo (de hoje e do passado) Felipe Nascimento, Nathália Cibirka, Mirian Castejon e André Vitorelli pelo convívio e enriquecedoras discussões (não) científicas.

Ao Prof^o Dr. Tiago Ricci e Luís Kadowaki, meus colegas da turma de ingressantes no ano de 2002 no Instituto de Física e que, assim como eu, escolheram seguir nesta fascinante ciência que é a Astrofísica.

Aos programas de permanência estudantil da Universidade de São Paulo, essenciais para a minha dedicação aos estudos.

Às pacientes e atenciosas *teachers* do curso de inglês do CEPTEL/USP Adriana e Ta-

tiana.

Aos Profs. Drs. André Ribeiro, Ana Schilling e Henri Plana pela calorosa recepção e acolhida durante minha estada na Universidade Estadual de Santa Cruz.

Aos funcionários da Administração do IAG com quem convivi durante alguns anos. Às meninas da secretária do Depto de Astronomia, Cida, Marina e Regina sempre solícitas e prestativas. Aos meninos do suporte de informática, Marco, Luis e Ulisses que sempre salvam os estudantes de apuros. Ao pessoal da seção de pós graduação (de todas as gerações), sempre solícitos e atenciosos.

Aos Profs. Drs. Gastão B. Lima Neto e Rubens E. G. Machado, valorosos colaboradores diretos deste projeto e cujo convívio contribuiu no enriquecendo da minha bagagem científica.

À todo o corpo docente do Depto de Astronomia do IAG/USP, em especial aos Profs. Drs. Gastão Lima Neto, Ronaldo Eustáquio e Sandra dos Anjos pela participação na avaliação e acompanhamento deste projeto em suas fases iniciais.

À todos aqueles (monitores, supervisores e funcionários) com quem convivi durante meus anos de estágio na Estação Ciência da Universidade de São Paulo. Estes foram, com toda certeza, os melhores anos da minha vida acadêmica e dos quais tenho imensa saudade.

Um agradecimento especial às agências financiadores CAPES/Proex e CNPq (processo 142219/2013-4) que tornam possível a realização deste projeto, tanto com respeito ao financiamento da pesquisa quanto no apoio à minha participação em importantes eventos acadêmicos no Brasil e exterior.

À *Euterpe oleracea*, esta dádiva da natureza a quem recorri muitas vezes durante a produção deste trabalho.

Chegar a este momento, o de escrever e defender uma tese de doutorado, não foi de todo fácil. Dentro do contexto da decadência da Educação pública neste país o acesso à Universidade de qualidade permanece, infelizmente, como um luxo reservado a poucos. Muitos foram aqueles, desde o longinquo ano de 1986, que contribuíram para minha formação acadêmica, os quais faço questão de citar nominalmente: Tia Terezinha (Maternal), Tia Fátima (Pré I e II), Vanda (1^a série), Edna Mara (2^a série), Natália/Sílvia (3^a série), Manoel (4^a série), Eli (Língua Portuguesa, 5^a série), João (Língua Portuguesa, 6^a e 7^a séries), Conceição (Língua Portuguesa, 8^a série), Jorge (Matemática, 5^a e 6^a séries), Aparecida (Matemática, 7^a e 8^a séries), Joselita (Matemática, 7^a série), Terezinha (Geografia,

7^a série), Cleodinê (Ed. Artística, 5^a série), Claudinei (Ed. Artística, 8^a série), Adriana (Língua Portuguesa, 2^o colegial), Mitchell (Matemática, 1^o colegial), Marcelo (Física, 1^o colegial), Artur (Química, 1^o colegial), Benedito (História, 1^o e 3^o colegiais), Jorge (História, 2^o colegial), professores do cursinho Desafio de Barueri (1999) e do Cursinho da Poli (2001). Um muito obrigado a todos estes mestres. Gostaria de citar ainda, em particular, três professores da Escola Estadual Wilmar Soares da Silva, uma instituição pequena da periferia de Jandira-SP, porém muito bem administrada e conduzida à época (1992–1996): a Prof^a Sueli (Geografia, 5^a, 6^a e 8^a séries) por suas aulas fascinantes e motivadoras além de seus trabalhos de pesquisa desafiadores porém gratificantes, o Prof *underlineo* Sócrates (História, 5^a, 6^a, 7^a e 8^a séries) cujas aulas sempre interessantes e ricas foram um diferencial em minha formação, e, com carinho especial, aquele que me fez prestar atenção neste reino maravilhoso que é a Ciência, Prof^o Leonel (Ciências, 5^a, 7^a e 8^a séries) a quem considero meu primeiro orientador acadêmico, que dedicou suas preciosas horas a me auxiliar com meu primeiro vestibulinho; acho que minha vida nunca mais foi a mesma depois que vi o Prof^o Leonel transformando ácido clorídrico e soda cáustica em água e sal na sala de aula. Desejo a todos os alunos a oportunidade de terem professores sérios e dedicados como todos estes citados.

Por fim, um agradecimento mais que especial a todo o povo do Estado de São Paulo (nascidos e migrantes) que com o suor do seu trabalho mantém três grandes universidades de acesso público e de qualidade. Uma federação forte só se constrói com Estados fortes. Como escrito em nosso brasão, PRO BRASILIA FIANT EXIMIA (“*Pelo Brasil, faça-se o melhor*”).

“Without pain, without sacrifice we would have nothing.”

Chuck Palahniuk, Fight Club.

Alice in Wonderland (Walt Disney Films, 1951)



Resumo

Dentro do cenário hierárquico de formação e evolução de estruturas, os aglomerados de galáxias constituem os maiores sistemas em equilíbrio encontrados hoje em dia no Universo. Sua formação se dá através da fusão de subaglomerados menores, que ocorre preferencialmente na direção dos filamentos nos quais a matéria se distribui em grande escala. Este evento, o mais energético desde o próprio Big Bang, nos provê um excelente laboratório astrofísico para o estudo de suas três principais componentes: a matéria escura, o gás e as galáxias. Neste trabalho estudamos três sistemas de aglomerados de galáxias cuja fusão está acontecendo muito próxima em relação ao plano do céu: Abell 1758, Abell 2034 e Abell 3376. Nossos estudos foram baseados em dados no ótico, tanto de imageamento quanto de espectroscopia. Estes dados nos permitiram mapear a distribuição da massa total através da técnica de lentes gravitacionais fracas e obter parâmetros de seu estado dinâmico, como a dispersão de velocidades e separação radial em relação à linha de visada. Como resultado, obtivemos a medida massa de cada estrutura em colisão que, juntamente com a informação dos *redshifts* das galáxias membro, nos permitiu caracterizar seu estado dinâmico “atual”. Ambos os vínculos observacionais foram utilizados para descrever a história do movimento de colisão entre os subaglomerados, através da aplicação de um modelo analítico da dinâmica de dois corpos. Foi possível também a quantificação do efeito dinâmico da colisão através da medida do incremento na dispersão de velocidades em relação ao estado pré-colisão. A análise nos permitiu colocar vínculos, ainda que fracos, sobre a seção de choque de auto interação da matéria escura.

Abstract

According to the hierarchical scenario, the galaxy clusters are the largest bounded structures today in the Universe. Their formation is through the merger of smaller sub-clusters mainly along the filamentary structure on which the matter are distributed on such large scales. The merging of galaxy clusters are the most energetic event since the Big Bang and provide us an excellent astrophysical laboratory to investigate its three main components: the dark matter, the intra-cluster gas and the galaxies. In this thesis, we have investigated threes systems whose merger is taken place not so far from the plane of the sky: Abell 1758, Abell 2034 e Abell 3376. Our studies were carried out using optical data, both imaging and spectroscopy. With such data, we have reconstructed the mass distribution through the weak lensing technique and obtained dynamical parameters as velocity dispersion e line-of-sight separation. As a result, we have measured the individual masses which was combined with the redshift information in order to characterise the current state of the merger systems. These observational constraints were used as input to the two-body dynamical model in order to describe the merger history of the systems. Moreover, we measured the merger dynamical effect on the velocity dispersion of the member galaxies, comparing the values before and after the event. With our analysis, we have placed upper limits, although weak, on the dark matter self-interaction cross-section.

Lista de Figuras

1.1	Constituição do Universo nos dias de hoje.	28
1.2	Evolução do parâmetro de densidade.	29
1.3	Mapa da última superfície de espalhamento da RCF visto através do satélite Planck.	30
1.4	Evolução do contraste de densidade no modelo Λ CDM.	35
1.5	Evolução da distribuição de matéria escura e bárions segundo a simulação <i>Illustris</i>	36
1.6	Evolução do espectro de potência da amplitude das flutuações do campo de densidades.	37
1.7	Modelo de colapso esférico.	39
1.8	Evolução de uma casca esférica no modelo de colapso esférico	41
1.9	Comparação da evolução do contraste de densidade δ nos regimes linear e não linear.	43
1.10	Evolução do crescimento de estruturas de acordo com a <i>Simulação do Milênio</i>	45
1.11	Configuração típica de uma fusão entre aglomerados de galáxias.	48
2.1	Configuração de um raio de luz sendo defletido por um corpo massivo.	64
2.2	Configuração típica de uma lente gravitacional.	66
2.3	Diferentes regimes do fenômeno de lentes gravitacionais fracas	69
2.4	Eficiência do sinal de lentes para os aglomerados deste estudo	70
2.5	Deformação da imagem para diferentes valores da convergência e cisalhamento	71
2.6	Transformação de uma fonte circular pela matriz jacobina	72
2.7	Vários regime das lentes gravitacionais	75
2.8	Configuração do cisalhamento tangencial	76

2.9	Ilustração das orientações possíveis do cisalhamento tangencial e cruzado	77
2.10	Ilustração do efeito da PSF.	78
2.11	Ilustração do processo de formação da imagem observada no telescópio	78
2.12	Ilustração das famílias dos métodos de parametrização da matriz de co- variância	93
2.13	Modelo de dois corpos.	94
3.1	O aglomerado Abell 1758	98
3.2	Campos observados pelos Gemini-N/GMOS	102
3.3	Processamento do <i>flat field</i> nas imagens espectroscópicas de A1758	103
3.4	Sequência vermelha do aglomerado A1758	106
3.5	Populações	107
3.6	Interpolação de e_1 e e_2 no campo de A1758.	108
3.7	Modelagem de e_1 e e_2	109
3.8	Medida da PSF das estrelas	109
3.9	Posterior das massas de A1758N	114
3.10	Distribuição de probabilidade da soma e da diferença das massas da região norte de A1758	115
3.11	Posteriores dos parâmetros NFW	116
3.12	Distribuição dos centros da distribuição de massa	117
3.13	Região central de A1758N.	118
3.14	Comparação entre nosso catálogo de velocidades radiais e o de Boschin et al. (2012)	119
3.15	Catálogo final de galáxias de A1758N	120
3.16	Resultado do teste DS para A1758N	121
3.17	P -value crítico das galáxias de A1758N	121
3.18	Resultado dos testes 1-D em A1758N	123
3.20	Catálogo final de galáxias membro de A1758S	126
3.21	Distribuição dos <i>redshifts</i> e das posições das galáxias membro de A1758S	127
3.22	Modelo de dois corpos.	129
4.1	O aglomerado Abell 2034	134
4.2	Campos observados pelos Gemini/GMOS-N	138

4.3	Subtração estatística no campo de A2034	139
4.4	Diagrama cor-magnitude das galáxias de A2034	140
4.5	Densidade espacial projetada das galáxias da sequência vermelha de A2034	141
4.6	Contornos da luminosidade das galáxias da sequência vermelha de A2034 .	142
4.7	Diagrama de cores $B - R_C$ vs. $R_C - z'$ das galáxias de A2034 com a identi- ficação dos <i>loci</i> ocupados pelas galáxias do aglomerado, de frente e de fundo.	143
4.8	Resultado da interpolação de e_1 e e_2 para correção das PSF em A2034. . .	143
4.9	Modelagem de e_1 e e_2	144
4.10	Medida da PSF das estrelas	144
4.11	Mapa de sinal/ruído no campo de A2034	146
4.12	Distribuição de massa na região de A2034	148
4.13	Mapa da convergência na região central de A2034	149
4.14	Posterior das massas de A2034	151
4.15	Distribuição de probabilidade da soma e da diferença das massas de A2034	152
4.16	Posteriores das massas	153
4.17	Incerteza na posição dos picos de massa em A2034S&N	154
4.18	<i>Redshifts</i> no campo de A2034.	155
4.19	Grupo de galáxias detectado na distribuição de <i>redshifts</i> de A2034.	156
4.20	Resultado do teste de Dressler-Shectman (DS) em A2034.	157
4.21	Classificação das galáxias membro de A2034 segundo o 2D-MCLUST	160
4.22	Modelos do 2D-MCLUST	161
4.23	Histograma dos grupos principais identificados pelo 2D-MCLUST	161
4.24	<i>Redshift</i> de A2034W	162
4.25	Modelo de dois corpos.	165
4.26	Mapa de massa de A2034 obtido por Okabe e Umetsu (2008)	167
4.27	Distribuição de massa na região de A2034	167
4.28	Comparação entre a localização da estrutura A2034W e os picos de massa	169
5.1	O aglomerado A3376	173
5.2	Região de predominância das galáxias de A3376	176
5.3	Seleção da sequência vermelha de A3376.	176
5.4	Densidade espacial projetada das galáxias da sequência vermelha de A3376	177

5.5	Luminosidade das galáxias da sequência vermelha de A3376	178
5.6	Seleção de estrelas para correção da PSF.	179
5.7	Ordem do TPS	180
5.8	Correção da PSF	181
5.9	Medida da PSF das estrelas	182
5.10	Mapa de sinal/ruído no campo de A3376	184
5.11	Mapa de massa em A3376	185
5.12	Identificação dos picos de massa	186
5.13	Posterior marginalizado das massas de A3376W & A3376E	187
5.14	Distribuição de probabilidade da soma e da diferença das massas de A2034	188
5.15	Significância dos picos de massa em A3376	189
5.16	Distribuição espacial dos membros espectroscópicos	191
5.17	Distribuição de <i>redshifts</i> no campo de A3376	192
5.18	Teste DS para as galáxias membro de A3376	193
5.19	Resultado dos testes 1D em A3376	194
5.20	Resultado dos testes 2D.	195
5.21	Comparação entre os modelos empregados pelo MCLUST	196
5.22	Posteriores da localização prevista dos <i>radio relics</i>	199
5.23	Modelo de dois corpos.	201
5.24	Força do sinal de lentes	203
5.25	Comparação entre a distribuição de massa e do gás instraglomerado	204
6.1	Fator de incremento na dispersão de velocidades	209

Lista de Tabelas

1.1	Características do imageamento ótico dos sistemas em fusão estudados . . .	55
2.1	Aberturas segundo Hettterscheidt et al. (2005)	84
2.2	Parametrizações da matriz de covariância	92
2.3	Critério BIC para seleção de modelos	93
3.2	Características das observações de A1758	101
3.3	Ordens para interpolação dos espectros	103
3.4	Principais linhas de emissão do céu	105
3.5	Medidas das massas de A1758	114
3.6	Sumário dos testes de normalidade aplicados na amostra de <i>redshifts</i> de A1758N.	122
3.7	Parâmetros dinâmicos de A1758N	125
3.9	Parâmetros de entrada para o modelo de dois corpos em A1758	127
3.10	Saída do modelo de dois corpos	128
3.11	Correlação entre os parâmetros	129
4.2	Características das observações de A2034	137
4.3	Medidas das cadeias MCMC das massas no campo de A2034	150
4.4	Estatística do 2D-MCLUST em A2034	158
4.5	Parâmetros dinâmicos de A2034	158
4.6	Parâmetros de entrada para o modelo de dois corpos em A2034	163
4.7	Saída do modelo de dois corpos	164
4.8	Correlação entre os parâmetros	165

5.1	Características das observações de A3376	174
5.2	Significância das estruturas de A3376	183
5.3	Massas dos subaglomerados de A3376.	187
5.4	Características das BCGs das estruturas de A3376.	190
5.5	Estatística do 2D-MCLUST em A3376	194
5.6	Parâmetros dinâmicos de A3376	195
5.7	Parâmetros de entrada para o modelo de dois corpos em A3376W&E	197
5.8	Saída do modelo de dois corpos	198
5.9	Correlação entre os parâmetros	200
6.1	Separação radial entre as BCGs	209
A.1	Catálogo das velocidades radiais das galáxias de A1758N	229
B.1	Catálogo das velocidades radiais das galáxias de A1758S	237
C.1	Catálogo das velocidades radiais das galáxias de A2034	239

Sumário

1. Introdução	27
1.1 Evolução do campo de densidades	27
1.1.1 Fase linear	30
1.1.2 Fase não linear: o modelo de colapso esférico	38
1.1.3 Simulações numéricas	42
1.2 Fusões entre aglomerados de galáxias	46
1.2.1 Estrutura interna	46
1.2.2 Cinemática da fusão	48
1.2.3 Assinaturas observacionais	51
1.2.4 Seção de choque de auto interação da matéria escura	53
1.3 Objetivos e estrutura da tese	55
2. Técnicas de análise	57
2.1 Lentes gravitacionais fracas	57
2.1.1 Contexto histórico	57
2.1.2 Deflexão da luz	61
2.1.3 A equação geral de lentes gravitacionais	65
2.1.4 Densidade crítica e eficiência da lente	67
2.1.5 Distorção e magnificação no regime de lentes fracas	68
2.1.6 Degenerescência de folha de massa	73
2.1.7 Lentes fracas sob o aspecto observacional	74
2.1.8 O efeito da <i>point spread function</i>	77
2.1.9 Medida da forma das galáxias - O programa IM2SHAPE	79

2.1.10	Reconstrução da distribuição de massa - O programa LENSENT2	80
2.1.11	Lentes gravitacionais fracas e o perfil NFW	81
2.1.12	Estatística de massa de abertura	82
2.1.13	Reconstrução de massa a partir do viés de magnificação	84
2.2	Análise dinâmica	85
2.2.1	Identificação e remoção de subestruturas	86
2.2.2	Algoritmos de classificação	87
2.2.2.1	Partição ao redor de medóides - O algoritmo PAM	88
2.2.2.2	O modelo de mistura de gaussianas - MCLUST	90
2.3	Modelo da dinâmica de dois corpos	94
3.	<i>O aglomerado Abell 1758</i>	97
3.1	Introdução	97
3.2	Dados	100
3.2.1	Redução das imagens e confecção dos catálogos fotométricos	100
3.2.2	Espectroscopia	101
3.3	Análise por lentes gravitacionais fracas	106
3.3.1	Identificação da posição relativa das galáxias	106
3.3.2	Medida da distorção na imagem das galáxias de fundo	107
3.3.3	Medida da magnificação da imagem das galáxias de fundo	111
3.3.4	Modelagem das lentes	112
3.3.5	Resultados	113
3.3.5.1	Massas	113
3.3.5.2	Posição dos centros da distribuição de massa	115
3.4	Análise dinâmica de A1758N	119
3.4.1	Diferença de velocidade entre A1758NW e A1758NE	120
3.5	Análise dinâmica de A1758S	125
3.6	Modelo da dinâmica de dois corpos em A1758N	126
3.7	Discussão	130
3.7.1	A natureza da fusão entre A1758NW e A1758NE	130
3.7.2	Determinação da seção de choque de auto interação da matéria escura	132
3.7.3	A1758S	132

4.	<i>O aglomerado Abell 2034</i>	133
4.1	Introdução	133
4.2	Dados	136
4.2.1	Descrição das imagens e confecção dos catálogos fotométricos	136
4.2.2	Espectroscopia	137
4.3	Análise por lentes gravitacionais fracas	139
4.3.1	Identificação da posição relativa das galáxias	139
4.3.2	Medida da distorção na imagem das galáxias de fundo	142
4.3.3	Reconstrução da distribuição de massa	146
4.3.4	Modelagem das lentes	147
4.3.5	Resultados	150
4.4	Análise dinâmica	155
4.5	Modelo da dinâmica de dois corpos	163
4.6	Discussão	165
4.6.1	A fusão entre A2034S & A2034N	165
4.6.2	Estimativa da seção de choque de auto interação da matéria escura	168
4.6.3	A estrutura A2034W	169
5.	<i>O aglomerado Abell 3376</i>	171
5.1	Introdução	171
5.2	Imageamento: calibração e confecção dos catálogos fotométricos	174
5.3	Análise por lentes gravitacionais fracas	175
5.3.1	Identificação das galáxias da sequência vermelha	175
5.3.2	Medida da PSF e correção da forma das galáxias de fundo	177
5.3.3	Reconstrução da distribuição de massa	180
5.3.4	Modelagem das lentes	183
5.3.5	Resultados	186
5.4	Análise dinâmica	190
5.4.1	A3376N	190
5.4.2	A3376W & A3376E	191
5.5	Modelo da dinâmica de dois corpos	197
5.5.1	A3376W & A3376E	197

5.5.2	A3376E & A3376N	200
5.6	Discussão	202
5.6.1	A3376N	202
5.6.2	Fusão entre A3376W & A3376E	202
5.6.3	Estimativa da seção de choque de auto interação da matéria escura	205
6.	<i>Conclusões e perspectivas</i>	207
	<i>Referências</i>	213
	<i>Apêndice</i>	227
A.	<i>Catálogo de A1758N</i>	229
B.	<i>Catálogo de A1758S</i>	237
C.	<i>Catálogo de A2034</i>	239

Introdução

Neste capítulo apresentaremos o contexto astrofísico dentro do qual se insere o trabalho de pesquisa desenvolvido nesta tese. Após uma breve descrição do modelo Λ CDM e do balanço do conteúdo do Universo, iremos analisar os modelos analíticos dentro do cenário hierárquico que descrevem o crescimento do campo de densidades desde o regime linear até a formação de estruturas virializadas. Na segunda parte abordaremos com mais detalhes a Física da formação dos aglomerados de galáxias e as assinaturas observacionais que permitem a identificação de sistemas neste estágio evolutivo. Por fim, são apresentados o objetivo científico e a estrutura desta tese.

Existem na literatura inúmeros excelentes trabalhos de revisão e livros que versam sobre os assuntos aqui tratados. Em especial, a compilação apresentada a seguir foi baseada principalmente nos trabalhos de [Padmanabhan \(1993\)](#), [Combes et al. \(1995\)](#), [Feretti et al. \(2002\)](#), [Schneider \(2006\)](#), [Meylan et al. \(2006\)](#), [Mo et al. \(2010\)](#) e [Kravtsov e Borgani \(2012\)](#).

1.1 Evolução do campo de densidades

A teoria do Big Bang complementada pelo modelo Λ CDM é o atual paradigma da Cosmologia moderna. Ela está assentada em três grandes pilares sustentados pelo sucesso das observações: a nucleossíntese primordial dos elementos químicos, a lei de Hubble (recessão das galáxias) e a observação da superfície de último espalhamento da radiação cósmica de fundo (RCF).

Vamos considerar o parâmetro de densidade definido como

$$\Omega(z) = \frac{\rho(z)}{\rho_c(z)}. \quad (1.1)$$

Para um Universo plano, a soma das contribuições da matéria, energia escura e radiação é $\Omega = \Omega_m + \Omega_\Lambda + \Omega_r \approx 1$. A densidade crítica se escreve

$$\rho_c(z) = \frac{3H^2(z)}{8\pi G}. \quad (1.2)$$

onde $H(z)$ é a constante de Hubble num dado *redshift*.

A Fig. 1.1 mostra a composição do Universo nos dias de hoje (Ω_0). Atualmente a componente majoritária é a energia escura Ω_Λ responsável pela aceleração da taxa de expansão do Universo. Com relação ao conteúdo material, ele é dominado pela matéria escura fria (CDM, do inglês *cold dark matter*) que iremos contextualizar mais adiante. Os bárions correspondem apenas a $\Omega_{b,0} \sim 0.045$ e a contribuição da radiação é praticamente nula.

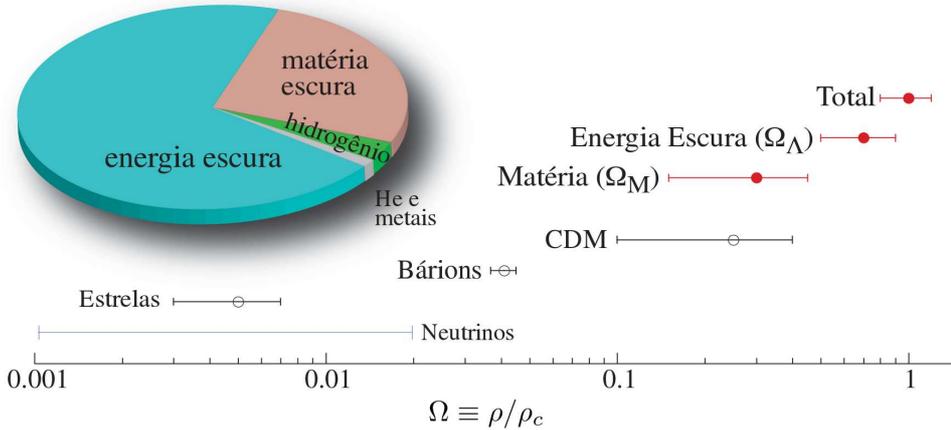


Figura 1.1: Constituição do Universo nos dias de hoje escrita em termos do parâmetro de densidade Ω . Foi considerada a constante de Hubble no valor de $H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ (Figura extraída de Lima Neto, 2016).

Sejam ρ_r , ρ_m e ρ_Λ respectivamente a densidade de radiação, de matéria e de energia escura. A evolução de cada uma destas entidades em função do *redshift* pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \rho_r &= \rho_{r,0}(1+z)^4 \\ \rho_m &= \rho_{m,0}(1+z)^3 \\ \rho_\Lambda &= \Lambda \end{aligned} \quad (1.3)$$

onde o índice 0 se refere aos valores atuais. A densidade de energia escura é constante ao longo da história de evolução do Universo. A Fig. 1.2 mostra de maneira gráfica a evolução destas grandezas.

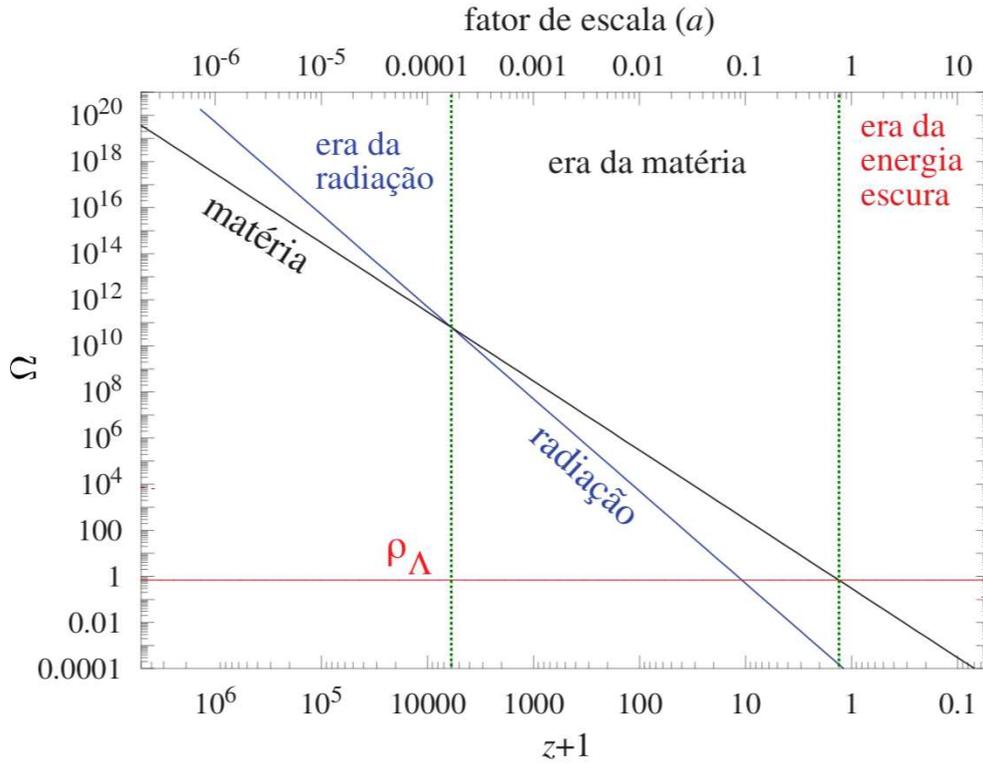


Figura 1.2: Evolução da densidade de matéria, radiação e energia escura. As linhas tracejadas verde representam os momentos de equipartição de energia. Em cada era destacada ocorre o predomínio de uma das componentes do Universo. (Figura extraída de Lima Neto, 2016).

No passado houve uma época em que $\rho_r > \rho_m$, a chamada *era da radiação*. Após a época de equipartição matéria-radiação em $z_{\text{eq}}^{m-r} \approx 3200$, os bárions (essencialmente H) permanecem completamente ionizados devido ao espalhamento dos fótons da radiação pelos elétrons livres. Ambos permanecem acoplados pelas interações eletromagnéticas até o momento da *recombinação*, z_{rec} . A partir daí o Universo se torna “transparente” permitindo a livre propagação dos fótons. Este evento ocorrido em $z_{\text{rec}} \approx 1100$ ($t \approx 3 \times 10^5$ ano) constitui o retrato mais jovem que temos do Universo, a chamada última superfície de espalhamento da radiação cósmica de fundo (Fig. 1.3).

Este mapa da RCF é o nosso ponto de partida para entender como as estruturas se formam e evoluem no Universo em expansão. A superfície de último espalhamento era extremamente uniforme, com diferenças de apenas de 1 parte em 10^5 . Como veremos na próxima seção, o acoplamento entre a matéria bariônica e a RCF antes da recombinação amortece o campo de densidade dos bárions, impedindo que as sobredensidades cresçam para formar as sementes das futuras estruturas. O fato é que caso essas sementes surgissem

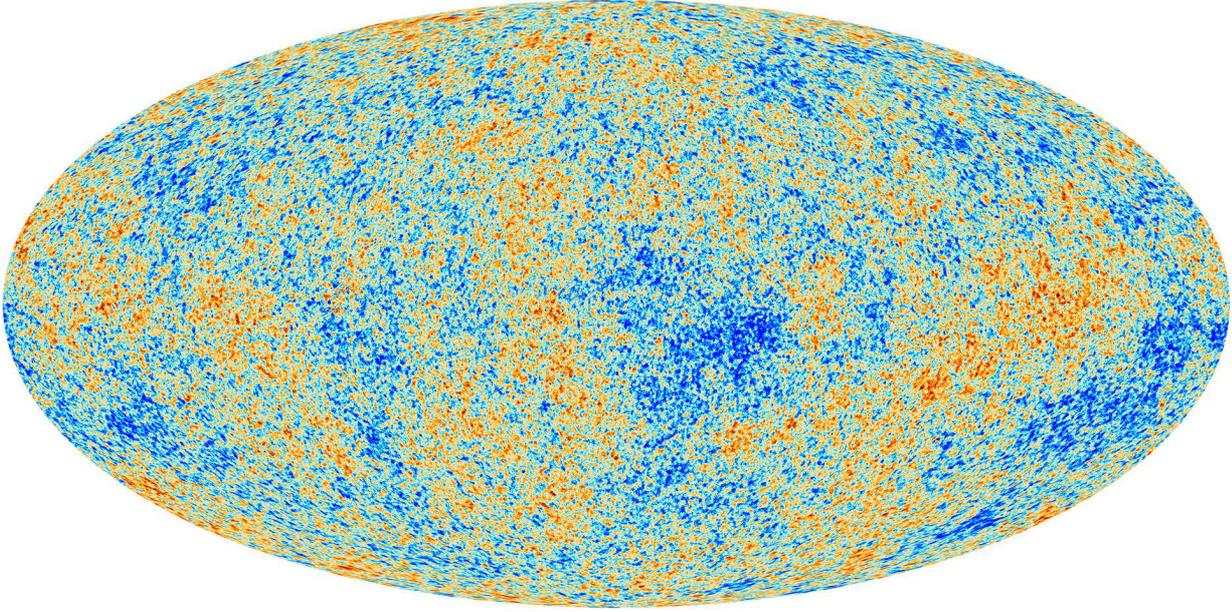


Figura 1.3: Mapa da diferença de temperatura da superfície de último espalhamento da radiação cósmica de fundo (RCF) em microondas vista através do satélite Planck em $z = 0$ (Planck Collaboration et al., 2015). Esta imagem constitui o retrato mais antigo que temos do Universo, com idade de 3×10^5 ano ($z \sim 1100$). Esta superfície é quase que perfeitamente plana com diferenças de apenas uma parte em 10^5 . A RCF possui um espectro perfeito de corpo negro caracterizado por $T \sim 2.7$ K.

somente após z_{rec} , a distribuição de matéria observada atualmente não seria reproduzida. É neste cenário que entra em ação a matéria escura fria que, por definição, interage com os fótons apenas via força gravitacional, podendo então dar início ao processo de formação das estruturas em $z_{\text{eq}} < z < z_{\text{rec}}$.

1.1.1 Fase linear

O cenário hierárquico de formação de estruturas prevê que as primeiras a serem formadas serão aquelas em menor escala, que irão posteriormente se fundir para a formação de estruturas hierarquicamente superiores (também conhecido como cenário *bottom-up*). Dentro deste contexto, as primeiras estruturas foram formadas através do colapso gravitacional das regiões mais densas do campo primordial de densidades. Este, por sua vez, é caracterizado pelo parâmetro do contraste de densidade, definido como

$$\delta(\mathbf{r}, t) \equiv \frac{\rho(\mathbf{r}, t) - \rho_0(t)}{\rho_0(t)}, \quad (1.4)$$

onde $\rho(\mathbf{r}, t)$ é a densidade de matéria no ponto de interesse, $\rho_0(t)$ é a densidade média no Universo no instante t e r é a coordenada espacial própria. As propriedades específicas de

$\delta(\mathbf{r}, t)$ dependem dos detalhes das fases iniciais do processo de inflação do Universo e seu posterior comportamento até a era da recombinação. Entretanto, a hipótese de trabalho mais difundida é que $\delta(\mathbf{r}, t)$ seria um campo homogêneo e gaussiano (e.g. [Kravtsov e Borgani, 2012](#), e referências contidas).

A homogeneidade da RCF nos estágios iniciais do Universo ($z \sim 1100$), ilustrada na [Fig. 1.3](#), sugere que $|\delta| \ll 1$ nesta época (e.g. [Schneider, 2006](#)). Em escalas menores que o chamado *raio de Hubble*,

$$R_H \equiv \frac{c}{H_0} \approx 3000 h^{-1} \text{ Mpc}, \quad (1.5)$$

podemos considerar a aproximação newtoniana para a evolução de δ no contexto de um fluido não-relativístico com velocidade \mathbf{u} sob a influência de um campo gravitacional com potencial ϕ . Tal descrição é válida tanto para o gás de bárions quanto para a matéria escura^[1].

A evolução temporal de tal fluido, em termos da coordenada própria \mathbf{r} , é regida respectivamente pela equações de continuidade (1.6), de Euler (1.7) e de Poisson (1.8),

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla_{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (1.6)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{\nabla_{\mathbf{r}} P}{\rho} - \nabla_{\mathbf{r}} \phi, \quad (1.7)$$

$$\nabla_{\mathbf{r}}^2 \phi = 4\pi G \rho, \quad (1.8)$$

onde

$$\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla_{\mathbf{r}}. \quad (1.9)$$

Para determinar todas as variáveis envolvidas ainda é necessária uma equação de estado que relacione pressão e densidade. Para um gás ideal monoatômico com entropia específica S , a primeira lei da termodinâmica nos permite escrever

$$P = P(\rho, S) \propto \rho^{5/3} \exp\left(\frac{2}{3} \frac{\mu m_p}{k_B} S\right), \quad (1.10)$$

sendo μ o peso molecular médio em unidades da massa do próton m_p e k_B a constante de Boltzmann. Pode-se reescrever a identidade da Eq. 1.7 como

$$\frac{\nabla P}{\rho} = c_s^2 \nabla \delta + \frac{2}{3} (1 + \delta) T \nabla S, \quad (1.11)$$

¹ No caso dos bárions suas colisões frequentes os levam ao equilíbrio térmico ao passo que para a matéria escura a aproximação é válida enquanto a dispersão de velocidade local de suas partículas for suficientemente pequena.

onde

$$c_s = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_S^{1/2} \quad (1.12)$$

é a velocidade adiabática do som.

A mesma descrição acima pode ser aplicada no caso mais realístico, levando em consideração a presença não dominante de partículas relativísticas como fótons e neutrinos ($\tilde{\rho}_r$) ou mesmo energia do vácuo ($\tilde{\rho}_v$). Em princípio, tais componentes irão contribuir com o potencial gravitacional, $\nabla^2 \phi = 4\pi G(\rho + \tilde{\rho}_r + \tilde{\rho}_v)$, porém a densidade de vácuo corresponde numericamente ao oposto da densidade de fótons ($\tilde{\rho}_v = -\tilde{\rho}_r$), cancelando o efeito de ambas (Mo et al., 2010).

Para quantificar a evolução temporal das perturbações num Universo em expansão descrito pela métrica de Friedmann-Robertson-Walker (FRW)^[2] utilizamos a coordenada comóvel, definida em termos do fator de escala $a(t)$ como

$$\mathbf{r} = a(t)\mathbf{x}. \quad (1.13)$$

A velocidade própria, $\mathbf{u} = \dot{\mathbf{r}}$ no ponto \mathbf{x} fica

$$\mathbf{u} = \dot{a}(t)\mathbf{x} + \mathbf{v} \quad \text{com} \quad \mathbf{v} \equiv a\dot{\mathbf{x}}. \quad (1.14)$$

Assim, as coordenadas se transformam de acordo com

$$\nabla_{\mathbf{r}} \rightarrow \frac{1}{a}\nabla_{\mathbf{x}} \quad \text{e} \quad \frac{\partial}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\dot{a}}{a} + \mathbf{x} \cdot \nabla_{\mathbf{x}}. \quad (1.15)$$

Reescrevendo a densidade em termos do contraste δ ,

$$\rho(\mathbf{x}, t) = \rho_0(t)[1 + \delta(\mathbf{x}, t)], \quad (1.16)$$

e lembrando que $\rho_0(t) \propto a^{-3}$ podemos re-escrever as Eqs 1.6, 1.7 e 1.8 como

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{1}{a}\nabla[(1 + \delta)\mathbf{v}] = 0, \quad (1.17)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{\dot{a}}{a}\mathbf{v} + \frac{1}{a}(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\frac{\nabla\Phi}{a} - \frac{c_s^2}{a} \frac{\nabla\delta}{(1 + \delta)} - \frac{2T}{3a}\nabla S \quad \text{e} \quad (1.18)$$

$$\nabla^2\Phi = 4\pi G\rho_0 a^2 \delta \quad , \quad (1.19)$$

sendo $\Phi \equiv \phi + a\ddot{a}x^2/2$. Por simplicidade de notação, $\nabla \equiv \nabla_{\mathbf{x}}$.

² Em função das coordenadas comóveis (x, θ, ϕ) a métrica de Friedmann-Robertson-Walker se escreve $ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu = -c^2 dt^2 + a^2(t) \left[\frac{dx^2}{1 - kx^2} + x^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right]$

No regime linear do crescimento das perturbações de densidade, temos que $\delta \rightarrow 0$ e $\mathbf{v} \rightarrow 0$. Neste caso, podemos ignorar os termos não lineares das equações de continuidade (1.17) e de Euler (1.18) que podem então ser linearizadas,

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{1}{a} \nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (1.20)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{\dot{a}}{a} \mathbf{v} = -\frac{\nabla \Phi}{a} - \frac{c_s^2}{a} \nabla \delta - \frac{2\bar{T}}{3a} \nabla S, \quad (1.21)$$

onde \bar{T} é a temperatura média de fundo.

Diferenciando a equação de continuidade (1.20) com respeito ao tempo e aplicando as Eqs. 1.19 e 1.21, chegamos a equação que governa a evolução do campo de densidades em seu regime linear,

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} + 2\frac{\dot{a}}{a} \frac{\partial \delta}{\partial t} = 4\pi G \rho_0(t) \delta + \frac{c_s^2}{a^2} \nabla^2 \delta + \frac{2\bar{T}}{3a^2} \nabla^2 S. \quad (1.22)$$

O segundo termo à esquerda da equação que depende do fator de escala, age no sentido de suprimir o crescimento das perturbações de densidade devido à expansão do Universo enquanto que o primeiro termo da direita é o responsável por causar as perturbações que irão crescer via instabilidade gravitacional. Os dois últimos são termos relacionados à pressão: $\nabla^2 \delta$ é devido à variação espacial da densidade enquanto que o termo com $\nabla^2 S$ é causado pela variação espacial da entropia específica.

Para um Universo plano ou quando as dimensões em questão são muito menores que o tamanho do horizonte (Eq. 1.5), podemos desprezar a curvatura do Universo. Nesta condição, a grande vantagem da abordagem linear é que podemos descrever o campo de densidades como a soma de ondas planas que podem ser representadas por sua transformada de Fourier,

$$\delta(\mathbf{x}, t) = \sum_{\mathbf{k}} \delta_{\mathbf{k}}(t) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) \quad (1.23)$$

e

$$\delta_{\mathbf{k}}(t) = \frac{1}{V} \int \delta(\mathbf{x}, t) \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) d^3 \mathbf{x}, \quad (1.24)$$

sendo $V = L^3$ o volume onde as perturbações podem ser consideradas periódicas e $k = 2\pi a(t)/L$ (Mo et al., 2010).

Sabendo que $\nabla = i\mathbf{k}$ e $\nabla^2 = -k^2$, podemos escrever a transformada de Fourier da Eq. 1.22,

$$\frac{d^2 \delta_{\mathbf{k}}}{dt^2} + 2\frac{\dot{a}}{a} \frac{d\delta_{\mathbf{k}}}{dt} = \left[4\pi G \rho_0(t) - \frac{k^2 c_s^2}{a^2} \right] \delta_{\mathbf{k}} - \frac{2\bar{T}}{3a^2} k^2 S_{\mathbf{k}}. \quad (1.25)$$

No regime linear, a solução geral desta equação pode ser escrita como $\delta = AD_+(a) + BD_-(a)$, onde D_+ e D_- correspondem respectivamente aos modos de crescimento e decaimento do contraste de densidade. Entretanto, o fator de crescimento,

$$D_+ \propto H(z) \int_z^\infty \frac{1+z'}{E^3(z')} dz', \quad (1.26)$$

onde

$$E(z) = [\Omega_{\Lambda,0} + (1 - \Omega_0)(1+z)^2 + \Omega_{m,0}(1+z)^3 + \Omega_{r,0}(1+z)^4]^{1/2}. \quad (1.27)$$

irá dominar a evolução do campo de perturbação de densidade.

Embora bárions e fótons estivessem fortemente ligados devido ao espalhamento Compton até a era da recombinação^[3] este acoplamento não era perfeito já que o caminho livre dos fótons não era nulo. Por causa disso, as perturbações na distribuição dos fótons foram amortecidas o que também implicou no amortecimento das oscilações acústicas no fluido de bárions. Tal efeito é conhecido como *amortecimento de Silk*, cuja escala no *redshift* de recombinação pode ser estimada como

$$M_{\text{Silk}}(t_{\text{rec}}) \equiv \frac{\pi}{6} \rho_{0,m} \left(\frac{ct_{\text{rec}}}{3\sigma_T n_e} \right)^{3/2} \sim 2.8 \times 10^{12} \left(\frac{\Omega_{b,0}}{\Omega_{m,0}} \right)^{-3/2} (\Omega_{m,0} h^2)^{-5/4} M_\odot. \quad (1.28)$$

onde σ_T é a seção de espalhamento Thomson (boa aproximação do espalhamento Compton) e n_e é a densidade numérica de elétrons.

As perturbações no fluido bárions/fótons com massas menores que M_{Silk} serão amortecidas exponencialmente até a era da recombinação. Para o Universo dominado pela matéria, o amortecimento de Silk irá remover perturbações menores que $\sim 10^{13} M_\odot$. Em tal cenário, bastante plausível após a era da equipartição matéria/radiação, as galáxias ($M_{\text{barion}} \lesssim 10^{11} M_\odot$) não poderiam ser formadas através do cenário hierárquico já que as perturbações iniciais na densidade de bárions teriam que ser muito maiores que as previstas pela flutuação de temperatura na radiação cósmica de fundo.

Esta aparente inconsistência do cenário hierárquico pode ser facilmente resolvida postulando-se que a componente de matéria do Universo é dominada por matéria escura fria de origem não bariônica. Como a CDM não tem pressão, ela não sofre tal processo de

³ Posteriormente ao momento em que a densidade de matéria excedeu a densidade de radiação, o Universo se expandiu e esfriou até $T_{\text{rec}} \sim 3700$ ($z_{\text{rec}} \sim 1100$) permitindo o desacoplamento entre bárions e fótons, que puderam então se propagar livremente. O hidrogênio ionizado que compunha a quase totalidade da componente bariônica se tornou neutro devido a recombinação dos elétrons livres.

amortecimento e as perturbações nesta componente já podem crescer logo após a época da equipartição matéria-radiação. Ao fim da recombinação, quando os bárions se comportam como um fluido sem pressão, eles irão cair no potencial associado às perturbações presentes na distribuição de CDM. Tal processo está ilustrado na Fig. 1.4 e é corroborado por simulações numéricas da evolução do crescimento de estruturas (e.g. Vogelsberger et al., 2014) como podemos ver na Fig. 1.5.

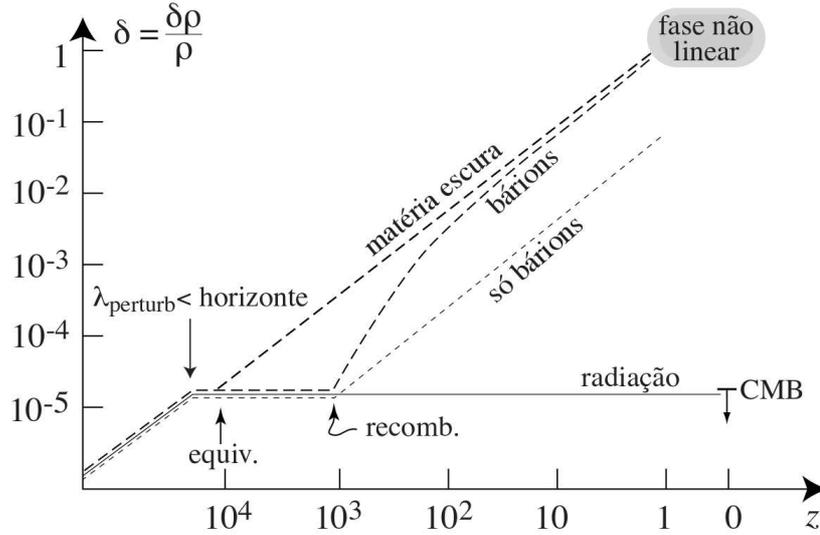


Figura 1.4: Evolução do contraste de densidade δ de uma região atualmente com $M = 10^{14} M_{\odot}$ dentro do contexto do modelo Λ CDM. As perturbações do campo de densidades da CDM começam a crescer logo após o momento da equivalência matéria-radiação enquanto que as perturbações na distribuição de bárions são amortecidas até a recombinação, quando podem finalmente crescer livremente. Caso a matéria do Universo fosse dominada por bárions, não haveria tempo suficiente para δ atingir o regime não linear em $z \leq 1$. (Figura extraída de Lima Neto, 2016).

A transformada de Fourier de δ também pode ser escrita em função das amplitudes $|\delta_k|$ e das fases Φ_k ,

$$\delta_k = |\delta_k| e^{i\Phi_k}. \quad (1.29)$$

Por hipótese, as fases são consideradas independentes e aleatórias de modo que o campo de flutuações de densidade não tenha uma escala preferencial. Podemos definir o *espectro de potência* da amplitude das perturbações como

$$P(k) \equiv |\delta_k|^2 \propto k^n. \quad (1.30)$$

No cenário hierárquico onde as menores estruturas colapsam primeiro, $-3 < n < 1$. A

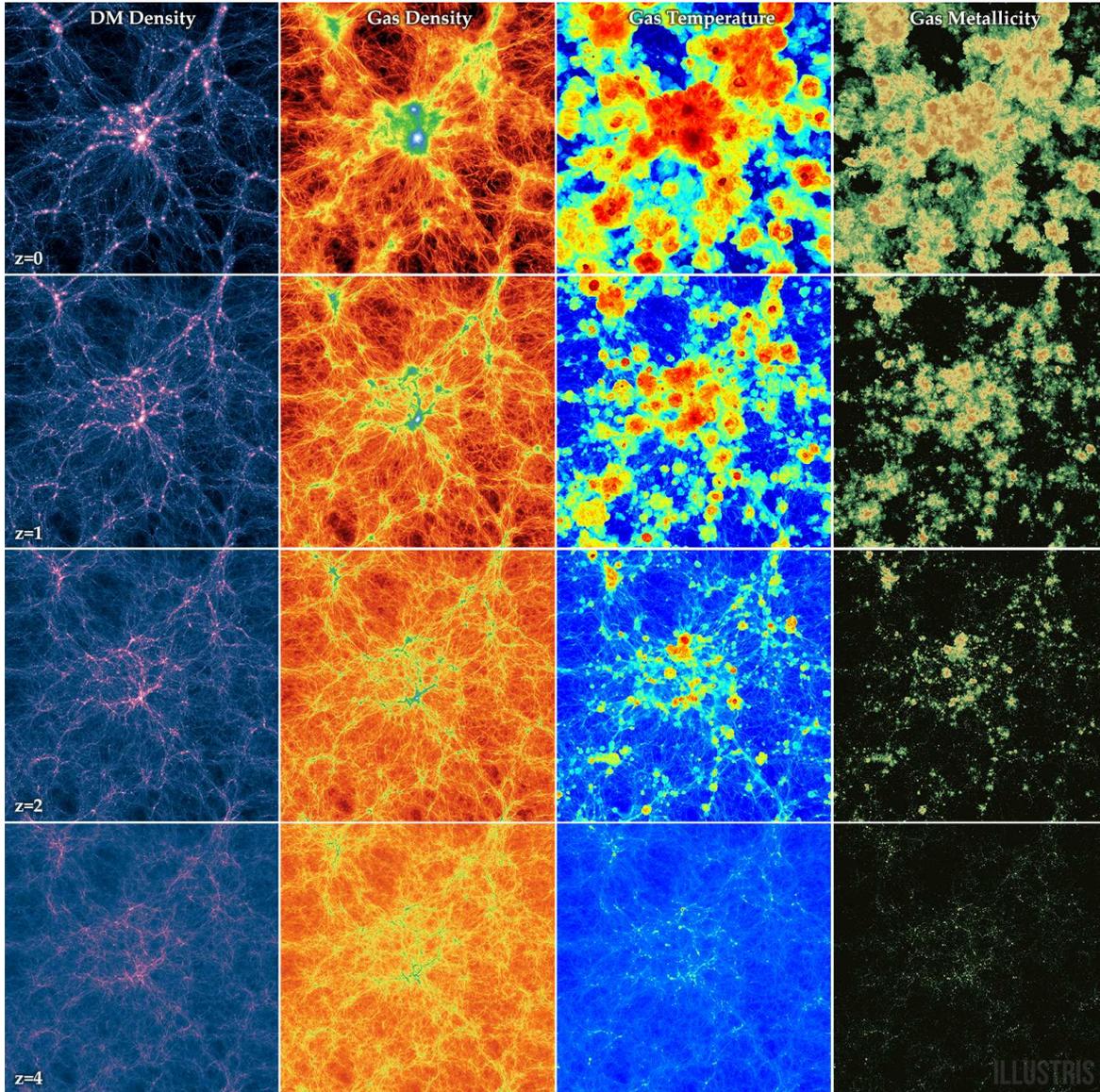


Figura 1.5: Evolução da distribuição de matéria escura e bárions segundo a simulação *Illustris*. A CDM (primeira coluna), densidade do gás (segunda coluna), temperatura do gás (terceira coluna) e sua metalicidade (última coluna) são apresentados entre $4 \leq z \leq 0$ (de baixo para cima). Logo após a recombinação, as perturbações no campo de densidade dos bárions começam a crescer e “caem” no poço de potencial criado pelas protoestruturas mais antigas formadas por CDM. A distribuição das estruturas em CDM é bastante similar à distribuição dos bárions em baixo *redshift*, quando o crescimento das estruturas é governado pelo regime não linear.

teoria da inflação prevê que ao final deste processo o espectro de potencia não dependa da escala^[4] resultando em $n = 1$. A evolução deste espectro de potência “primordial” pode

⁴ É o chamado espectro de Harrison-Zel’dovich.

ser parametrizada como

$$|\delta_k|^2 = |\delta_k|_i^2 T^2(k) \Rightarrow P(k) = P_i(k) T^2(k). \quad (1.31)$$

onde o índice i se refere ao valor primordial. A chamada função de transferência pode ser escrita como

$$T(k, z) = \frac{\delta_k(0) D_+(z)}{\delta_k(z) D_+(0)}. \quad (1.32)$$

onde $\delta_k(0)$ é o espectro de potência logo após o final da inflação.

A evolução de $P(k)$ está ilustrada na Fig. 1.6. As pequenas estruturas (k alto) são amortecidas durante a era da radiação e isto se traduz na existência de um pico no espectro de potência que marca a escala onde as flutuações de densidade correspondentes deixaram de ser amortecida pelo fluido de fótons^[5].

Enquanto a Fig. 1.6 mostra que somente a amplitude de $P(k)$ é alterada em função do *redshift* para grandes escalas (k baixo) o mesmo comportamento não é verificado após o ponto de máximo, quando sua forma também é alterada. Isso é uma assinatura da evolução não linear de estruturas em pequenas escalas já que o campo de flutuações, inicialmente gaussiano, deixa este regime sendo necessária uma abordagem específica nesta nova situação.

1.1.2 Fase não linear: o modelo de colapso esférico

A descrição linear do crescimento de estruturas através do espectro de potência $P(k)$ é válida somente até $\delta_k \lesssim 10^{-4}$ (e.g. Padmanabhan, 1993), ao passo que as estruturas colapsadas presentes no Universo atual (e.g. Fig. 1.5) possuem contraste de densidade $\delta \gg 1$ onde o modelo de fluido já não é mais válido.

A descrição detalhada do colapso gravitacional não linear é de difícil tratamento analítico requerendo portanto o uso de simulações numéricas para caracterizar em detalhes a evolução de δ . Contudo, pode-se obter uma descrição aproximada de sua evolução através de modelos simples supondo alguma simetria no sistema. É nesta premissa que se baseia o modelo de colapso esférico que veremos em detalhes a partir de agora.

O campo de flutuações de densidade num dado instante t consiste de regiões onde $\bar{\delta} > 0$ (sobredensidades) e $\bar{\delta} < 0$ (subdensidades). A força gravitacional irá agir colap-

⁵ Isto corresponde aproximadamente à dimensão do horizonte comóvel no momento de equipartição, $\sim 12.3 \Omega_m^{-1} h^{-2}$ Mpc, que corresponde a ~ 85 Mpc no modelo Λ CDM

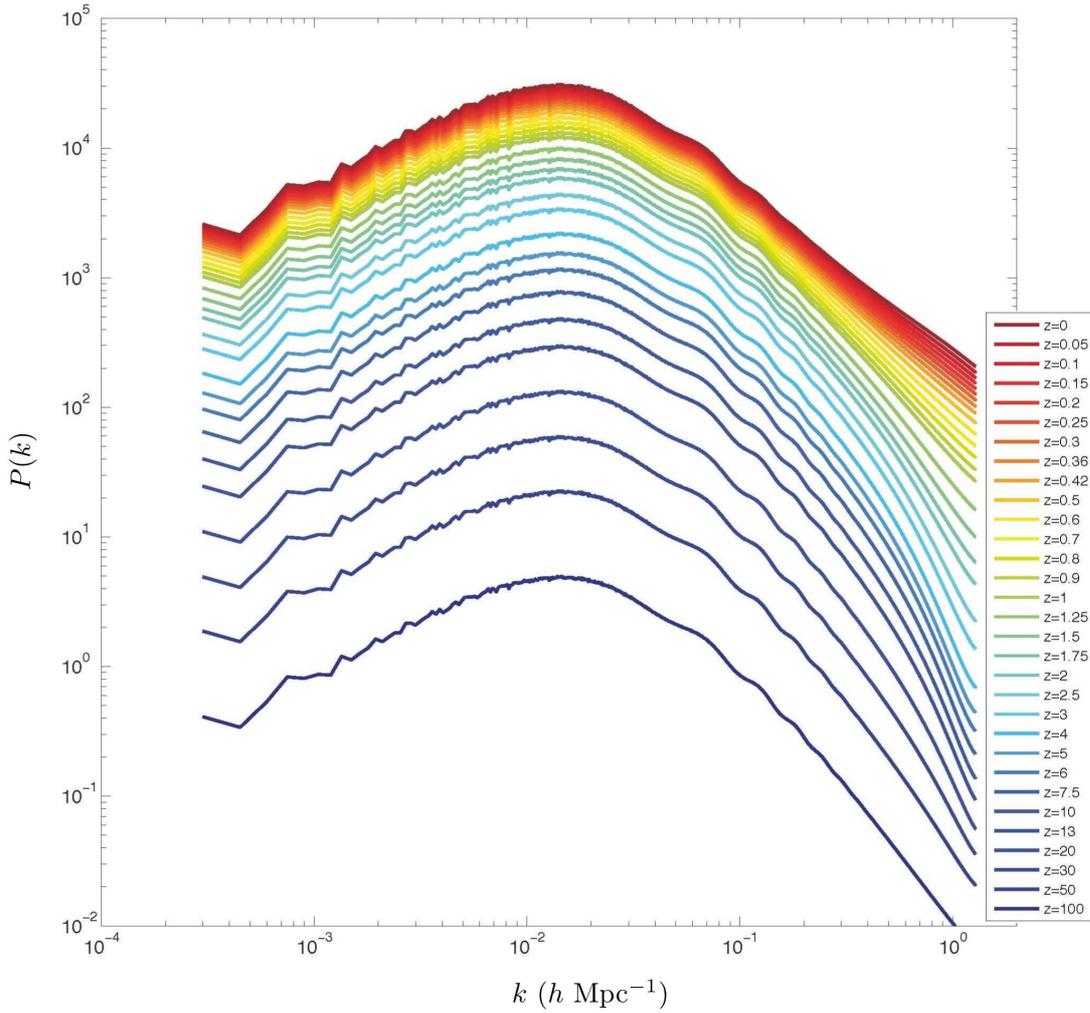


Figura 1.6: Evolução do espectro de potência da amplitude das flutuações do campo de densidades medida a partir da *Dark Energy Universe Simulation* (<http://www.deus-consortium.org/>). Devido ao amortecimento das pequenas escalas antes da recombinação, $P(k)$ apresenta um pico a partir do qual a amplitude das flutuações é menor que aqueles previsto pelo espectro de Harrison-Zel'dovich ($n = 1$). Na região das grandes escalas (k pequeno), a forma de $P(k)$ se mantém constante em função do *redshift* havendo somente variação em sua amplitude. Em contrapartida, nas menores escalas (k alto) a forma do espectro é alterada devido ao regime não linear de crescimento das estruturas.

sando as regiões com “excesso” de densidade que eventualmente irão formar um objeto gravitacionalmente ligado. Localmente, a contração irá agir contra o fluxo de expansão cósmica fazendo esta pequena região se expandir numa taxa progressivamente menor que o Universo como um todo até atingir um raio máximo r_m no instante t_m . A partir daí, o raio do objeto começa a se contrair provocando o colapso e posterior virialização da estrutura que terá um raio característico r_v no instante t_v .

Vamos descrever a evolução de uma casca esférica de raio não-comóvel $\mathbf{r} = a(t)\mathbf{x}$

(Fig. 1.7) cuja massa em seu interior é invariante (isso implica que uma casca não irá se sobrepor a outra). Segundo a teoria newtoniana, a evolução do sistema será governada por

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{GM}{r^2}, \quad (1.33)$$

sendo que a massa total no interior da casca no instante t é dada por

$$M = \left(\frac{4\pi}{3} r^3\right) \rho_0(t)(1 + \bar{\delta}), \quad (1.34)$$

sendo $\bar{\delta}$ o contraste de densidade uniforme dentro de \mathbf{r} e $\rho_0(t)$ a densidade média do Universo. Enquanto que no regime linear a transformada de Fourier $\delta_k(t)$ do contraste de densidade é adequada para a descrição do fenômeno já que cada modo k evolui independentemente, a mesma suposição não é válida no regime não linear de modo que o formalismo é escrito diretamente em termos de $\delta(\mathbf{r}, t)$.

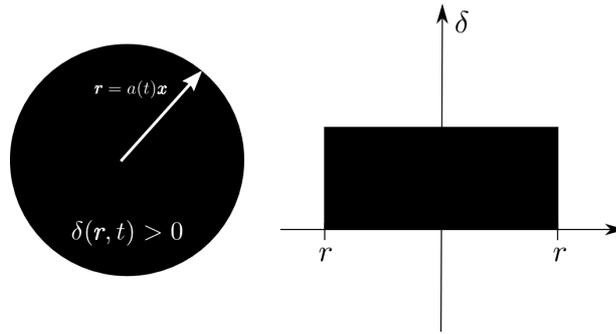


Figura 1.7: Ilustração da situação inicial considerada pelo modelo do colapso esférico de uma região com contraste de densidade $\delta(\mathbf{r}, t) > 0$. A evolução da casca esférica de raio não comóvel $\mathbf{r} = a(t)\mathbf{x}$ é determinada, de acordo com o teorema de Birkhoff, apenas pela massa interior a ela.

Integrando a Eq. 1.33 encontramos a equação de movimento

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 - \frac{GM}{r} = E, \quad (1.35)$$

onde E é uma constante de integração que corresponde à própria energia total do sistema. A evolução será definida pelo sinal da energia: para $E > 0$, o primeiro termo da Eq. 1.35 será sempre positivo provocando a eterna expansão da casca esférica; por outro lado, quando $E < 0$, esta expansão irá atingir um ponto máximo a partir do qual a casca esférica colapsa.

A evolução temporal do crescimento da casca esférica pode ser obtida através da integração da equação de movimento, cuja solução paramétrica para $E < 0$ é dada pela

equação de um cicloide,

$$r(\theta) = A(1 - \cos \theta) \quad \text{e} \quad t(\theta) = B(\theta - \sin \theta) \quad \text{com} \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad (1.36)$$

onde A e B são constantes.

Podemos re-escrever as soluções em função do raio máximo que a esfera atinge no instante t_m ,

$$\frac{r}{r_m} = \frac{1}{2}(1 - \cos \theta) \quad \text{e} \quad \frac{t}{t_m} = \frac{1}{\pi}(\theta - \sin \theta), \quad (1.37)$$

que é alcançado em $\theta = \pi$ quando $r_m = 2A$ e $t_m = \pi B$.

Lembrando da conservação de massa dentro da casca, a densidade média em seu interior também pode ser escrita de maneira paramétrica,

$$\bar{\rho}(\theta) = \frac{3M}{4\pi} \frac{1}{A^3(1 - \cos \theta)^3}. \quad (1.38)$$

Em sua abordagem mais simples, o modelo de colapso esférico considera o Universo descrito pelo modelo de Einstein-de Sitter (EdS), que é dominado pela matéria ($\Omega = \Omega_m = 1$). Neste caso, a densidade média do Universo no instante t pode ser escrita como

$$\rho_0(t) = \frac{1}{6\pi G t^2}. \quad (1.39)$$

Aplicando estas relações na definição de $\delta(r, t)$ (Eq. 1.4) encontramos a expressão paramétrica que rege a evolução do contraste de densidade em seu regime não linear

$$\delta(\theta) = \frac{9(\theta - \sin \theta)^2}{2(1 - \cos \theta)^3} - 1, \quad (1.40)$$

onde também usamos que $A^3 = GMB^2$ (Padmanabhan, 1993).

Na máxima expansão ($r = r_m$, $t = t_m$ e $\theta = \pi$), a densidade média no interior da casca é obtida substituindo $\delta(\theta)$ na relação $\rho = \rho_0(1 + \delta)$,

$$\rho_m = \rho_0(t_m) \frac{9(\theta - \sin \theta)^2}{2(1 - \cos \theta)^3} \approx 5.55 \rho_0(t_m), \quad (1.41)$$

que leva a um contraste

$$\delta_m \approx 4.55, \quad (1.42)$$

em relação a densidade média do Universo na mesma época.

A Eq. 1.37 sugere que em $\theta = 2\pi$, correspondendo ao instante $t = 2t_m$, contração da esfera se dará até uma singularidade ($r \rightarrow 0$). Entretanto, bem antes desta configuração, o

modelo da distribuição da matéria em cascas esféricas deixa de ser válido e o sistema atinge rapidamente o equilíbrio através do processo de *relaxação violenta* (Lynden-Bell, 1967). Neste momento passa a valer o teorema do virial,

$$|U| = 2K, \quad (1.43)$$

e a energia total será $E = -K$. O processo de relaxação violenta irá transformar as partículas de matéria escura em uma estrutura com raio r_v , dispersão de velocidades σ_v e densidade ρ_v (Fig. 1.8). Esta concentração de massa virializada é o que chamamos de *halo de matéria escura*.

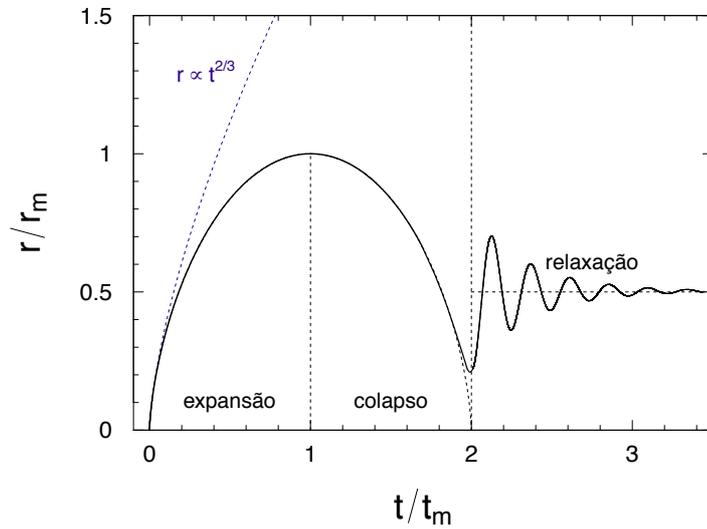


Figura 1.8: Evolução do raio de uma casca esférica de acordo com o modelo de colapso esférico e posterior relaxação violenta (linha preta contínua). A casca irá escapar do regime linear (linha azul tracejada) e se expandirá até atingir o raio máximo r_m a partir do qual começa o processo de contração da estrutura. Antes de atingir a singularidade o modelo de colapso esférico deixa de ser válido e a estrutura sofre um processo de relaxação violenta, virializando-se rapidamente. O raio final será metade daquele que a estrutura atinge no instante de sua máxima expansão (Figura adaptada de Lima Neto, 2016).

Considerando o ponto de retorno em $t = t_m$, a energia potencial gravitacional se escreve

$$U = -\gamma \frac{GM^2}{r_m}, \quad (1.44)$$

onde o fator γ depende do perfil de densidade do corpo auto-gravitante (e.g. $\gamma = 3/5$ para uma esfera homogênea). Em $t = t_v$ a energia estará totalmente na forma cinética,

$$K \equiv \frac{M\sigma_v^2}{2} = -E = \gamma \frac{GM^2}{r_m} \implies \sigma_v = \left(2\gamma \frac{GM}{r_m}\right)^{1/2}. \quad (1.45)$$

Do teorema do virial,

$$\gamma \frac{GM^2}{r_v} = 2\gamma \frac{GM^2}{r_m} \implies r_v = \frac{r_m}{2}. \quad (1.46)$$

encontramos que o raio da estrutura virializada corresponde à metade daquele que ela possuía no instante de máxima expansão.

A densidade ρ_v da estrutura virializada pode ser escrita como

$$\frac{\rho_v}{\rho_m} = \left(\frac{r_m}{r_v}\right)^3 \implies \rho_v \approx 44.4\rho_0(t_m), \quad (1.47)$$

lembrando que $\rho \propto r^{-3}$ para $M = \text{constante}$. É interessante, entretanto, escrever este valor em termos da densidade média do Universo à época da virialização da estrutura. Como a relaxação violenta é um processo rápido, consideramos a virialização como instantânea em $t_v = 2t_m$. Lembrando que no Universo dominado pela matéria de EdS, $\rho_0 \propto a^{-3}$ e $a \propto t^{2/3}$ encontramos a relação entre a densidade do Universo em t_m e t_v ,

$$\rho_0(t_m) = 4\rho_0(t_v), \quad (1.48)$$

que nos leva a

$$\Delta_v \equiv \frac{\rho_v}{\rho_0(t_v)} = 18\pi^2 \simeq 177.6. \quad (1.49)$$

Esta relação pode ser generalizada para a cosmologia Λ CDM ($1 - \Omega_\Lambda - \Omega_m = 0$) e escrita em termos do *redshift* (Bryan e Norman, 1998),

$$\Delta_v(z) = 18\pi^2 - 82 \frac{1 - \Omega_{m,0}}{[H(z)/H_0]^2} - 39 \frac{(1 - \Omega_{m,0})^2}{[H(z)/H_0]^4}, \quad (1.50)$$

com

$$\left[\frac{H(z)}{H_0}\right]^2 = 1 + \Omega_{m,0}[(1+z)^3 - 1].$$

Para $\Omega_m = 0.27$ encontramos um parâmetro de contraste em $z = 0$ igual a $\Delta_v \approx 358$ (e.g. Kravtsov e Borgani, 2012, e referências contidas). Entretanto, de acordo com a Fig. 1.2, a matéria domina o Universo desde $z \approx 3000$ (equipartição matéria-radiação) até $z \approx 0.5$ (equipartição matéria-energia escura) de maneira que a Eq. 1.49 ainda constitui uma boa aproximação para Δ_v .

A título de ilustração, podemos comparar os resultados da teoria não linear de δ com aqueles previstos pelo regime linear. Neste caso, podemos simplificar as Eqs. 1.37 e 1.40 utilizando a aproximação de Taylor em primeira ordem,

$$\frac{r}{r_m} \approx \frac{\theta^2}{4} \quad ; \quad \frac{t}{t_m} \approx \frac{\theta^3}{6\pi} \quad ; \quad \delta \approx \frac{3\theta^2}{20}, \quad (1.51)$$

obtendo

$$\frac{r}{r_m} \approx \frac{(6\pi)^{2/3}}{4} \left(\frac{t}{t_m}\right)^{2/3} \quad \text{e} \quad \delta \approx \frac{3(6\pi)^{2/3}}{20} \left(\frac{t}{t_m}\right)^{2/3}, \quad (1.52)$$

que mostra que tanto a evolução de r quanto o crescimento do contraste de densidade no regime linear são proporcionais ao fator de escala de EdS (a_{EdS}). Na Fig. 1.9 é apresentada a comparação entre os dois regimes. No ponto de retorno $t = t_m \Rightarrow \delta_m \approx 1.06$ enquanto que no objeto virializado $t = 2t_m \Rightarrow \delta_v \approx 1.69$.

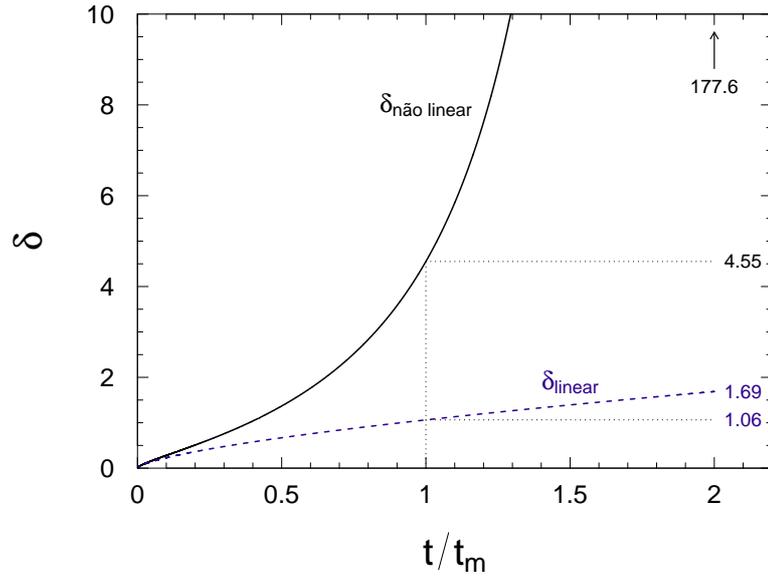


Figura 1.9: Comparação entre a evolução do contraste de densidade δ nos regimes linear (linha azul tracejada) e não linear (linha preta contínua). No ponto de máxima contração t_m , $\delta_l = 1.06$ enquanto que $\delta_{nl} = 4.55$. Já no instante de colapso t_v a teoria não linear prevê $\delta_{nl} = 177.6$ (além dos limites do gráfico) enquanto que a extrapolação do modelo linear fornece $\delta_l = 1.69$.

1.1.3 Simulações numéricas

O modelo de colapso esférico (também conhecido na literatura como *top hat* em alusão ao perfil plano de densidade) é uma boa aproximação analítica para o problema de formação de halos a partir da evolução linear do campo de densidades. Entretanto, a natureza real é muito mais complexa e requer ferramentas mais sofisticadas para interpretá-la. É neste ponto que entram em cena as simulações numéricas cosmológicas as quais podemos citar, a título de ilustração entre muitas, a simulação *Illustris* (Vogelsberger et al., 2014, Fig. 1.5) e a *Millennium simulation* (Springel et al., 2005, Fig. 1.10).

O cenário revelado por estas e muitas outras simulações diferem um pouco daquele apresentado pelo modelo de colapso esférico. Os picos “reais” não possuem densidade constante nem tampouco limites bem definidos possuindo na realidade um perfil radial de densidade. Esta condição fará com que as diferentes regiões de um pico colapsem em instantes diferentes fazendo o processo se estender por um intervalo Δt . Isto resultará em uma distribuição de matéria com um pico proeminente cujo halo “rugoso” pode se estender muitas vezes além do raio do virial.

No campo primordial de densidades os picos não estão isolados uns dos outros, mas formam uma rede cercada por regiões de subdensidade. As forças de maré dos poucos picos mais densos irão governar o comportamento dos picos ao redor, atraindo-os através de estruturas filamentosas que os irão conectar. No processo hierárquico, a formação de estruturas em épocas posteriores (e.g. formação de aglomerados de galáxias através da fusão de estruturas menores) se dará preferencialmente ao longo de tais filamentos como podemos ver na Fig. 1.10.

Por último, as simulações mostram que o perfil de densidade dentro dos picos do campo de densidades em $z = 0$ contém flutuações em todas as escalas. Desta maneira o colapso de sobredensidades nestas diferentes escalas pode ocorrer de maneira simultânea, especialmente nos estágios iniciais (alto *redshift*). Nesta fase (primeira linha da Fig. 1.10) o chamado proto-aglomerado contém inúmeros pequenos objetos colapsados que irão se fundir sucessivamente para formar estruturas virializadas maiores como os aglomerados de galáxias. As interações não lineares (fusões) entre tais subestruturas dentro da escala de um aglomerado irão resultar em processos de relaxação e troca de energia que levarão a uma redistribuição da massa (Kravtsov e Borgani, 2012).

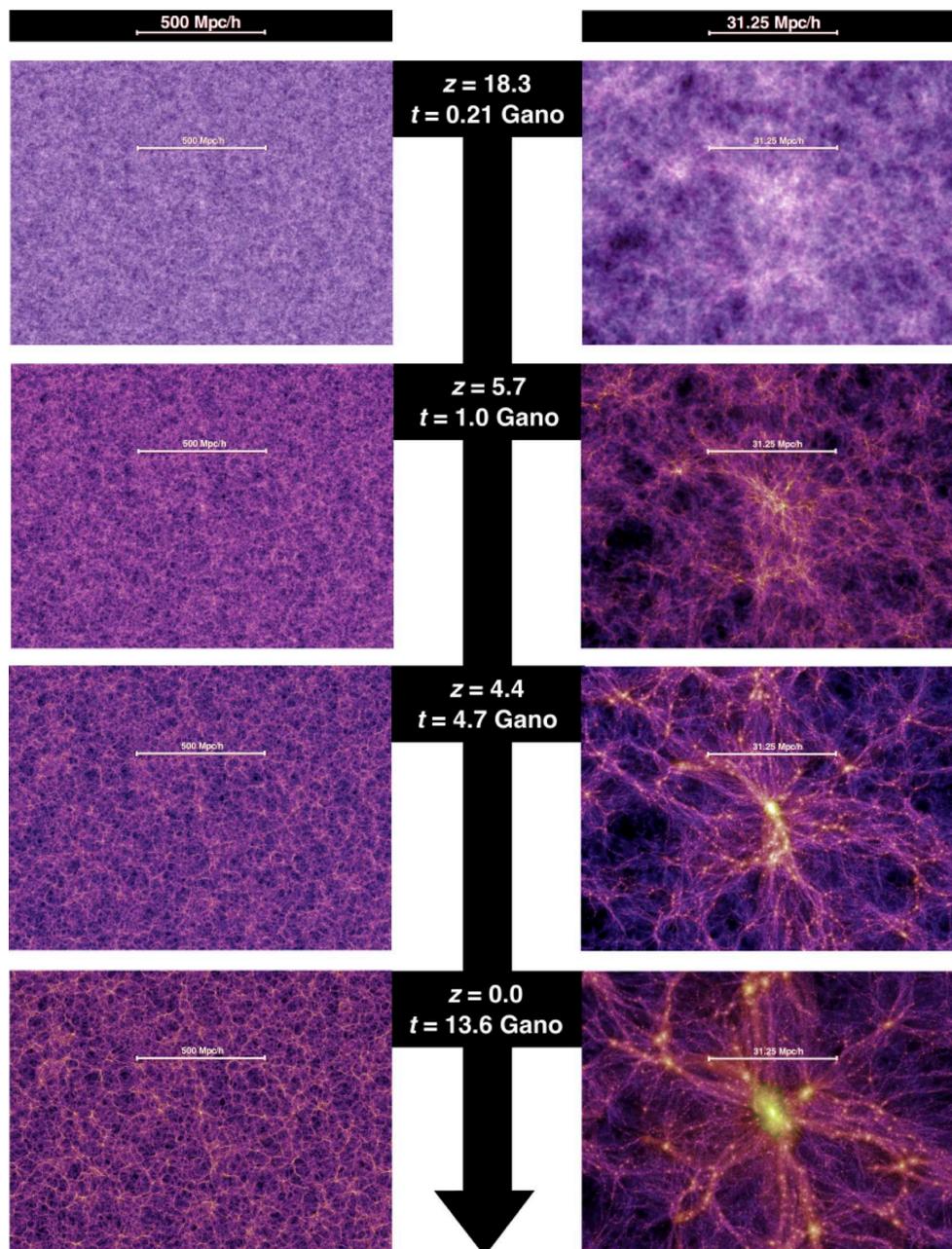


Figura 1.10: Evolução do crescimento de estruturas de acordo com a *Simulação do Milênio* (Springel et al., 2005). Ela foi realizada com $2160^3 \simeq 10^{10}$ “partículas” de matéria escura representando uma região cúbica do Universo com $500 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ de lado cuja evolução é seguida desde $z = 127$ até o momento atual. Nesta ilustração são retratados quatro momentos em $z = \{18.3, 5.7, 4.4, 0\}$ correspondendo a idade do Universo de $t = \{0.21, 1.0, 4.7, 13.6\}$ Gano. A sequência de imagens mostra, em duas escalas diferentes ($500 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ a *esquerda* $31.25 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ a *direita*), a complexidade do cenário “real” em detrimento do modelo analítico não linear descrito anteriormente. Entre os desvios, destaca-se a quebra da simetria esférica, a acreção de matéria preferencialmente ao longo dos filamentos e a presença de estruturas em menor escala dentro da região do então proto-aglomerado em alto *redshift* (coluna da *direita*) (Imagens obtidas em Springel et al., 2005).

1.2 Fusões entre aglomerados de galáxias

Até aqui enfatizamos o processo contínuo de formação de estruturas a partir do crescimento das flutuações no campo de densidades. Vamos agora nos concentrar no processo de fusão de aglomerados a partir da(s) colisão(ões) de estruturas menores. Como o termo *subestrutura* também pode ser entendido do ponto de vista da dinâmica interna de um aglomerado (conforme veremos no Cap. 2), preferimos adotar neste trabalho a nomenclatura de *subaglomerado* para denominar os entes envolvidos no processo que irá formar um aglomerado de galáxias.

O modelo considerado é o da colisão entre dois subaglomerados discretos caracterizados por suas propriedades internas (e.g. massa, dispersão de velocidades). O processo de formação do aglomerado pode ser tratado como a somatória de diversas fusões, intercaladas por períodos onde é válida a condição de equilíbrio (Cavaliere et al., 1999). Os aglomerados de galáxias constituem as maiores estruturas virializadas já formadas, abrangendo uma escala de massas de $\sim 1 \times 10^{14} - 6 \times 10^{15} M_{\odot}$. Os eventos mais energéticos, envolvendo estruturas de massa comparável, estariam ocorrendo em baixos *redshifts* ($z \lesssim 1$).

1.2.1 Estrutura interna

Conforme os aglomerados “crescem” através de fusões de subaglomerados menores, sua estrutura interna também evolui. O processo de relaxação leva a estrutura interna dos aglomerados, constituídos de galáxias, gás intra-aglomerado e matéria escura, à condição de equilíbrio. O comportamento da componente bariônica pode ser descrito, com boa aproximação, pela equação de equilíbrio hidrostático, onde o gradiente de pressão $\nabla p(x)$ é contrabalanceado pelo gradiente do potencial gravitacional local $\nabla \phi(x)$,

$$\nabla \phi(x) = -\frac{\nabla p(x)}{\rho_g(x)}, \quad (1.53)$$

onde $\rho_g(x)$ é a densidade do gás. Assumindo a simetria esférica para um sistema composto de um gás ideal, a massa contida dentro de um raio r pode ser escrita como

$$M_{\text{HE}}(< r) = -\frac{rk_B T(r)}{G\mu m_p} \left[\frac{d \ln \rho_g(r)}{d \ln r} + \frac{d \ln T(r)}{d \ln r} \right], \quad (1.54)$$

sendo μ a massa molecular média e m_p a massa do próton.

Para a CDM, considerada não colisional, a condição de equilíbrio é dada pela equação de Jeans (e.g. Combes et al., 1995), que para um sistema com simetria esférica e sem

rotação pode ser escrita como

$$M_{\text{Jeans}}(< r) = -\frac{r\sigma_r^2}{G} \left[\frac{d \ln v(r)}{d \ln r} + \frac{d \ln \sigma_r^2(r)}{d \ln r} + 2\beta(r) \right], \quad (1.55)$$

onde $\beta = 1 - \frac{\sigma_t^2}{2\sigma_r^2}$ é o parâmetro de órbita anisotrópica definido em termos das dispersões de velocidades radial σ_r e tangencial σ_t . As interações entre galáxias dentro do aglomerado são raras, implicando que esta componente também pode ser considerada, com boa aproximação, não-colisional de modo que a equação de Jeans descreve o aglomerado de maneira acurada.

O colapso gravitacional que forma os aglomerados é um processo que ocorre durante um intervalo de tempo e não apenas num instante. Como consequência, o aglomerado pode não atingir o equilíbrio completo durante o tempo de Hubble devido a acreção contínua de massa. Após um *major merger*^[6] o ICM atinge o equilíbrio após $\approx 3-4$ Gano (e.g. [Kravtsov e Borgani, 2012](#); [Machado et al., 2015](#)) e neste período, medidas de massa baseadas nas Eqs. 1.54 e 1.55 serão afetadas por erros sistemáticos devido a alteração nas propriedades dos observáveis do sistema.

A estrutura interna dos halos colapsados de CDM dependem tanto das propriedades do campo de densidades na região do pico original quanto dos processos que conduzem o colapso hierárquico. Simulações hidrodinâmicas mostraram que os perfis dos halos são independentes da forma do espectro de potência e da Cosmologia envolvida, embora este fato não seja trivial ([Kravtsov e Borgani, 2012](#)). Esta forma genérica também pode vir do fato de as pequenas estruturas terem sido amortecidas (Fig. 1.6), resultando no colapso de um campo suavizado.

Uma boa descrição deste perfil universal que resulta do colapso não dissipativo das flutuações de densidade é o chamado *perfil NFW* ([Navarro et al., 1996, 1997](#)),

$$\rho(r) = \frac{\delta_c \rho_c}{\left(\frac{r}{r_s}\right) \left(1 + \frac{r}{r_s}\right)^2}. \quad (1.56)$$

O raio escalonado $r_s = R_{\Delta_v}/c$ é o raio característico do aglomerado sendo c o parâmetro de concentração e

$$\delta_c = \frac{\Delta_v}{3} \frac{c^3}{\ln(1+c) - \frac{c}{1+c}}. \quad (1.57)$$

⁶ Aqui adotaremos a expressão original em inglês.

é a sobredensidade característica do halo. O raio do virial R_{Δ_v} é definido como o raio dentro do qual a densidade de massa ρ_{Δ_v} é $\Delta_v \times \rho_c(z)$. Na literatura, usualmente adota-se como aproximação $\Delta_v = 200$ com base na estimativa do contraste de densidade no momento do colapso gravitacional obtida na Eq. 1.49. Assim, define-se a massa do virial,

$$M_{200} \equiv M(R_{200}) = \frac{800\pi}{3} \rho_c R_{200}^3. \quad (1.58)$$

1.2.2 Cinemática da fusão

A Fig. 1.11 apresenta a configuração típica da fusão de dois subaglomerados de massa M_1 e M_2 que ocorre em t_f , a idade do Universo no momento da fusão.

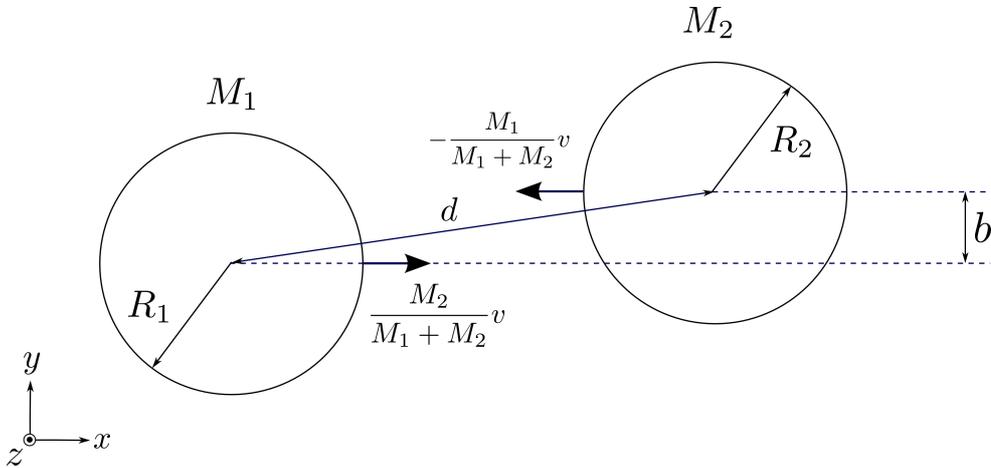


Figura 1.11: Configuração típica de uma fusão entre aglomerados de galáxias de massas M_1 , M_2 e raios R_1 , R_2 ocorrendo com parâmetro de impacto b . A distância entre os centros dos aglomerados é d e a velocidade inicial relativa é representada por v (Figura adaptada de Feretti et al., 2002).

Vamos derivar agora a distância de máximo afastamento entre eles, também conhecida como ponto de retorno ou apogeu da órbita. Inicialmente, assumimos que os dois subaglomerados iniciam seu processo de “queda” a partir de uma grande distância d_0 . O exato valor de d_0 não afeta fortemente a velocidade de colisão desde que o mesmo seja elevado, proporcionando uma velocidade relativa próxima à de queda-livre.

Nesta descrição podemos considerar os entes envolvidos como massas pontuais que inicialmente estavam se afastando mutuamente devido à expansão de Hubble. Assumindo que as duas estruturas dominam a massa na região do Universo ocupada por elas, a descrição de sua expansão inicial e colapso pode ser tratada como um problema de órbita de dois

corpos, cuja separação máxima é dada pela terceira lei de Kepler,

$$d_0 \approx [2G(M_1 + M_2)]^{1/3} \left(\frac{t_f}{\pi}\right)^{2/3} \approx 4.5 \left(\frac{M_1 + M_2}{10^{15} M_\odot}\right)^{1/3} \left(\frac{t_f}{10^{10} \text{ anos}}\right)^{2/3} \text{ Mpc.} \quad (1.59)$$

A dimensão física típica de alguns Mpc desta estimativa é corroborada por simulações hidrodinâmicas (e.g. [Machado et al., 2015](#)).

Na máxima separação d_0 considera-se que os subaglomerados têm velocidade radial nula. Assim, seu momento angular orbital se escreve,

$$J_{\text{orb}} \approx mv_0 d_0 \quad (1.60)$$

e sua energia,

$$E_{\text{orb}} \approx \frac{1}{2}mv_0^2 - G\frac{M_1 M_2}{d_0}, \quad (1.61)$$

onde v_0 é a velocidade inicial relativa (projetada no plano do céu) e a massa reduzida m é definida como

$$m \equiv \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}. \quad (1.62)$$

Na separação d , a velocidade relativa v será perpendicular a direção de b . A conservação do momento angular e energia nos permitem determinar a velocidade relativa

$$v^2 \approx 2G(M_1 + M_2) \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d_0}\right) \left[1 - \left(\frac{b}{d_0}\right)^2\right]^{-1}, \quad (1.63)$$

ou ainda,

$$v \approx 2930 \left(\frac{M_1 + M_2}{10^{15} M_\odot}\right)^{1/2} \left(\frac{d}{1 \text{ Mpc}}\right)^{-1/2} \left[\frac{1 - \left(\frac{d}{d_0}\right)}{1 - \left(\frac{d}{d_0}\right)^2}\right]^{1/2} \text{ km s}^{-1}. \quad (1.64)$$

O momento angular médio total é escrito como

$$J \approx \frac{\lambda GM^{5/2}}{|E|^{1/2}}. \quad (1.65)$$

onde E e M são respectivamente a energia total e a massa do halo e λ é o parâmetro de *spin* ([Peebles, 1969](#)). Segundo [Feretti et al. \(2002\)](#) e mais recentemente [Power \(2013\)](#), $\lambda \approx 0.05$.

Vamos considerar agora o halo final produzido pela fusão. Seu momento angular total será

$$J = J_1 + J_2 + J_{\text{orb}}. \quad (1.66)$$

Aplicando a Eq. 1.65 para as massas iniciais e a final ($M_1 + M_2$), a Eq. 1.66 nos fornece diretamente o valor de J_{orb} , considerando que os momentos angulares estão correlacionados (i.e., orientados na mesma direção) já que eles são produzidos pelos mesmo campo local. Analogamente, a energia final do sistema será,

$$E = E_1 + E_2 + E_{\text{orb}}. \quad (1.67)$$

A energia cinética rotacional pode ser ignorada já que ela corresponde a apenas uma fração $\sim 2\lambda^2 \lesssim 1\%$ da energia total.

Assim, o momento angular orbital médio pode ser escrito como

$$J_{\text{orb}} \approx \frac{\lambda G M_1 M_2}{\left[\frac{G(M_1 + M_2)}{d_0} - \frac{1}{2} v_0^2 \right]^{1/2}} f(M_1, M_2), \quad (1.68)$$

sendo

$$f(M_1, M_2) \equiv \frac{(M_1 + M_2)^3}{(M_1 M_2)^{3/2}} \left[1 - \frac{M_1^{5/3} + M_2^{5/3}}{(M_1 + M_2)^{5/3}} \right]^{3/2}. \quad (1.69)$$

O valor deste termo é $f(M_1, M_2) \approx 2$ (Feretti et al., 2002). O termo cinético $v_0^2/2$ vale aproximadamente $2\lambda^2 \lesssim 1\%$ do termo potencial e pode assim ser ignorado. Após estas considerações, a Eq. 1.68 fica

$$J_{\text{orb}} \approx \lambda M_1 M_2 \sqrt{\frac{G d_0}{M_1 + M_2}} f(M_1, M_2), \quad (1.70)$$

A velocidade inicial transversal correspondente é escrita como

$$\begin{aligned} v_0 &\approx \lambda \sqrt{\frac{G(M_1 + M_2)}{d_0}} f(M_1, M_2) \\ &\approx 93 \left(\frac{\lambda}{0.05} \right) \left(\frac{M_1 + M_2}{10^{15} M_\odot} \right)^{1/2} \left(\frac{d_0}{5 \text{ Mpc}} \right)^{-1/2} \left(\frac{f}{2} \right) \text{ km s}^{-1}. \end{aligned} \quad (1.71)$$

Por fim, o parâmetro de impacto b pode ser escrito em termos das grandezas conhecidas

$$b \approx \frac{v_0}{v} d_0, \quad (1.72)$$

que implica em $b \ll d_0$. Substituindo as Eqs. 1.64 e 1.71 na Eq. 1.72 chegamos a

$$\begin{aligned} b &\approx \lambda \sqrt{\frac{d_0 d}{2}} \left(1 - \frac{d}{d_0} \right)^{-1/2} f(M_1, M_2) \\ &\approx 160 \left(\frac{\lambda}{0.05} \right) \left(\frac{d}{1 \text{ Mpc}} \right)^{1/2} \left(\frac{d_0}{5 \text{ Mpc}} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{d_0}{d} \right)^{-1/2} \left(\frac{f}{2} \right) \text{ kpc}. \end{aligned} \quad (1.73)$$

A conclusão aqui é que as colisões durante o processo de fusão envolvem parâmetros de impacto relativamente pequenos comparativamente ao tamanho das estruturas envolvidas (e.g. Clowe et al., 2004, 2006; Bradač et al., 2008; Machado et al., 2015). Entretanto, deve-se ressaltar que a abordagem foi realizada de maneira aproximada e estatística, de modo de fusões com grandes parâmetros de impactos podem ocorrer na natureza.

1.2.3 Assinaturas observacionais

A fusão de aglomerados de galáxias é o evento mais energético do Universo desde o próprio Big Bang (Sarazin, 2004). Subaglomerados colidem com velocidades relativas de $\sim 2000 \text{ km s}^{-1}$ liberando uma quantidade de energia $\gtrsim 10^{64}$ erg inicialmente na forma de energia gravitacional de ligação. A colisão irá induzir choques no ICM, caracterizados por um número de Mach^[7] $\mathcal{M} \lesssim 3$ (Akamatsu et al., 2012), que podem dissipar energias $\sim 3 \times 10^{63}$ erg aquecendo e comprimindo o gás. Além disso, tais choques são capazes de acelerar elétrons e íons que por sua vez podem produzir radiação síncrotron em rádio, Compton inverso, UV, R-X duros e raios γ .

A fusão, através de sucessivas colisões entre aglomerados de galáxias, proporciona um excelente laboratório astrofísico para o estudo de suas três principais componentes: galáxias, ICM e a matéria escura. O balanço mostra que as galáxias contribuem apenas com $\sim 5\%$ enquanto que o ICM responde pela maior parte da massa bariônica presente, respondendo por $\sim 15\%$ da massa total; por fim a componente dominante no sistema é a matéria escura cuja contribuição é de $\sim 80\%$.

O detalhe importante aqui é que durante a colisão, cada uma das componentes dos aglomerados interage de maneira distinta: enquanto a matéria escura e as galáxias se comportam como partículas não colisionais, o ICM sofre interações típicas de um fluido (e.g. pressão de arraste, choques). Tais características podem acarretar na separação espacial das componentes após o evento, constituindo assim uma das principais assinaturas observacionais do processo. Sistemas nesta situação constituem a classe das chamadas *fusões dissociativas* (e.g. Dawson, 2013). Nesta data, apenas cerca de ~ 50 deles já foram identificados (Harvey et al., 2015), devido ao fato de as estruturas em colisão passarem a maior parte do tempo percorrendo uma órbita distante do ponto de máxima aproximação (e.g. Dawson, 2013).

⁷ Definido como a razão entre a velocidade do meio e a do som ($\mathcal{M} \equiv v/c_s$).

Cada componente dos aglomerados de galáxias pode ser mapeada através de diferentes estratégias: as galáxias membro são identificadas através de imageamento e/ou espectroscopia ótica; o ICM é natural emissor de R-X que podem ser detectados por satélites situados além da nossa atmosfera, que é opaca a esta faixa do espectro eletromagnético; finalmente, a distribuição da matéria escura no halo pode, em princípio, ser mapeada a partir do efeito de lente gravitacional causado pela massa do aglomerado nas galáxias localizadas em *redshifts* maiores que ele.

Do ponto de vista do imageamento ótico apenas, a identificação de um sistema em fusão é uma tarefa difícil. Em contrapartida, uma importante assinatura deste processo está relacionada à dinâmica das galáxias, já que a dispersão de suas velocidades radiais sofre um incremento em épocas próximas à passagem pericêntrica dos subaglomerados (e.g. [Pinkney et al., 1996](#)). Este comportamento também irá se refletir na galáxia mais brilhante do (sub)aglomerado (BCG, do inglês *brightest cluster galaxy*) que irá apresentar um considerável desvio em relação à velocidade peculiar do subaglomerado hospedeiro até que a fricção dinâmica aja no sentido de colocá-la novamente em repouso do fundo do poço de potencial. ([Martel et al., 2014](#)). Entretanto, os efeitos dinâmicos aqui citados são fortemente dependentes do ângulo no qual o sistema em fusão é observado (e.g. [Pinkney et al., 1996](#)).

Existem evidências que as fusões entre aglomerados podem romper fluxos de resfriamento (*cooling flows*) pré-existentes apesar de não se haver consenso sobre o mecanismo que leva a esta quebra ([Feretti et al., 2002](#)). Eventualmente tais fluxos podem sobreviver, pelo menos por algum período, após a fusão (e.g. [Feretti et al., 2002](#)) e podem estar relacionados a uma característica observacional presente em alguns sistemas em fusão, as *frentes frias*. Elas são descontinuidades agudas na distribuição de brilho superficial do ICM, chegando muitas vezes a ser confundida com um choque (e.g. [Kempner et al., 2003](#); [Owers et al., 2014](#)). Elas aparecem devido ao movimento do gás frio e denso em ambiente cujo gás possui maior entropia.

Na periferia de alguns sistemas em fusão são observadas emissões difusas e alongadas em rádio que não estão correlacionadas à galáxias individuais. Elas são denominadas *radio relics* e estão associados a aglomerados bastante perturbados (e.g. [Cassano et al., 2010](#)). Também são altamente polarizados e possuem baixo perfil de brilho superficial o que torna difícil sua detecção. A origem desta emissão não térmica é a emissão síncrotron produzida

por partículas relativísticas (re)aceleradas pelo choque induzido no ICM. Os *radio relics* não estão presentes em todos os sistemas em fusão, porém sua ocorrência indica que o sistema hospedeiro sofreu recente processo de colisão (e.g. [Cassano et al., 2010](#)).

A massa é o principal parâmetro que caracteriza um aglomerado de galáxias. A classificação dos sistemas em fusão é feita a partir razão entre a massa de suas estruturas mais massivas (no caso de uma fusão entre vários subaglomerados). *Major mergers* possuem razão menor que 2 enquanto que os *semi-major mergers* ocorrem com razão entre 2–4. Já os *minor mergers* possuem razão de massa superior a 4 ([Martel et al., 2014](#)).

Um dos mais célebres estudos do tema envolveu o aglomerado 1E0657-56, conhecido como o Aglomerado Bala (*Bullet cluster*, e.g. [Clowe et al., 2004](#); [Markevitch et al., 2004](#); [Clowe et al., 2006](#); [Randall et al., 2008](#)). No estudo deste sistema em fusão os autores obtiveram fortes evidências em favor da existência da matéria escura, em detrimento à teorias alternativas da gravitação como a MOND ([Milgrom, 1983](#)), e puderam estimar um limite superior para a seção de choque de auto-interação da matéria escura ($\sigma/m < 1$).

1.2.4 Seção de choque de auto interação da matéria escura

A teoria de formação e evolução de estruturas do Universo é muito bem sucedida em explicar a distribuição de matéria observada atualmente no Universo em grandes escalas (e.g. [Springel et al., 2005](#); [Vogelsberger et al., 2014](#); [Alam et al., 2015](#)). O modelo Λ CDM propõe que a maior parte do conteúdo material do Universo se encontra na forma de matéria escura fria (conforme a Fig. 1.1), uma componente não bariônica e que não interage consigo mesma a não ser via força gravitacional.

Em escalas menores, entretanto, aparecem algumas inconsistências entre as observações e o modelo Λ CDM: os halos observados possuem um perfil de densidade mais plano no centro que o proposto pelo modelo teórico (*core-cusp problem*, e.g. [de Blok, 2010](#)), que também prevê uma quantidade maior de subestruturas (e.g. [Dubinski e Carlberg, 1991](#)). Embora tais desvios possam ser causados por processos astrofísicos específicos, a solução mais geral para estas inconsistências pode ser rever o caráter não colisional da CDM, admitindo que ela possua uma seção de choque de auto-interação $\sigma/m \neq 0$. O estudo de aglomerados de galáxias em fusão nos fornece subsídios para testar esta hipótese.

Embora a determinação mais acurada requeira o entendimento da dinâmica da fusão (e.g. idade, velocidade na aproximação pericêntrica e posição eixo de movimento em relação

ao plano do céu, Dawson, 2013) podemos, a partir de princípios básicos, estimar um limite superior para σ/m . Definimos a profundidade de espalhamento τ como

$$\tau = \frac{D}{\tau_{\text{ótico}}}, \quad (1.74)$$

que é a razão entre o diâmetro D do halo e a profundidade “ótica” $\tau_{\text{ótico}}$ das partículas de CDM, que pode ser aproximada como

$$\tau_{\text{ótico}} = \left[\frac{\sigma}{m} \rho_{\text{halo}} \right]^{-1} \quad (1.75)$$

onde ρ_{halo} é a densidade de massa da região central do halo (e.g. Markevitch et al., 2004; Bradač et al., 2008; Merten et al., 2011).

Substituindo a Eq. 1.75 na Eq. 1.74, chegamos à expressão da profundidade de espalhamento,

$$\tau = \frac{\sigma}{m} \Sigma_s, \quad (1.76)$$

onde Σ_s é a densidade superficial de massa (e.g. Markevitch et al., 2004; Mishchenko e Ji, 2015).

Para o ICM, $\tau \gg 1$; como já mencionado, as galáxias são consideradas como não interagentes com $\tau = 0$. É esperado que a matéria escura tenha um comportamento intermediário entre estes dois regimes, com

$$\tau < 1, \quad (1.77)$$

(Markevitch et al., 2004) embora Mishchenko e Ji (2015) argumentem, baseados em simulações numéricas, que este limite possa ser menor.

1.3 Objetivos e estrutura da tese

A proposta deste trabalho é a de caracterizar três sistemas de aglomerados em fusão que foram previamente identificados como candidatos a terem sofrido recente processo de colisão. Este juízo vem prioritariamente do estado perturbado de seus ICM e da separação aparente da posição entre pelo menos uma das BCGs de cada subaglomerado e o centro da respectiva distribuição do ICM traçada por sua emissão em R-X.

Nossos objetivos principais são:

- Mapear a distribuição da massa através da técnica de lentes gravitacionais fracas;
- Medir a massa de cada subaglomerado;
- Caracterizar, do ponto de vista dinâmico, cada subaglomerado;
- Construir a história do movimento de colisão;
- Restringir o limite superior da seção de choque de auto interação da matéria escura.

Para atingir nossos objetivos, contamos com observações no ótico tanto de imageamento quanto de espectroscopia. Os aglomerados em fusão aqui estudados e uma breve descrição dos dados de imageamento são listados na Tab. 1.1.

Tabela 1.1 - Sistemas em fusão estudados neste trabalho e características do imageamento ótico.

Aglomerado	<i>Redshift</i> médio	Telescópio/instrumento	Campo (arcmin)	Bandas
Abell 1758	0.278	Subaru/Suprime-Cam	34×27	B, R_C, z'
Abell 2034	0.113	Subaru/Suprime-Cam	34×27	B, R_C, z'
Abell 3376	0.046	Blanco/DECAM	133×124	g', r', i'

A tese está organizada da seguinte forma: as técnicas de análise empregadas neste trabalho, lentes gravitacionais fracas, análise dinâmica e modelo da dinâmica de dois corpos são descritas no Cap. 2; a apresentação dos aglomerados, a descrição dos dados e sua redução, a análise, resultados e discussão sobre cada um dos sistemas são apresentados individualmente no Cap. 3 (A1758), no Cap. 4 (A2034) e no Cap. 5 (A3376); por fim, no Cap 6 são apresentadas as conclusões gerais e perspectivas para continuidade do estudos deosaglomerados de galáxias em fusão.

Os códigos de programação autorais utilizados deste trabalho foram escritos, prioritariamente, na linguagem aberta R ([R Core Team, 2014](#)) e alguns poucos fizeram uso das linguagens IDL[®] e *shell script*. Aqui, adotamos o sistema numérico americano.

Técnicas de análise

Neste capítulo serão apresentadas as técnicas utilizadas para o estudo dos aglomerados de galáxias em fusão a partir do imageamento e espectroscopia óticos. Na primeira seção faremos uma revisão acerca de lentes gravitacionais com foco em seu regime fraco enquanto que na segunda seção descreveremos as estratégias utilizadas para a caracterização do estado dinâmico dos aglomerados. Por fim, na última seção, apresentaremos o modelo da dinâmica de dois corpos utilizados para descrever o movimento dos sistemas em fusão analisados neste trabalho.

2.1 Lentes gravitacionais fracas

Aqui serão introduzidos os conceitos básicos que fundamentam a Física das lentes gravitacionais com destaque ao seu regime fraco. Existem na literatura bons artigos de revisão sobre o tema dentre os quais podemos citar os trabalhos de [Narayan e Bartelmann \(1996\)](#), [Mellier \(1999\)](#) e [Meylan et al. \(2006\)](#) que serviram de base para a redação desta seção.

2.1.1 Contexto histórico

Antes de introduzir o formalismo matemático iremos apresentar um breve histórico do desenvolvimento da ideia da deflexão de um raio de luz por um campo gravitacional que levou ao conceito de lentes gravitacionais. A pesquisa da qual resultou o texto a seguir foi realizada com base nos trabalhos de [Wambsganss \(1998\)](#), [Meylan et al. \(2006\)](#) e [Valls-Gabaud \(2006\)](#).

Ao contrário do que é amplamente difundido na literatura, Isaac Newton *não* foi o pre-

cursor da ideia da deflexão de um raio de luz durante sua passagem na vizinhança de um corpo massivo. Um dos excertos mais famosos de seu livro *Opticks* não tem qualquer correlação com este fenômeno e vem sendo utilizado erroneamente como referência à menção do desvio gravitacional. Vamos a ele:

Query 1: Do not Bodies act upon Light at a distance, and by their action bend its Rays; and is not this action (caeteris paribus) strongest at the least distance?

Newton (1704)

Analisando as demais proposições do livro fica claro que Newton estava particularmente interessado no fenômeno da difração da luz cuja interpretação através de sua teoria corpuscular era complicada. A única menção ao efeito de atração de raios de luz foi feita em seu famoso *Principia*, porém de maneira genérica e não necessariamente de natureza gravitacional.

O médico e físico francês Jean-Paul Marat é considerado por muitos como o precursor da ideia da distorção do caminho da luz causado por um campo gravitacional. Ele foi o responsável por traduzir *Opticks* para o francês e publicou diversos trabalhos nas áreas de elétrica e ótica. Em sua obra *Découvertes sur la lumière*, Marat cita

Tous les corps connus décomposent la lumière en l'attirant [...] La sphère d'attraction de la lumière [...] dépend de la densité superficielle, [...] un facteur d'affinité, [...] et en raison du carré inverse de la distance^[1]

Marat (1780)

Contudo, o desenvolvimento da ideia no texto é ambíguo no sentido de esclarecer se este seria um efeito gravitacional ou devido a qualquer outra força.

O cálculo formal da influência da gravidade sobre a luz foi realizado por Henry Cavendish em um manuscrito sem data (provavelmente escrito entre 1783 e 1804) onde ele cita,

To find the bending of a ray of light which passes near the surface of any body by the attraction of that body. Let s be the centre of body and a a point of surface. Let the velocity of body revolving in a circle at a distance as from the

¹ Numa tradução livre: “Todos os corpos conhecidos decompõem a luz gravitacionalmente [...] A esfera de atração da luz [...] depende da densidade superficial [...], de uma constante e do inverso do quadrado da distância”

body be equal to the velocity of light as $1 : u$, then will the sine of half bending of the ray be equal to $1/1 + u^2$.

Um ponto importante é que Cavendish adota a correta condição de contorno para a velocidade da luz que deve ser considerada num ponto infinito onde a aceleração produzida pelo corpo massivo seria desprezível.

O primeira cálculo quantitativo do desvio de um raio de luz rasante a um corpo celeste foi feito pelo geofísico, matemático e astrônomo alemão Johann Georg Soldner em 1804. Ironicamente sua dedução é conceitualmente errada já que ele considerou a velocidade da luz no ponto mais próximo do Sol onde a mesma já estaria sendo acometida de uma aceleração induzida pelo corpo celeste. Entretanto os valores encontrados, 0.001 arcsec para a Terra e 0.84 arcsec para o Sol, são bastante próximos daqueles calculados a partir da teoria da relatividade especial.

Embora este tema tenha sido timidamente abordado em livros durante o século 19 ele ressurge em 1907 no artigo de revisão sobre relatividade restrita escrito por Einstein onde ele cita que os raios de luz devem ser defletidos por um campo gravitacional. Esta predição, deduzida a partir do princípio de equivalência, somente foi publicada em detalhes em 1911 e previa um desvio de 0.83 arcsec (bem próximo ao de Soldner, baseado na teoria newtoniana) que poderia ser observado durante um eclipse total do Sol. Quis o destino que durante a elipse solar de 1914 eclodisse a Primeira Guerra Mundial impossibilitando sua observação previamente marcada para a península da Criméia na Rússia.

Com o advento da teoria da relatividade geral, Einstein recalculou o ângulo de deflexão para 1.75 arcsec representando o dobro daquele previsto via mecânica newtoniana (Einstein, 1916). A medida desta previsão, considerada como a segunda comprovação da teoria da relatividade (a primeira foi a explicação da precessão do periélio de Mercúrio), foi feita durante o eclipse solar de 29 de maio de 1919 por duas equipes: a de Sobral-CE mediu 1.98 ± 0.18 arcsec enquanto na ilha de Príncipe foi aferido o valor de 1.61 ± 0.30 arcsec (Dyson et al., 1920). Pouco tempo depois Lodge (1919) cunhou o termo “lente” para o fenômeno da deflexão da luz pelo campo gravitacional, frisando porém a ausência de um “comprimento focal”.

Ainda em 1911 Einstein teria deduzido uma equação para a lente a partir do esquema geométrico do sistema porém estas anotações ficam perdidas em seus cadernos (Renn et al., 1997). Foi somente o físico russo Orest Chwolson que em 1924 publicou uma nota curta

sobre a possibilidade de produção de falsas estrelas binárias devido ao efeito de lente gravitacional. Apesar de não apresentar cálculos detalhados, Chwolson sugere que para uma estrela perfeitamente alinhada com a lente a imagem será um perfeito arco. Entretanto ele arremata dizendo não saber se este efeito poderia ser observável (Chwolson, 1924).

O astrônomo tcheco František Link era bastante otimista a respeito das lentes gravitacionais e foi o pioneiro a determinar a posição teórica das imagens produzidas pela lente. Em especial ele sugeriu a observação do efeito de lente em galáxias (à época chamadas de nebulosas espirais). Este cálculos foram publicados em jornais franceses em 1936 (Link, 1936), nove meses antes do artigo de Einstein que versava sobre o mesmo assunto (Einstein, 1936). Link antevê a conservação do brilho superficial da fonte tendo como consequência a distorção do formato da fonte bem como calcula o raio em que se observa o anel sugerido por Chwolson.

Apesar de ter previsto corretamente a deflexão causada pelo Sol, Einstein se mostrava pessimista sobre a mensurabilidade dos efeitos das lentes gravitacionais, como mostram suas próprias palavras:

I have come to the conclusion that the phenomenon in question will, after all, not be observable so that I am no longer in favour of publishing anything about it

Einstein, 18 de abril de 1936.

No mesmo ano, sob muita insistência, publicou uma breve nota com mais detalhes matemáticos do efeito de lentes na revista *Science* (Einstein, 1936). Ao contrário do trabalho de Link esta publicação atraiu a atenção de diversos astrônomos e ironicamente foi considerada como precursora desta nova área da Astronomia.

Entre outros, o trabalho de Einstein (1936) influenciou o astrônomo suíço Fritz Zwicky que ao invés de procurar por lentes formadas de estrelas da nossa Galáxia, considerou outras galáxias^[2] como tal. Partindo de estimativas de massa, ele calculou que a separação típica de uma fonte de fundo seria da ordem de 10 arcsec (uma ordem de magnitude maior que para as estrelas) de modo que os pares de imagens apareceriam separados no telescópio. Esta técnica permitiria tanto a observação de objetos distantes (devido ao efeito de magnificação) quanto proveria um mecanismo para medir a massa da galáxia que atuou

² à época chamadas de nebulosas extragalácticas

como lente (Zwicky, 1937).

Apesar desta riqueza de publicações na década de 30, quase nenhum trabalho foi publicado nas duas décadas seguintes tanto na frente teórica quanto observacional. Foi somente no começo dos anos 60 que o assunto voltou à tona com os trabalhos de Klimov (1963) sobre lenteamento por galáxias e Liebes (1964) e Refsdal (1964a,b) sobre lentes pontuais.

Com o advento de novas tecnologias no campo da instrumentação (em especial o CCD) o que se viu a seguir foi a constatação observacional do fenômeno de lentes em seus diferentes regimes e sua consolidação como técnica de análise dos objetos astrofísicos. O primeira detecção de um sistema com imagens múltiplas foi feita por Walsh et al. (1979) que identificou em rádio um par de quasares idênticos.

2.1.2 Deflexão da luz

De acordo a teoria newtoniana da gravitação, um raio de luz passando a uma distância ξ de um corpo com massa puntual M será defletido de um ângulo

$$\hat{\alpha}_N = \frac{2GM}{c^2\xi} \quad (2.1)$$

em relação à sua trajetória inicial.

Esta deflexão produzida por uma concentração de massa é a base da teoria de lentes gravitacionais. Iremos a partir de agora generalizar a Eq. 2.1 para o contexto da teoria da relatividade geral.

Em 1916 Karl Schwarzschild aplicou as equações da recém publicada teoria da relatividade geral a uma distribuição esférica de massa encontrando soluções relativamente simples. A métrica do espaço-tempo na região próxima desta distribuição pode ser escrita como uma generalização da métrica de Minkowski^[3],

$$ds^2 = c^2 dt^2 f(r) - dr^2 h(r) - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \quad (2.2)$$

com

$$f(r) = \left(1 - \frac{R_s}{r}\right) \quad \text{e} \quad h(r) = \left(1 - \frac{R_s}{r}\right)^{-1}. \quad (2.3)$$

³ A métrica de Minkowski descreve o espaço-tempo plano como $ds^2 = -c^2 d\tau^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$ ou ainda em coordenadas esféricas $ds^2 = c^2 dt^2 - dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)$. τ é o tempo próprio medido por um relógio que se move com a partícula.

Esta métrica possui uma singularidade em $r = R_s$, definido como raio de Schwarzschild^[4],

$$R_s \equiv \frac{2GM}{c^2}. \quad (2.4)$$

Para regiões suficientemente afastadas da concentração de massa ($r \rightarrow \infty; M \rightarrow 0$) a métrica de Minkowski é recuperada já que

$$f(r \rightarrow \infty; M \rightarrow 0) = 1 \quad \text{e} \quad h(r \rightarrow \infty; M \rightarrow 0) = -1. \quad (2.5)$$

Na órbita de uma partícula de teste ($m \ll M$) temos a conservação do momento angular específico

$$j = \frac{J}{m} = r^2 \frac{d\phi}{d\tau} \quad (2.6)$$

e da energia específica

$$\varepsilon = \frac{E}{m} = \left(1 - \frac{R_s}{r}\right) \frac{dt}{d\tau}. \quad (2.7)$$

Considerando o sistema de coordenadas orientado de modo que $\theta = \pi/2$ e $d\theta = 0$ (note que isto restringe o movimento ao plano equatorial), a Eq. 2.2 fica

$$ds^2 = \left(1 - \frac{R_s}{r}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{R_s}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 d\phi^2 \quad (2.8)$$

onde consideramos a partir daqui as unidades naturais^[5] $c = G = 1$. Fazendo a divisão por $d\tau^2$,

$$\frac{ds^2}{d\tau^2} = \left[\left(1 - \frac{R_s}{r}\right) \left(\frac{dt}{d\tau}\right)^2 - \left(1 - \frac{R_s}{r}\right)^{-1} \left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 - r^2 \left(\frac{d\phi}{d\tau}\right)^2 \right] \quad (2.9)$$

e introduzindo j e ε previamente definidos chegamos a

$$\frac{ds^2}{d\tau^2} = \left[\left(1 - \frac{R_s}{r}\right)^{-1} \varepsilon^2 - \left(1 - \frac{R_s}{r}\right)^{-1} \left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 - \frac{j^2}{r^2} \right]. \quad (2.10)$$

Os fótons são partículas sem massa que se propagam ao longo de $ds^2 = 0$. Nesta condição a Eq. 2.10 se reduz a

$$\varepsilon^2 - \left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 - \frac{j^2}{r^2} \left(1 - \frac{R_s}{r}\right) = 0. \quad (2.11)$$

O parâmetro de impacto do feixe de luz é definido em função das quantidades conhecidas

$$\xi = \frac{j}{\varepsilon}. \quad (2.12)$$

⁴ Laplace (1795) conjecturou a existência de um corpo tão massivo que nem a luz poderia escapar de sua atração, ou seja, que sua velocidade de escape $v_e = (2GM/R)^{1/2}$ seria a própria velocidade c da luz.

⁵ Nestas unidades $R_s = 2M$

Isolando o termo $dr^2/d\tau^2$ na Eq. 2.11 e a dividindo por j^2 encontramos

$$\frac{1}{j^2} \frac{dr^2}{d\tau^2} = \frac{\varepsilon^2}{j^2} - \frac{1}{r^2} \left(1 - \frac{R_s}{r}\right) \quad (2.13)$$

que pode ser re-escalorada em termos de $d\tau' = j d\tau$ (j é constante ao longo da órbita) resultando em

$$\frac{dr^2}{d\tau'^2} = \frac{1}{\xi^2} - \frac{1}{r^3} (r - R_s). \quad (2.14)$$

Para derivar a expressão analítica de uma órbita específica precisamos encontrar

$$\frac{d\phi}{dr} = \frac{d\phi}{d\tau'} / \frac{dr}{d\tau'}. \quad (2.15)$$

Re-escrevendo a Eq. 2.6 em termos da nova coordenada re-escalorada,

$$\frac{d\phi}{d\tau'} = \frac{1}{r^2}, \quad (2.16)$$

e substituindo este valor e a Eq. 2.14 na Eq. 2.15 encontramos

$$\frac{d\phi}{dr} = \frac{1}{[r^4 \xi^{-2} - r(r - R_s)]^{1/2}}. \quad (2.17)$$

A diferença angular $\Delta\phi$ descreve o desvio da trajetória sofrido pelo raio de luz na vizinhança do corpo esférico de massa M (Fig. 2.1). Para encontrar o ponto de inflexão R_0 da órbita aplicamos a condição

$$\frac{dr}{d\tau'} = 0 \quad (2.18)$$

na Eq. 2.14 que nos leva a relação polinomial

$$R_0^3 - \xi^2(R_0 - R_s) = 0, \quad (2.19)$$

cuja maior raiz é

$$R_0 = \frac{2\xi}{3^{1/2}} \cos \left[\frac{1}{3} \cos^{-1} \left(-\frac{3^{3/2} R_s}{2\xi} \right) \right]. \quad (2.20)$$

O desvio pode ser calculado através da integração da Eq. 2.17,

$$\Delta\phi = 2 \int_{R_0}^{+\infty} \frac{dr}{[r^4 \xi^{-2} - r(r - R_s)]^{1/2}}, \quad (2.21)$$

onde o fator 2 leva em consideração o fato que integrando fornece apenas metade do desvio.

Fazendo a troca conveniente de variáveis, $u = r^{-1}$ com $du = -r^{-2} dr$,

$$\Delta\phi = 2 \int_0^{R_0^{-1}} \frac{du}{[\xi^{-2} - u(u - u^2 R_s)]^{1/2}}. \quad (2.22)$$

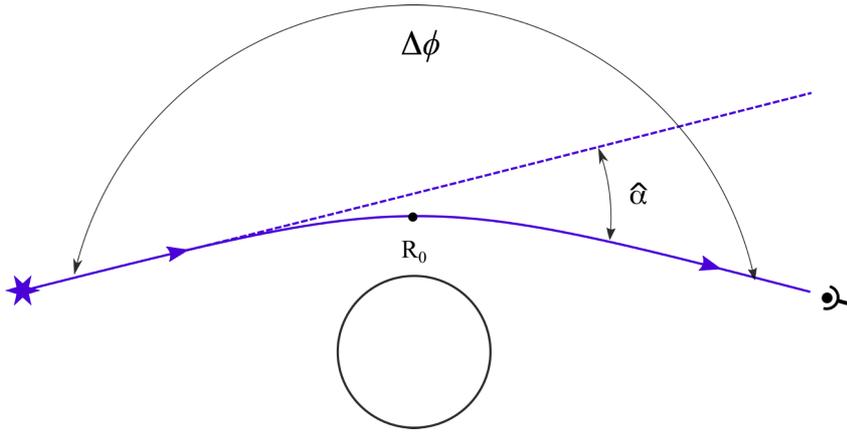


Figura 2.1: Raio de luz defletido por uma concentração de esférica de massa M . A órbita dos fótons próxima ao campo gravitacional é hiperbólica.

Numa região do espaço-tempo suficientemente longe do corpo massivo é válida a métrica de Minkowski ($M \rightarrow 0$, Eq. 2.5) de modo que a Eq. 2.4 resulta em $R_S = 0$ e a Eq. 2.20 mostra que $R_0 = \xi$. Neste regime a integral da Eq. 2.22 retorna

$$\Delta\phi|_{M \rightarrow 0} = 2 \sin^{-1} \left(\frac{\xi}{R_0} \right) = \pi, \quad (2.23)$$

que descreve uma linha reta.

A solução geral para $M \neq 0$ deve descrever um desvio em relação à reta a partir do ponto R_0 . Da Eq. 2.19 escrevemos o parâmetro de impacto em função desta coordenada,

$$\xi^2 = \frac{R_0^3}{R_0 - R_s} \quad (2.24)$$

e usamos esta relação na integral da Eq. 2.22,

$$\Delta\phi = 2 \int_0^{R_0^{-1}} \frac{du}{[R_0^{-2} - R_s R_0^{-3} - u^2 + u^3 R_s]^{1/2}}. \quad (2.25)$$

Estamos interessados em obter $\Delta\phi$ quando a massa sofre uma mudança ∂M . Neste caso R_0 é mantido fixo de modo que a aproximação de Taylor em primeira ordem da Eq. 2.25 fornece

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta\phi}{\partial M} \Big|_{M \rightarrow 0} &= 2 \int_0^{R_0^{-1}} du \frac{R_0^{-3} - u^3}{[R_0^{-2} - R_s R_0^{-3} - u^2 + u^3 R_s]^{1/2}} \Big|_{R_s=0} \\ &= 2 \int_0^{\xi^{-1}} du \frac{\xi^{-3} - u^3}{(\xi^{-2} - u^2)^{3/2}} = 4\xi^{-1}. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Finalmente, o ângulo de deflexão em primeira ordem pode se escrito como

$$\hat{\alpha} = \Delta\phi - \pi \approx M \left. \frac{\partial\Delta\phi}{\partial M} \right|_{M \rightarrow 0} = \frac{R_s}{2} \frac{4}{\xi} = \frac{4GM}{c^2\xi}, \quad (2.27)$$

onde por clareza foram indicadas as unidades fundamentais G e c (conforme Gebhardt, 2010).

Esta solução é válida no regime

$$\xi \gg R_s. \quad (2.28)$$

Note que o parâmetro de impacto ξ se refere à menor distância do feixe em relação a M enquanto que R_0 é o raio do ponto de inflexão e em geral, $\xi > R_0$.

O ângulo de deflexão calculado a partir da teoria da relatividade geral tem basicamente a mesma forma daquele predito pela gravitação newtoniana (Eq. 2.1) diferindo apenas por um fator 2.

2.1.3 A equação geral de lentes gravitacionais

Visando escrever a equação geral que descreve o comportamento de uma lente gravitacional é necessário que a Eq. 2.27 seja generalizada para uma distribuição qualquer de massa.

Da condição apresentada na Eq. 2.28 decorre que o ângulo de deflexão é intrinsecamente pequeno ($\hat{\alpha} \ll 1$). Deste modo podemos aproximar o caminho r_3 do raio de luz incidente como uma reta na vizinhança do elemento infinitesimal de massa $dm = \rho(\mathbf{r})dV$. Essa condição somente é satisfeita na chamada aproximação de lentes finas onde uma das dimensões da lente é muito menor que as outras duas. O parâmetro de impacto $\boldsymbol{\xi} = (\xi_1, \xi_2)$ do raio de luz em relação à dm é $\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\xi}'$ e não depende da coordenada r_3 .

Após estas considerações, o ângulo de deflexão produzido por uma distribuição arbitrária de massa pode ser escrito como

$$\hat{\alpha}(\boldsymbol{\xi}) = \frac{4G}{c^2} \int d^2\xi' \Sigma(\boldsymbol{\xi}') \frac{\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\xi}'}{|\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\xi}'|^2} \quad (2.29)$$

onde introduzimos a densidade superficial de massa

$$\Sigma(\boldsymbol{\xi}) \equiv \int dr_3 \rho(\boldsymbol{\xi}, r_3). \quad (2.30)$$

A configuração típica de um sistema astrofísico de lente gravitacional é apresentada na Fig. 2.2. O observador detecta um raio de luz proveniente da fonte distante D_s (ou em

termos de seu *redshift*, z_s) que foi defletido por uma concentração de massa situada em D_d (z_d) estando esta afastada D_{ds} da fonte. Todas as distâncias mencionadas se referem à distância de diâmetro angular cujo tamanho típico $cH_0^{-1} \sim \mathcal{O}(3000)$ Mpc é muito maior que a dimensão física da lente $\sim \mathcal{O}(3)$ Mpc de modo que a condição de lente fina anteriormente apresentada é válida no caso de lentes formadas por aglomerados de galáxias, que são nosso objeto de estudo neste trabalho.

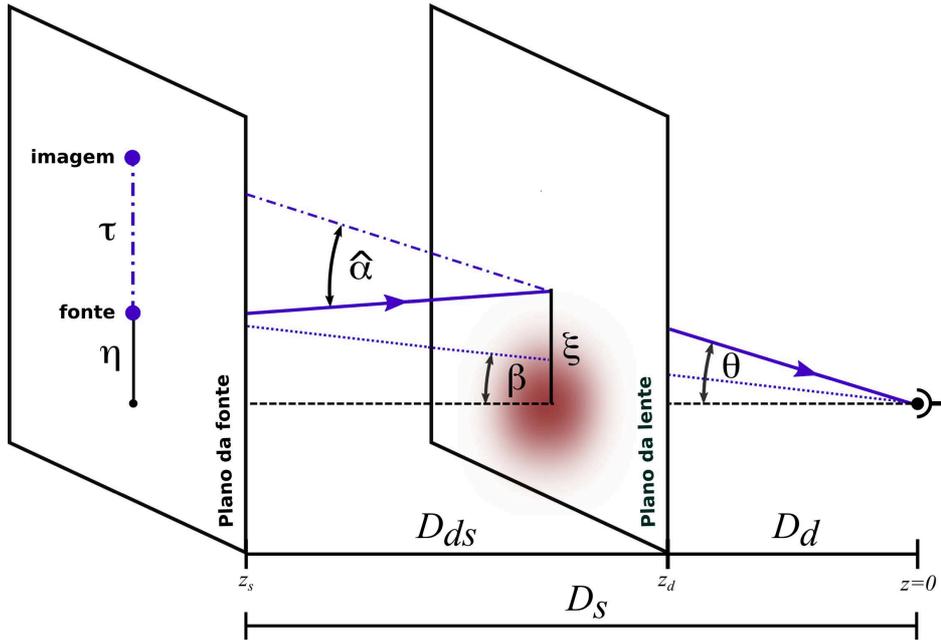


Figura 2.2: Configuração típica de uma lente gravitacional. O raio de luz (linha contínua azul) emitido pela fonte localizada em z_s sofre uma deflexão $\hat{\alpha}$ ao passar pela concentração de massa no *redshift* z_d . Devido a este efeito, ao invés de enxergar a fonte subentendida de um ângulo β , o observador a verá numa posição θ . O raio de luz que incide na lente não é necessariamente paralelo ao eixo óptico representado pela linha tracejada preta ($\eta \neq \xi$) mas esta inclinação é irrelevante frente ao desvio causado pela lente. O sistema observador/lente/fonte é caracterizado pelas distâncias de diâmetro angular D_d , D_s e D_{ds} sendo que em geral $D_s \neq D_{ds} + D_d$.

Seja $\boldsymbol{\eta} = (\eta_1, \eta_2)$ a posição da fonte em seu respectivo plano cuja origem é a intersecção com o eixo óptico. Ela está subentendida por um ângulo $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2)$ medido da posição do observador que devido ao efeito da lente gravitacional verá a imagem na posição $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2)$. A partir do esquema da Fig. 2.2 podemos escrever as relações trigonométricas

$$\tan \hat{\alpha} = \frac{\tau}{D_{ds}}, \quad (2.31)$$

$$\tan \beta = \frac{\eta}{D_s} \quad (2.32)$$

e

$$\tan \theta = \frac{\xi}{D_d}. \quad (2.33)$$

No regime $\hat{\alpha} \ll 1$ observado podemos considerar $\hat{\beta} \approx \tan \hat{\beta}$ e $\hat{\theta} \approx \tan \hat{\theta}$ e as equações anteriores podem ser reescritas como

$$\hat{\alpha} = \frac{\tau}{D_{ds}}, \quad (2.34)$$

$$\beta = \frac{\eta}{D_s} \quad (2.35)$$

e

$$\theta = \frac{\xi}{D_d}, \quad (2.36)$$

sendo que por semelhança de triângulos esta última ainda pode ser escrita como

$$\theta = \frac{\eta + \tau}{D_s}. \quad (2.37)$$

Da Eq. 2.34 obtemos $\tau = D_{ds}\hat{\alpha}(\xi)$. Substituindo τ na Eq. 2.37,

$$\eta = \theta D_s - D_{ds}\hat{\alpha}(\xi) \quad (2.38)$$

e dividindo todos os seus termos por D_s chegamos a

$$\frac{\eta}{D_s} = \theta - \frac{D_{ds}}{D_s}\hat{\alpha}(\xi) \quad (2.39)$$

que finalmente combinada com a Eq. 2.35 nos leva à chamada equação de lentes

$$\beta(\theta) = \theta - \alpha(\theta) \quad (2.40)$$

que fornece a descrição geométrica do desvio do feixe de luz causado pela lente gravitacional relacionando a posição real do objeto β com sua posição observada θ . O fator $\alpha(\theta) \equiv \hat{\alpha}(\xi)D_{ds}/D_s$ é chamado de ângulo de deflexão reduzido.

2.1.4 Densidade crítica e eficiência da lente

O ângulo de deflexão reduzido produzido por uma distribuição arbitrária de massa pode ser escrito em função da posição da imagem a partir da Eq. 2.29,

$$\hat{\alpha}(\theta) = \frac{4G}{c^2} \frac{D_{ds}D_d}{D_s} \int d^2\theta' \Sigma(D_d\theta') \frac{\theta - \theta'}{|\theta - \theta'|^2}. \quad (2.41)$$

lembrando que $\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\theta}D_d$ (Eq. 2.36).

Definimos aqui a densidade de massa superficial adimensional conhecida também como convergência

$$\kappa(\boldsymbol{\theta}) \equiv \frac{\Sigma(D_d\boldsymbol{\theta})}{\Sigma_{cr}} \quad (2.42)$$

com

$$\Sigma_{cr} = \frac{c^2}{4\pi G} \frac{D_s}{D_{ds}D_d} \quad (2.43)$$

de modo que a Eq. 2.41 pode ser reescrita como

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{\pi} \int d^2\theta' \kappa(\boldsymbol{\theta}') \frac{\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}'}{|\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}'|^2}. \quad (2.44)$$

A chamada densidade superficial crítica Σ_{cr} depende somente das distâncias de diâmetro angulares e constitui um limiar que define os diferentes regimes do fenômeno de lentes gravitacionais que são apresentados de maneira gráfica na Fig. 2.3. Para uma distribuição de massa com $\kappa \geq 1$ ou seja, $\Sigma \geq \Sigma_{cr}$, a Eq. 2.40 terá mais de uma solução o que irá produzir imagens múltiplas. Este cenário ocorre quando a fonte está convenientemente posicionada próximo ao eixo ótico da lente. Já para um observador e/ou fonte suficientemente afastados em relação ao eixo ótico o efeito da lente é mais tênue e constitui o regime fraco que será apresentado nas próximas seções.

A convergência está diretamente relacionada às distâncias embutidas em Σ_{cr} e que são determinadas em função do *redshift*. Logo, a eficiência (ou força) de uma lente gravitacional está relacionada à sua posição relativa entre o observador e as galáxias de fundo. Este efeito está esquematizado na Fig. 2.4, onde para fins de simplificação se supôs todas as galáxias de fundo localizadas em $z = 1$. A título de ilustração estão indicadas a localização dos três aglomerados de galáxias analisados por este trabalho.

Pela Fig. 2.4 os aglomerados situados em *redshifts* intermediários ($z_d \sim 0.25 - 0.50$) são os defletores mais eficientes (e.g. Spinelli, 2011).

2.1.5 Distorção e magnificação no regime de lentes fracas

Podemos abordar os efeitos da lente gravitacional pelo ponto de vista da projeção de seu potencial gravitacional $\Phi(\boldsymbol{\xi}, r_3)$. O potencial escalar da lente,

$$\psi(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{\pi} \int d^2\theta' \kappa(\boldsymbol{\theta}') \ln |\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}'| \quad (2.45)$$

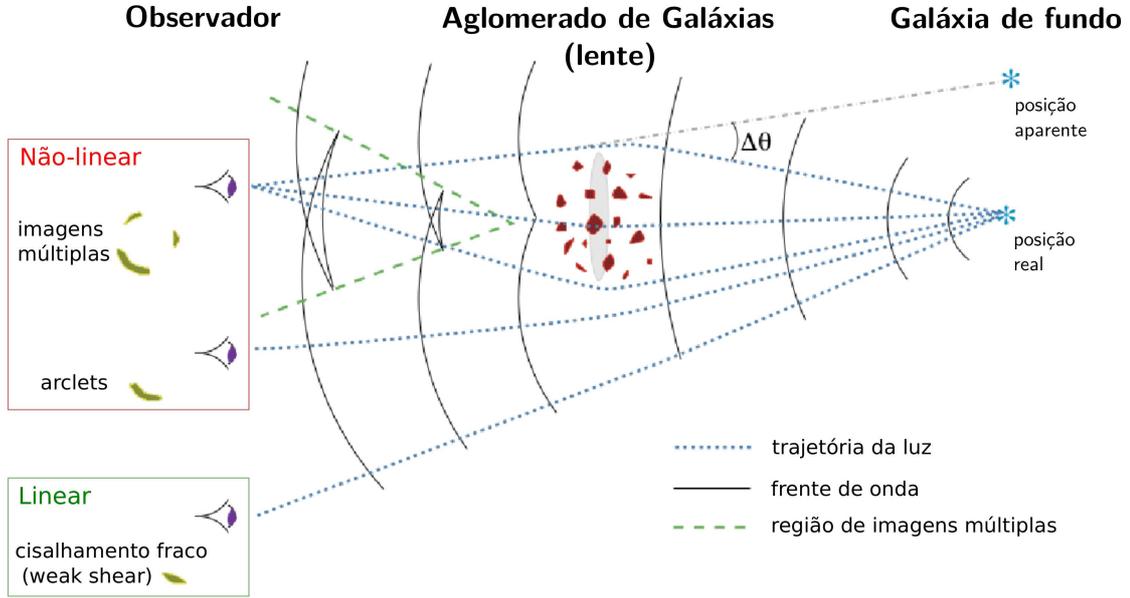


Figura 2.3: O fenômeno de lentes gravitacionais se manifesta através de diferentes regimes da equação da lente (Eq. 2.40) que estão relacionados ao valor da convergência κ que provoca a deflexão do raio de luz. Para $\kappa \geq 1$ (i.e. $\Sigma \geq \Sigma_{cr}$) temos o chamado regime de lentes fortes onde há produção de múltiplas imagens da fonte; no caso específico de $\kappa = 1$ ($\Sigma = \Sigma_{cr}$) quando a fonte está perfeitamente alinhada com uma lente esféricamente simétrica ($\beta = 0$) é formada uma imagem anelar conhecida como “anel de Einstein”. Já no caso em que $\kappa < 1$ (i.e. $\Sigma < \Sigma_{cr}$) o efeito de lente é mais fraco sendo necessária uma abordagem estatística para a caracterização da lente. Entre ambos os limites, temos o regime de transição com a produção de arcos gravitacionais (do inglês *arclets*) (Figura extraída de Lima Neto, 2016).

é convenientemente definido de modo que valem as relações

$$\nabla\psi = \alpha \quad (2.46)$$

e

$$\nabla^2\psi = 2\kappa, \quad (2.47)$$

que foram obtidas respectivamente através das identidades $\nabla \ln |\theta| = \theta/|\theta|^2$ e $\nabla^2 \ln |\theta| = 2\pi\delta_D(\theta)$, sendo δ_D o delta de Dirac.

As fontes descritas são objetos extensos cujos feixes de luz emitidos são defletidos de maneira diferencial de acordo com o potencial sentido na posição de passagem pela lente.

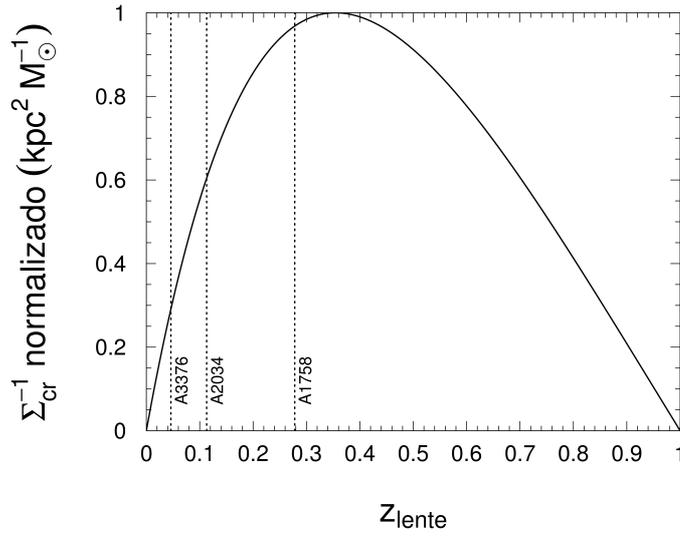


Figura 2.4: Eficiência da lente gravitacional em função de seu *redshift* para um conjunto de fontes fixas em $z = 1$ adotando a cosmologia $\Omega_m = 0.27$, $\Omega_\Lambda = 0.73$ e $H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. Note que tanto para baixos quanto altos *redshifts* o sinal induzido pela lente é muito baixo ao passo lentes localizadas em posições intermediárias terão maior sinal. Em destaque está a localização dos três aglomerados de galáxias estudados neste trabalho, apresentados em ordem decrescente da magnitude do sinal de lentes fracas esperado: A1758 ($z = 0.278$), A2034 ($z = 0.113$) e A3376 ($z = 0.046$).

Como resultado, a imagem aparecerá distorcida em relação ao formato original.

Na natureza as fontes são muito menores em relação às escalas angulares envolvidas no fenômeno de lentes gravitacionais permitindo a linearização local da Eq. 2.40. Deste modo uma fonte situada em (β_1, β_2) será vista na posição (θ_1, θ_2) através da relação

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \mathcal{A}(\boldsymbol{\theta}) \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}. \quad (2.48)$$

A distorção $\mathcal{A}(\boldsymbol{\theta})$ é descrita por uma matriz jacobiana

$$\mathcal{A}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{\partial \boldsymbol{\beta}}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \delta_{ij} - \frac{\partial^2 \psi(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i \partial \theta_j}, \quad (2.49)$$

onde δ_{ij} é o delta de Kronecker e

$$\frac{\partial^2 \psi(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i \partial \theta_j} = \psi_{i,j} \quad (2.50)$$

é a matriz hessiana do potencial da lente (Eq. 2.45).

Para simplificar a descrição matemática introduzimos as componentes

$$\gamma_1 = \frac{1}{2}(\psi_{11} - \psi_{22}) \quad (2.51)$$

e

$$\gamma_2 = \psi_{12} = \psi_{21} \quad (2.52)$$

do cisalhamento complexo (do inglês *shear*) definido como

$$\gamma \equiv \gamma_1 + i\gamma_2 = |\gamma|e^{2i\varphi} \quad (2.53)$$

onde fase φ é definida como o ângulo entre o eixo real e $|\gamma|$. Importante destacar que devido a dependência com o fator 2φ o cisalhamento *não* é um vetor já que ele é invariante sob uma rotação de 180° . Matematicamente γ é considerado um tensor de segunda ordem.

Podemos redefinir a convergência em termos de $\psi_{i,j}$ como

$$\kappa = \frac{1}{2}(\psi_{11} + \psi_{22}) . \quad (2.54)$$

Enquanto que a convergência é responsável pela expansão ou contração isotrópica na imagem da fonte, o cisalhamento atuará provocando uma deformação anisotrópica com direção φ e amplitude dada por $|\gamma|$. Na Fig. 2.9 podemos ver de maneira qualitativa estes efeitos atuando sobre uma fonte circular.

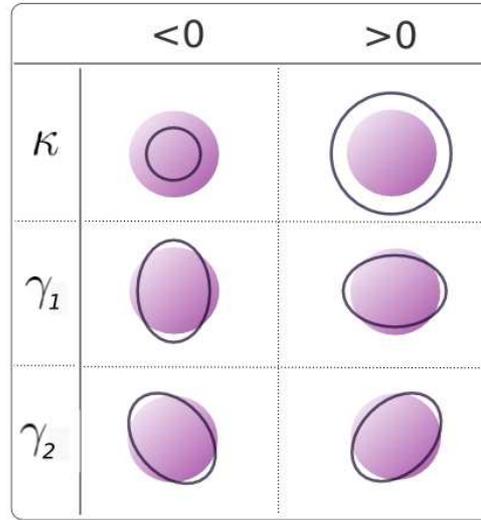


Figura 2.5: Distorção induzida na imagem da fonte (círculos roxos) pelos diferentes valores assumidos pela convergência κ e pelas componentes do cisalhamento γ_1 e γ_2 . Isoladamente, o efeito isotrópico de κ atua no sentido de contrair ($\kappa < 1$) ou expandir ($\kappa > 1$) a imagem ao passo que γ_1 e γ_2 induzem uma distorção anisotrópica com direção variável (Figura extraída de Castejon, 2015).

Na prática observamos um efeito combinado de κ e γ que é descrito em termos do cisalhamento reduzido complexo,

$$g = \frac{\gamma}{1 - \kappa} \quad (2.55)$$

com componentes

$$g \equiv g_1 + ig_2 = \frac{|\gamma|}{1 - \kappa} e^{2i\varphi}, \quad (2.56)$$

que possuem as mesmas propriedades matemáticas do cisalhamento complexo.

Podemos re-escrever a matrix jacobiana (Eq. 2.49) em termos das grandezas anteriormente definidas como

$$\mathcal{A}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} 1 - \kappa - \gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & 1 - \kappa + \gamma_1 \end{bmatrix} = (1 - \kappa) \begin{bmatrix} 1 - g_1 & -g_2 \\ -g_2 & 1 + g_1 \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

ou ainda em termos de seus auto-valores

$$\mathcal{A}(\boldsymbol{\theta}) = (1 - \kappa) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - |\gamma| \begin{bmatrix} \cos 2\varphi & \sin 2\varphi \\ \sin 2\varphi & -\cos 2\varphi \end{bmatrix}. \quad (2.58)$$

A transformação dada pela Eq. 2.57 é a relação básica do efeito de lentes gravitacionais em seu regime fraco. Imagens múltiplas e arcos gravitacionais como aqueles representados na Fig. 2.3 não são descritos por esta transformação que é válida apenas para as imagens menores onde é possível linearizar a equação geral de lentes.

A matriz jacobiana escrita no formato da Eq. 2.58 permite compreender matematicamente os efeitos geométricos de κ e γ apresentados individualmente na Fig. 2.6: o primeiro termo se refere a contração ou expansão isotrópica das imagens observadas no plano da lente provocada por κ ao passo que o segundo termo da Eq. 2.58 mostra que γ é responsável pela distorção anisotrópica na imagem.

A Fig. 2.6 traz o caso particular de uma fonte circular de raio R mapeada através da matriz \mathcal{A}^{-1} . Sua imagem no plano da lente será uma elipse com semi-eixos

$$\frac{R}{1 - \kappa - |\gamma|} = \frac{R}{(1 - \kappa)(1 - |g|)} \quad \text{e} \quad \frac{R}{1 - \kappa + |\gamma|} = \frac{R}{(1 - \kappa)(1 + |g|)} \quad (2.59)$$

cujas razões é dada por

$$r = \frac{b}{a} = \frac{1 - |g|}{1 + |g|}, \quad (2.60)$$

válida para $|g| < 1$.

Conforme já mencionado na Seq. 2.1.2 há conservação do momento angular e energia (Eqs. 2.6 e 2.7) dos fótons durante a passagem pela lente gravitacional. Considerando ainda a ausência de emissores e absorvedores na trajetória do feixe de luz desde a fonte até o observador, concluímos que há conservação dos fótons. Do teorema de Liouville decorre uma importante característica do fenômeno de lentes gravitacionais: a conservação do brilho

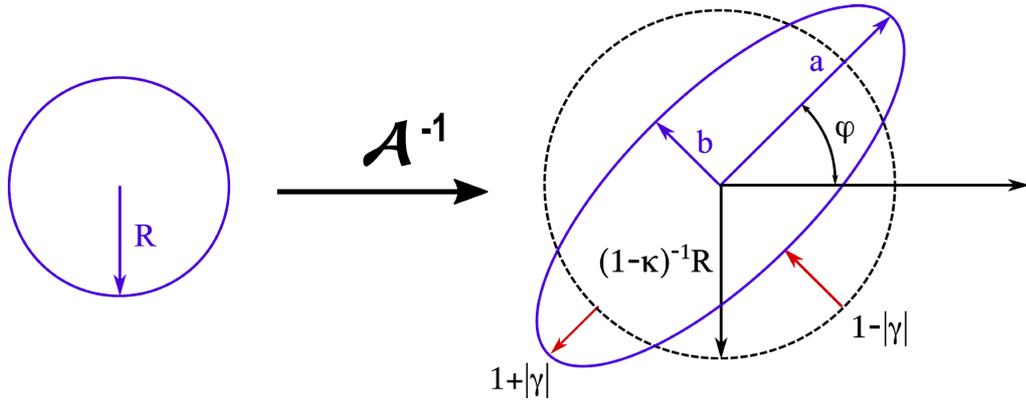


Figura 2.6: A fonte circular de raio R é transformada pela matriz jacobiana \mathcal{A}^{-1} em uma elipse de semi-eixos a e b cuja orientação é definida pelo ângulo φ entre a coordenada θ_1 e o eixo principal da elipse.

superficial do objeto original. Em virtude da amplificação do tamanho da imagem o fluxo observado (brilho superficial \times ângulo sólido subtendido pela imagem) será aumentado pelo mesmo fator implicando que a imagem lenteada será mais brilhante que sua fonte. Este aumento é chamado de magnificação μ e pode ser quantificado pela razão entre os fluxos observado e da fonte

$$\mu = \frac{F_{\text{imagem}}}{F_{\text{fonte}}} = \frac{1}{\det \mathcal{A}} \quad (2.61)$$

que escrito em termos das quantidades conhecidas fica

$$\mu = \frac{1}{(1 - \kappa)^2 - |\gamma|^2}. \quad (2.62)$$

2.1.6 Degenerescência de folha de massa

Seja $\kappa(\boldsymbol{\theta})$ uma distribuição de massa que provê a solução da equação geral de lentes (Eq. 2.40). Uma combinação linear do tipo

$$\kappa_\lambda(\boldsymbol{\theta}) = (1 - \lambda) + \lambda\kappa(\boldsymbol{\theta}) \quad (2.63)$$

e

$$\gamma_\lambda = \lambda\gamma \quad (2.64)$$

resultará em um mesmo observável

$$\mathbf{g}_\lambda = \frac{\lambda\gamma}{1 - (1 - \lambda + \lambda\kappa(\boldsymbol{\theta}))} = \frac{\gamma}{1 - \kappa} = \mathbf{g}. \quad (2.65)$$

Fisicamente, o primeiro termo da Eq. 2.63 corresponde a adição de uma superfície com densidade homogênea de massa $\kappa_c = 1 - \lambda$ enquanto que o segundo termo significa redimensionar a distribuição original $\kappa(\boldsymbol{\theta})$.

As Eqs. 2.63 e 2.64 são equivalentes a uma transformação $\mathcal{A}_\lambda = \lambda\mathcal{A}$ da matriz jacobiana. Escrevendo a magnificação (Eq. 2.62),

$$\mu_\lambda = \frac{\mu}{\lambda^2} \quad (2.66)$$

notamos que ela *não* é invariante sob as transformações apresentadas constituindo portanto um método para eliminação da degenerescência de folha de massa.

2.1.7 Lentes fracas sob o aspecto observacional

A distorção causada por g (rever Fig. 2.6) constitui um dos observáveis do regime de lentes fracas. Se pudéssemos identificar fontes circulares, segundo a Eq. 2.60, a medida do cisalhamento reduzido poderia ser obtida diretamente a partir da medida da forma elipse resultante,

$$|g| = \frac{1 - b/a}{1 + b/a} \quad (2.67)$$

e da orientação φ do semi-eixo maior. Entretanto é sabido que as galáxias *não* são intrinsecamente circulares implicando que a forma da imagem observada será uma combinação de sua elipticidade intrínseca com o cisalhamento reduzido. Por sua vez estas distorções são muito pequenas comparativamente às elipticidades originais das galáxias, $e^{(s)}$ [6].

A estratégia adotada para contornar esta dificuldade é assumir que as elipticidades intrínsecas estão aleatoriamente distribuídas de modo que qualquer alteração local desta característica seja atribuída ao cisalhamento induzido por uma lente gravitacional (Fig. 2.7). Isto inviabiliza a detecção do sinal do efeito de lentes fracas em galáxias individuais já que é necessária a medida da distorção coerente em um conjunto grande delas requerendo portanto uma abordagem estatística.

Como a orientação intrínseca das galáxias é aleatória, o valor esperado^[7] será

$$E(e^{(s)}) = 0. \quad (2.68)$$

⁶ Tipicamente $|g|$ varia entre 1% a 10% (Meylan et al., 2006) enquanto que a elipticidade intrínseca vale ~ 0.35 .

⁷ O valor esperado $E[f(x)] = \int f(x)g(x)dx$ de uma função $f(x)$ representa a soma de todos os seus possíveis valores ponderados pela probabilidade $g(x)$ de ocorrência.

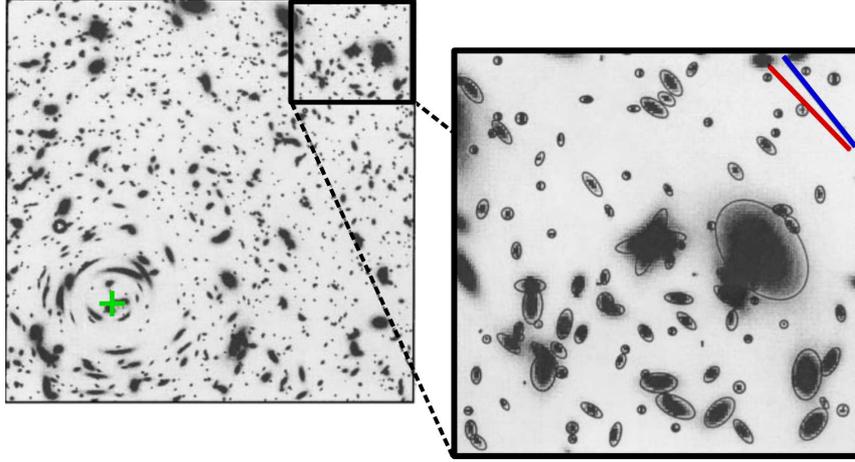


Figura 2.7: Simulação da distorção causada por uma lente gravitacional em seus diferentes regimes. Próximo ao centro da lente (“+” verde) onde a luz atravessa uma região com maior densidade de massa ($\kappa \leq 1$) observam-se efeitos extremos com a formação de arcos gravitacionais. Suficientemente afastado deste centro nas regiões com $\kappa < 1$ e $|g| < 1$ (retângulo superior direito) atingimos o domínio linear da solução da equação de lentes. É nesta região que ocorre o regime fraco da lente em que a distorção causada por ela não é perceptível em galáxias individuais, devendo ser aferida em um conjunto grande de galáxias visando uma medida mais acurada. Na região em destaque podemos comparar a orientação média esperada das galáxias (segmento azul) com a média computada de 92 galáxias (segmento vermelho). A diferença entre ambas vem do ruído aleatório da elipticidade intrínseca e da orientação das galáxias. As linhas pretas contínuas ao redor das galáxias mostram a medida de sua forma baseada na determinação dos segundos momentos da distribuição de brilho superficial (Imagem adaptada de Mellier, 1999).

Isso implica que no regime de lentes fracas ($\kappa \ll 1$, $|\gamma| \ll 1$) o valor esperado da elipticidade e da imagem será (Schramm e Kayser, 1995; Seitz e Schneider, 1997),

$$E(e) \approx g \approx \gamma \quad (2.69)$$

com ruído

$$\sigma_e = \sqrt{\langle e^{(s)} e^{(s)*} \rangle}, \quad (2.70)$$

que pode ser reduzido tomando sua média sobre um número N de galáxias suficientemente grande,

$$\frac{\sigma_e}{\sqrt{N}}. \quad (2.71)$$

As grandezas γ , g e e podem ser definidas em termos do sistema de coordenadas com origem no centro da lente, tal que

$$e_t = -e_1 \cos 2\phi - e_2 \sin 2\phi \quad (2.72)$$

e

$$e_x = e_1 \sin 2\phi - e_2 \cos 2\phi \quad (2.73)$$

sendo o ângulo ϕ

$$\phi = \arctan \left(\frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1} \right) = \arctan \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right) \quad (2.74)$$

definido entre o eixo horizontal e o vetor que liga o centro da lente ao centro da imagem, como podemos ver na Fig. 2.8.

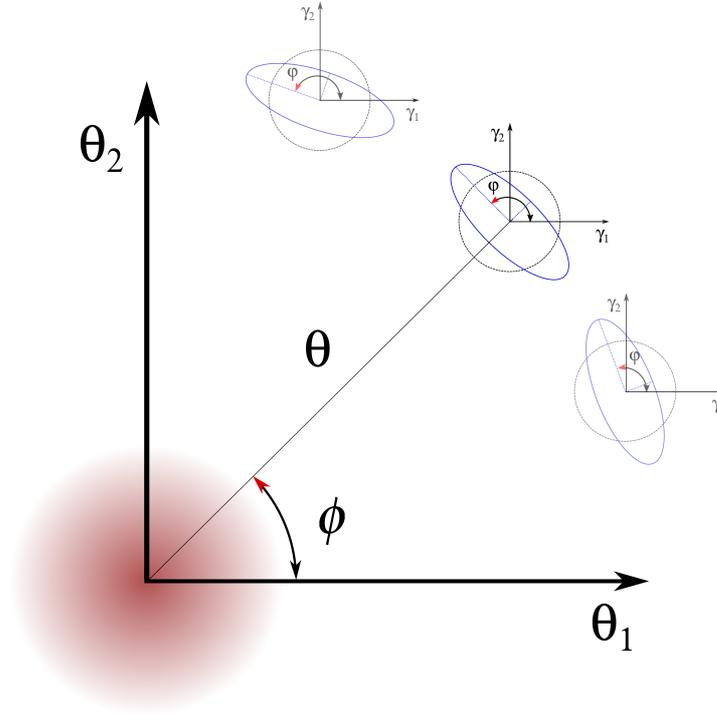


Figura 2.8: Configuração do cisalhamento tangencial e_t ($e_t > 0$) com a indicação dos parâmetros utilizados em seu cálculo. A galáxia fonte circular em *preto* possui uma distância projetada θ em relação a origem do sistema de coordenadas localizado no centro na lente (em *vermelho*). Devido ao efeito de lente gravitacional ela será distorcida para uma elipse no plano da lente (*azul*) (Figura adaptada de Spinelli, 2011).

A componente e_t está tangencialmente ($e_t > 0$) ou radialmente orientada ($e_t < 0$) em relação ao centro da lente enquanto que e_x aparecerá sempre deslocado de $\pi/4$ em relação a e_t como podemos ver na Fig. 2.9. Fisicamente, o cisalhamento reduzido induzido por uma distribuição de massa produz somente elipticidades tangenciais de modo que $e_x = 0$. A medida da elipticidade cruzada é utilizada para quantificar os ruídos do processo de medida da forma das galáxias.

Há uma enorme similaridade entre as lentes óticas e gravitacionais no regime fraco já

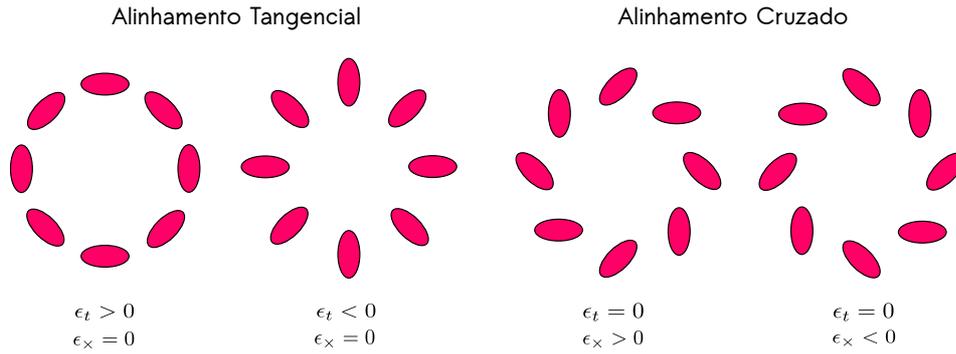


Figura 2.9: Ilustração das orientações teóricas do cisalhamento tangencial e_t e cruzado e_x . Distribuições de massa $\Sigma(\boldsymbol{\theta})$ podem induzir apenas elipticidades tangenciais sendo que qualquer desvio de $e_x = 0$ é atribuído a ruídos no processo (e.g. medição da forma da galáxia). Sobredensidades de massa irão induzir $e_t > 0$ ao passo que $e_t < 0$ ocorre em subdensidades (densidade local menor que a média) (Figura extraída de Castejon, 2015).

que em ambas há produção de cópias lineares do objeto. Entretanto, é sabido que as lentes gravitacionais são afetadas de todas as aberrações conhecidas da ótica convencional com exceção das cromáticas. Isto significa que a deflexão causada pela lente não depende do comprimento de onda da luz incidente (Schirmer, 2004). Outra diferença diz respeito a aplicação das técnicas: enquanto que na ótica “convencional” a imagem é utilizada para se estudar o objeto original, em lentes gravitacionais o interesse recorre sobre a própria lente para a qual queremos recuperar a distribuição de massa. A exceção são casos específicos em que objetos distantes são fortuitamente magnificados por alguma lente permitindo sua observação que a princípio não seria possível.

2.1.8 O efeito da *point spread function*

Gradientes de pressão e temperatura alteram o índice de refração da atmosfera ao longo da trajetória da luz ao passo que o telescópio induz uma pequena difração (Schirmer, 2004). Este efeito combinado da turbulência atmosférica com a ótica do telescópio se manifesta através da chamada *point spread function* (PSF). De maneira ilustrativa, a PSF atua no sentido de espalhar os fótons provenientes de uma fonte puntual gerando uma imagem extensa deste objeto.

Do ponto de vista matemático, uma fonte com brilho superficial $I(\boldsymbol{\theta})$ sofre uma convolução com a função $\text{PSF}(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\vartheta})$ ao passar pela atmosfera terrestre e ótica do telescópio

de modo que o brilho observado será

$$I_{\text{obs}}(\boldsymbol{\theta}) = \int d^2\vartheta I(\boldsymbol{\vartheta}) \text{PSF}(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\vartheta}), \quad (2.75)$$

como podemos ver graficamente na Fig. 2.10. Em ótimos telescópios terrestres o *seeing*, que é a largura a meia altura (FWHM do inglês *full width half maximum*) da PSF, é da ordem de 0.7–0.8 arcsec. Para a análise de lentes gravitacionais fracas é recomendável um *seeing* abaixo de 1 arcsec.

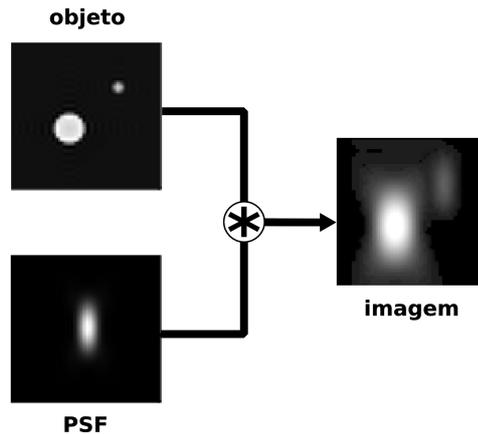


Figura 2.10: Ilustração do efeito da PSF. A imagem de duas fontes circulares é convoluída com a função PSF resultando na imagem final observada (Imagem adaptada da Wikipedia).

A imagem que observamos no telescópio é uma combinação de diversos efeitos sofridos desde a fonte (Fig 2.11). A frente de onda da luz proveniente da galáxia de fundo que possui uma certa elipticidade intrínseca desconhecida sofre um cisalhamento reduzido ao passar por uma lente gravitacional. Chegando na Terra, esta frente de onda sofre uma convolução devido aos efeitos da atmosfera e do telescópio. Este último, por sua vez, está equipado com um detector que mede uma imagem discreta dividida em pixels que é acrescida de ruídos instrumentais. A título de comparação, a mesma Fig. 2.11 mostra a transformação sofrida por uma estrela de nossa Galáxia, que não é afetada somente pelo efeito de lente gravitacional.

Sendo a técnica de lentes gravitacionais fracas baseada na medida da forma de objetos usualmente fracos, é de extrema importância a correção do efeito da PSF sobre a imagem que, inclusive, pode sofrer variação espacial. A chave para a quantificação da PSF é a medida da distorção por ela induzida nas fontes pontuais estelares. É de todo importante que a PSF seja mapeada no maior número possível de estrelas de modo que variações em pequena escala sejam detectadas.

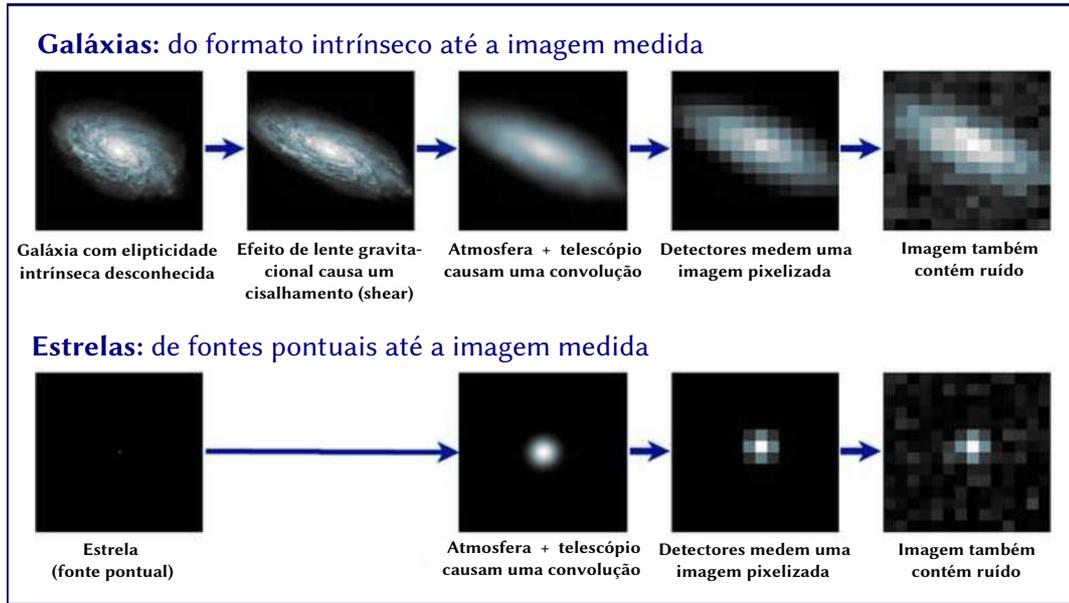


Figura 2.11: Ilustração do processo de formação da imagem observada no telescópio. No painel *superior* vemos o processo de deformação da galáxia fonte pelo efeito de lente gravitacional, convolução com a PSF, pixelização pelo detector e adição de ruído de diversa natureza. O painel *inferior* traz o processo equivalente para uma estrela pontual que sofre todos os processos anteriormente descritos com a exceção do cisalhamento induzido pela lente. (Figura adaptada de [Bridle et al., 2009](#))

2.1.9 Medida da forma das galáxias - O programa IM2SHAPE

A técnica de lentes gravitacionais fracas está sedimentada na acurada medida da forma individual das galáxias de fundo. Para esta finalidade fizemos uso do programa IM2SHAPE ([Bridle et al., 2002](#)) que é baseado na metodologia Bayesiana apresentada por [Kuijken \(1999\)](#) que será descrita a seguir.

Cada galáxia i localizada em $\mathbf{r} = (x, y)$ é parametrizada como a soma de duas curvas gaussianas de base elíptica caracterizadas por seis parâmetros: a posição (x, y) do centro, o produto de seus semi-eixos maior e menor ab , a elipticidade

$$e = \frac{a - b}{a + b}, \quad (2.76)$$

o ângulo de posição θ e a amplitude A . Matematicamente isto é traduzido pela intensidade

$$I(\mathbf{r}) = \sum_i \frac{A_i}{2\pi|C_i|} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_i)^T C_i (\mathbf{r}-\mathbf{r}_i)}, \quad (2.77)$$

com a matriz de covariância simétrica C sendo escrita em termos dos parâmetros das

elipses,

$$C = \begin{bmatrix} 2 \left(\frac{\cos^2 \theta}{a^2} + \frac{\sin^2 \theta}{b^2} \right) & \left(\frac{1}{b^2} + \frac{1}{a^2} \right) \sin 2\theta \\ \left(\frac{1}{b^2} + \frac{1}{a^2} \right) \sin 2\theta & 2 \left(\frac{\cos^2 \theta}{b^2} + \frac{\sin^2 \theta}{a^2} \right) \end{bmatrix}. \quad (2.78)$$

De modo a eliminar os efeitos nocivos da atmosfera e da ótica do telescópio, a Eq. 2.77 é deconvoluída pela PSF que é também modelada como uma soma de gaussianas. Esta escolha torna a deconvolução simples do ponto de vista analítico.

A verossimilhança para uma galáxia contida numa subregião de dimensão $\mathbf{D} = n \times n$ pixels da imagem total cujo nível de ruído é dado por $\mathcal{N}(I_{\text{ceu}}, \sigma_{\text{ceu}}^2)$ é escrita como

$$\Pr(\mathbf{D}|\Theta, \text{PSF}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\text{ceu}}^2}} e^{-\chi^2/2} \quad (2.79)$$

onde $\Theta = \{I_{\text{ceu}}, \sigma_{\text{ceu}}, x_n, y_n, e_n, \theta_n, ab_n, A_n\}$, $n \in \{1, 2\}$ é o vetor de parâmetros que descreve cada galáxia. O χ^2 é escrito como

$$\chi^2 = \sum_{i,j} \left[\frac{I_{\text{gal*PSF}}(\mathbf{r}_{i,j}) + I_{\text{ceu}} - \mathbf{D}_{i,j}}{\sigma_{\text{ceu}}} \right]^2 \quad (2.80)$$

onde i, j se referem respectivamente aos modelos da galáxia e da PSF.

O posterior $\Pr(\Theta|\mathbf{D}, \text{PSF})$ é obtido através das cadeias de Markov e método de Monte Carlo (MCMC, do inglês *Markov chain Monte Carlo*). Ao final do processo, o IM2SHAPE retorna o valor mais provável de cada parâmetro acompanhado de sua incerteza obtidos respectivamente da média e desvio padrão do posterior de Θ_i devidamente marginalizado sobre as demais grandezas do vetor Θ . Para reconstrução da distribuição da massa, estamos interessados nas componentes cartesianas e_1 e e_2 da elipticidade (Eq. 2.76) escritas como

$$e_1 = e \cos 2\theta \quad \text{e} \quad e_2 = e \sin 2\theta. \quad (2.81)$$

2.1.10 Reconstrução da distribuição de massa - O programa LENSENT2

A partir da forma das galáxias medidas pelo IM2SHAPE, podemos recuperar a distribuição da densidade superficial Σ de massa (Eq. 2.42) de massa da lente. Para esta finalidade, o programa LENSENT2 apresenta um método Bayesiano de reconstrução baseado na máxima entropia (Seitz et al., 1998). A cada iteração, o programa irá gerar uma distribuição de massa Σ que produzirá um campo de cisalhamento reduzido g , de acordo com

$$g(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{1 - \kappa(\boldsymbol{\theta})} \frac{1}{\pi} \int d^2\theta' \mathcal{D}(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}') \kappa(\boldsymbol{\theta}') \quad (2.82)$$

onde \mathcal{D} é o *kernel* dado por

$$\mathcal{D}(\boldsymbol{\theta}) \equiv \frac{\theta_2^2 - \theta_1^2 - 2i\theta_1\theta_2}{|\boldsymbol{\theta}^4|} = \frac{-1}{(\theta_1 - i\theta_2)^2}. \quad (2.83)$$

Por questões numéricas, esta convolução é feita no espaço de Fourier.

A partir das $2N$ elipticidades e_1 e e_2 de entrada, é definido um *grid* com pixels regulares de modo que o conjunto de dados ocupe uma região menor que sua dimensão total. Isto é necessário já que o efeito da lente não é local: uma concentração de massa “fora” da imagem irá causar efeito em uma galáxia dentro. O tamanho do *grid* de reconstrução é escolhido de tal modo que haja aproximadamente uma galáxia por pixel, implicando num número comparável de dados e parâmetros modelados.

A verossimilhança é dada por

$$\Pr(e_1, e_2 | \Sigma) = \frac{1}{(2\pi\sigma_e^2)^N} e^{-\chi^2/2} \quad (2.84)$$

com o χ^2 igual a

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^2 \frac{(e_{i,j} - g_{i,j})^2}{\sigma_e^2}, \quad (2.85)$$

sendo o erro uma combinação da elipticidade intrínseca com o erro estatístico das elipticidades medidas

$$\sigma_e = (\sigma_{\text{obs}}^2 + \sigma_{\text{int}}^2)^{1/2}. \quad (2.86)$$

Numa primeira aproximação o modelo assume que os valores Σ não estão correlacionados entre si. Porém este cenário não reproduz as condições encontradas numa distribuição extensa de massa. A introdução de uma função de correlação intrínseca (ICF, do inglês *intrinsic correlation function*) ao mesmo tempo que reduz o número de parâmetros livres do modelo, permite emular a distribuição física de Σ que é expressa como a convolução dos dados com um *kernel* gaussiano definido por σ_{ICF} . Na prática a ICF aplica uma suavização aos dados (e_1, e_2) que por natureza são ruidosos.

O teorema de Bayes para o problema se escreve

$$\Pr(\Sigma | e_1, e_2, \sigma_{\text{ICF}}) = \frac{\Pr(e_1, e_2 | \Sigma, \sigma_{\text{ICF}}) \Pr(\Sigma | \sigma_{\text{ICF}})}{\Pr(e_1, e_2 | \sigma_{\text{ICF}})} \quad (2.87)$$

onde $\Pr(e_1, e_2 | \sigma_{\text{ICF}})$ é a evidência do modelo e $\Pr(\Sigma | \sigma_{\text{ICF}})$ é um prior escrito na forma $\Pr \propto e^{\alpha S}$ sendo α uma constante e S a função de entropia cruzada da convergência (Bridle et al., 1998).

A escolha de σ_{ICF} é feita a modo a maximizar a evidência do modelo, que é numericamente determinada ao fim do processo de reconstrução da distribuição de massa. Como resultado, o LENSENT2 produz um mapa de Σ cuja conversão para κ é feita dividindo o valor de cada pixel por Σ_{cr} .

2.1.11 Lentes gravitacionais fracas e o perfil NFW

Como visto na Seção 1.2, o perfil NFW provê uma boa descrição do perfil universal da distribuição de massa dos halos de matéria escura dos aglomerados de galáxias. Apresentaremos aqui, baseado em Wright e Brainerd (2000), a relação deste perfil de massa com as grandezas básicas κ e γ da técnica de lentes gravitacionais fracas.

A densidade superficial de massa (Eq. 2.30) pode ser escrita como

$$\Sigma_{\text{NFW}}(x) = \begin{cases} \frac{2r_s\delta_c\rho_c}{(x^2-1)} \left[1 - \frac{2}{\sqrt{1-x^2}} \operatorname{arctanh} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \right] & \text{se } x < 1 \\ \frac{2r_s\delta_c\rho_c}{3} & \text{se } x = 1 \\ \frac{2r_s\delta_c\rho_c}{(x^2-1)} \left[1 - \frac{2}{\sqrt{x^2-1}} \operatorname{arctan} \sqrt{\frac{x-1}{1+x}} \right] & \text{se } x > 1, \end{cases} \quad (2.88)$$

onde $x = R/r_s$ é o raio adimensional. É conveniente definir também a densidade superficial média dentro do círculo de raio x ,

$$\bar{\Sigma}_{\text{NFW}}(x) = \begin{cases} \frac{4}{x^2} r_s \delta_c \rho_c \left[\frac{2}{\sqrt{1-x^2}} \operatorname{arctanh} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} + \ln \left(\frac{x}{2} \right) \right] & \text{se } x < 1 \\ 4r_s\delta_c\rho_c \left[1 + \ln \left(\frac{1}{2} \right) \right] & \text{se } x = 1 \\ \frac{4}{x^2} r_s \delta_c \rho_c \left[\frac{2}{\sqrt{x^2-1}} \operatorname{arctan} \sqrt{\frac{x-1}{1+x}} + \ln \left(\frac{x}{2} \right) \right] & \text{se } x > 1 \end{cases} \quad (2.89)$$

A parametrização de κ e γ_t para o modelo NFW é escrita como

$$\kappa_{\text{NFW}}(x) = \frac{\Sigma_{\text{NFW}}(x)}{\Sigma_{cr}} \quad (2.90)$$

e

$$\gamma_{t,\text{NFW}}(x) = \frac{\bar{\Sigma}_{\text{NFW}}(x) - \Sigma_{\text{NFW}}(x)}{\Sigma_{cr}}. \quad (2.91)$$

que levam a

$$g_{t,\text{NFW}} = \frac{\gamma_{t,\text{NFW}}}{1 - \kappa_{\text{NFW}}}. \quad (2.92)$$

Deste modo, ajustando um perfil NFW para a distribuição de massa da lente, é possível obter quaisquer dos seguintes parâmetros: concentração c , centro da lente (x_c, y_c) e massa M_{200} do halo (conforme descrito na Seç. 1.2).

2.1.12 Estatística de massa de abertura

A estatística de massa de abertura introduzida por [Schneider \(1996\)](#) é utilizada para detecção dos halos de matéria escura dos aglomerados de galáxias ([Hettterscheidt et al., 2005](#)). A chamada massa de abertura é definida como,

$$M_{\text{aper}}(\boldsymbol{\theta}) \equiv \int d^2\theta \kappa(\boldsymbol{\theta})U(\boldsymbol{\theta}) \quad (2.93)$$

onde U é um filtro radialmente simétrico compensado, i.e.,

$$\int_0^{\theta_0} d\theta \theta U(\theta) = 0. \quad (2.94)$$

É conveniente escrever a Eq. 2.93 em termos do cisalhamento tangencial γ_t (Eq. 2.72),

$$M_{\text{aper}}(\boldsymbol{\theta}) = \int d^2\theta \gamma_t(\boldsymbol{\theta})Q(\boldsymbol{\theta}), \quad (2.95)$$

de modo que M_{aper} pode ser determinada a partir da medida da distorção na forma das galáxias de fundo.

Considerando um halo descrito pelo perfil NFW (Seç. 1.2), [Schirmer \(2004\)](#) sugere o filtro

$$Q_{\text{NFW}}(\chi) = (1 + e^{a-b\chi} + e^{-c+d\chi})^{-1} \frac{\tanh(\chi/\chi_c)}{\pi\theta_0^2(\chi/\chi_c)} \quad (2.96)$$

onde $\chi = \theta/\theta_0$ e a, b, c, d e χ_c são constantes que devem ser convenientemente definidas. Esta função filtro segue aproximadamente o perfil de cisalhamento tangencial de um halo NFW

Estudos conduzidos por [Hettterscheidt et al. \(2005\)](#) mostraram que a escolha de $a = 6$ e $b = 150$ faz com que o filtro tenha uma queda exponencial em $\chi = 0$ ao passo que $c = 47$ e $d = 50$ resultam num corte exponencial em $\chi = 1$. Já a constante $\chi_c = 0.15$, foi escolhida de modo a maximizar a detecção de halos para diferentes tamanhos de abertura θ_0 .

Tabela 2.1 - Raios de abertura sugeridos por [Hetterscheidt et al. \(2005\)](#) que maximizam o número de halos encontrados em função de seu *redshift*.

Intervalo de <i>redshift</i>	θ_0 (arcmin)
0 – 0.15	13
0.15 – 0.25	8
0.25 – 0.35	6
0.35 – 0.45	6
0.45 – 0.95	5

Para sua aplicação prática nas imagens, a integral da Eq. 2.95 é substituída pela soma discreta de e_t das galáxias contidas no interior de uma dada abertura,

$$M_{\text{aper}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N e_{t_i}(\theta_i) Q_i(\theta_i, \theta_0) \quad (2.97)$$

onde n é a densidade de galáxias dentro da abertura de raio θ_0 , N é o número total de galáxias contidas na região da abertura, θ_i é a distância angular projetada da i -ésima galáxias em relação ao centro da abertura.

A variância

$$\sigma_{M_{\text{aper}}}^2 = \frac{\sigma_e^2}{2n^2} \sum_{i=1}^N Q_i^2(\theta_i, \theta_0) , \quad (2.98)$$

nos permite escrever a expressão da significância da detecção através da razão sinal/ruído (S/R),

$$\text{S/R} = \frac{M_{\text{aper}}}{\sigma_{\text{aper}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sigma_e} \frac{\sum_{i=1}^{N_{\theta_0}} e_{t_i}(\theta_i) Q_i(\theta_i, \theta_0)}{\left[\sum_{i=1}^{N_{\theta_0}} Q_i^2(\theta_i, \theta_0) \right]^{1/2}} . \quad (2.99)$$

A construção de mapas de S/R permite a identificação de estruturas através da localização de concentrações com alta razão sinal/ruído. O raio de abertura θ_0 é escolhido de modo a maximizar a detecção dos halos. [Hetterscheidt et al. \(2005\)](#) sugerem valores adequados de para este raio em função do *redshift* da lente. Estes valores podem ser vistos na Tab. 2.1.

2.1.13 Reconstrução de massa a partir do viés de magnificação

Paralelamente à reconstrução da distribuição de massa da lente aferida a partir da medida da distorção causada nas galáxias de fundo, é possível fazer o mesmo trabalho a

partir da medida do efeito de magnificação causado localmente na distribuição espacial de galáxias de fundo.

O chamado “viés de magnificação” é a manifestação conjunta de dois efeitos do fenômeno de magnificação: ao mesmo tempo que ele aumenta o fluxo oriundo da fonte, permitindo assim a detecção de objetos intrinsecamente mais fracos, ele também magnifica pelo mesmo valor o elemento de área projetada do céu atuando no sentido de diminuir a densidade aparente de objetos.

O valor do viés de magnificação está relacionado tanto ao fator de magnificação μ (Eq. 2.62) quanto ao coeficiente angular

$$\alpha = \frac{d \log N(< m)}{dm} \quad (2.100)$$

da relação intrínseca entre o logaritmo das contagens de galáxias em função de suas magnitudes, aferida num campo não afetado pelo efeito da lente.

Na aproximação de lentes circulares, a densidade radial numérica de galáxias de fundo pode ser escrita como

$$N(< m, r) = N_0(< m) \mu(r)^{2.5\alpha-1}, \quad (2.101)$$

onde $N_0(< m)$ é a densidade intrínseca de objetos medida numa região afastada o suficiente para não sofrer efeitos da lente gravitacional.

O viés de magnificação $N(< m, r)$ se faz presente somente se $\alpha \neq 0.4$, caso em que o aumento numérico das fontes magnificadas é exatamente compensado pela dilatação aparente do espaço. Para $\alpha > 0.4$ iremos observar uma aumento na densidade de galáxias ao passo que no regime de $\alpha < 0.4$ haverá um decréscimo nesta quantidade relativamente a $N_0(< m)$.

Como o viés de magnificação não é baseado em qualquer medida de forma das galáxias tampouco requer conhecimento acerca da forma original, sua utilização em detrimento da técnica baseada na medida da distorção seria óbvia. Entretanto, no regime de lentes fracas ($\kappa \approx |\gamma|$), a razão entre o sinal e o ruído de ambas extensões, considerando $\sigma_e = 0.3$ e $\alpha = 0.2$,

$$R_{d/m} = \frac{|\gamma|}{\sigma_e \kappa (5\alpha - 2)} \approx 3, \quad (2.102)$$

favorece a análise baseada na distorção na forma das galáxias (Mellier, 1999).

Apesar desta limitação, a reconstrução de massa através do viés de magnificação constitui um teste para checar a consistência na medida das massas já que esta abordagem do

fenômeno de lentes gravitacionais não é suscetível a efeitos sistemáticos provenientes da medida da forma das galáxias e da correção da PSF.

2.2 *Análise dinâmica*

A obtenção da velocidade a partir da análise do efeito Doppler observado nas linhas de absorção e/ou emissão causado pelo movimento radial de um objeto celeste é uma técnica bastante difundida em Astronomia tendo sido extensivamente usada em seus diversos campos. Apenas para nos ater à Astronomia Extragaláctica podemos citar o trabalho seminal de medida da velocidade radial de galáxias por [Hubble \(1929\)](#) e que conjuntamente com a determinação das suas distâncias demonstrou que, ao contrario do paradigma vigente, o Universo está em contínua expansão. A constatação de tal fato nos permitiu revolucionar a visão do Cosmos até então e abriu uma nova frente de investigação sobre a evolução do Universo.

Nesta seção descreveremos as técnicas utilizadas para aferir o estado dinâmico do sistema a partir do catálogo de *redshifts* (ou de maneira equivalente, velocidades radiais^[8]) das galáxias no campo observado. Em nosso foco de estudo, os aglomerados de galáxias em fusão, as velocidades radiais das galáxias membro do aglomerado nos fornecem informações acerca da dinâmica do sistema e da fração do movimento que está ocorrendo direção do plano do céu.

2.2.1 *Identificação e remoção de subestruturas*

Definimos como galáxia intrusa (do inglês *interloper*) aquela que não está ligada a um aglomerado e que portanto não pode ser usada para traçar seu potencial gravitacional. Efeitos de projeção são os maiores responsáveis pela contaminação que pode ser minimizada a partir da análise da velocidade radial das galáxias no campo. É bem compreendido que a distribuição das velocidades radiais das galáxias em um aglomerado é próxima de uma gaussiana (e.g. [Yahil e Vidal, 1977](#)), mesmo durante sua formação a partir da fusão de subaglomerados menores (e.g. [Pinkney et al., 1996](#); [Feretti et al., 2002](#)).

Existem na literatura um grande número de técnicas de remoção de galáxias intrusas,

⁸ Neste trabalho utilizamos a chamada velocidade radial heliocêntrica (ou simplesmente velocidade radial daqui em diante) dada por $v = cz$.

fundamentadas tanto no caráter astrofísico quanto estatístico (uma boa descrição destas várias técnicas pode ser encontrada em [Wojtak et al., 2007](#)). Entretanto, uma técnica bastante simples e popular é o 3σ -clip ([Yahil e Vidal, 1977](#)). Basicamente são eliminadas iterativamente da amostra inicial as galáxias cuja velocidade radial v_i esteja fora do intervalo $\bar{v} \pm 3\sigma$ até que a média não varie dentro de um intervalo pré-definido (usualmente 1%). Apesar de sua simplicidade, a eficiência do 3σ -clip na remoção de galáxias intrusas é comparável àquela resultante da aplicação de técnicas mais elaboradas ([Wojtak et al., 2007](#)).

Em geral subestruturas mais sutis, como grupos de galáxias caindo no potencial do aglomerado, não são identificadas no processo de 3σ -clip já que apresentam velocidades consistentes com as das galáxias da estrutura principal. A estratégia adotada para sua identificação decorre do fato que tais subestruturas se mostram como aglomerações tanto no espaço de velocidades quanto na projeção de suas posições.

Há uma grande quantidade de testes de subestruturas disponíveis, porém de acordo com [Pinkney et al. \(1996\)](#) o teste de Dressler-Shectman (DS ou Δ ; [Dressler e Shectman, 1988](#)) é o mais sensível quando dados em 3D (posição projetada mais velocidade radial) estão disponíveis. O teste quantifica desvios locais da velocidade média \bar{v}_l e dispersão σ_l em subconjuntos das N_{nb} galáxias mais próximas com relação aos valores observados para todo o conjunto de N galáxias (respectivamente \bar{v} e σ). Este desvio local é computado como

$$\delta_i = \left\{ \left(\frac{N_{nb} + 1}{\sigma^2} \right) [(\bar{v}_l - \bar{v})^2 + (\sigma_l - \sigma)^2] \right\}^{1/2}, \quad (2.103)$$

onde o número de vizinhos sugerido pelos autores é $N_{nb} = \sqrt{N}$. A estatística global é computada através da soma dos efeitos locais

$$\Delta = \sum_{i=1}^N \delta_i. \quad (2.104)$$

No caso de um aglomerado relaxado é esperado que $\Delta \sim N$ ([Dressler e Shectman, 1988](#)) enquanto que subestruturas irão provocar $\Delta \geq N$. Em uma abordagem complementar, [Hou et al. \(2012\)](#) argumentam que $p\text{-value} < 0.01$ é um índice melhor para a identificação das subestruturas pois minimiza falsos positivos e negativos da estatística DS. Este $p\text{-value}$ é calculado da seguinte maneira: são geradas n reamostragens do conjunto de dados mantendo-se fixas as posições e embaralhando as velocidades; para cada etapa se obtém a

estatística Δ_s computando-se ao final

$$p\text{-value} = \frac{\sum(\Delta_s > \Delta)}{n}, \quad (2.105)$$

onde se conta em quantos realizações a estatística foi superior ao obtido nos dados originais ($\Delta_s > \Delta$).

2.2.2 Algoritmos de classificação

No contexto dos aglomerados de galáxias em fusão estamos interessados em classificar as galáxias entre os subaglomerados participantes do evento, a partir de suas posições espaciais e/ou velocidades radiais. A partir deste catálogo podemos comparar os comportamentos da distribuição espacial das galáxias e/ou sua luminosidade com o mapa de massa bem como caracterizar a dinâmica de cada estrutura a partir dos dados de velocidades radiais. Nesta etapa são desprezíveis as subestruturas em escalas menores (e.g. pequenos grupos de galáxias “caindo” na direção do aglomerado) que por ventura não tenham sido eliminadas através do teste de Dressler-Shectman.

O conceito estatístico de classificação é bastante utilizado em diversos ramos da Ciência. Contudo, a interpretação dos resultados obtidos deve ser feita tanto à luz de seu significado físico quanto com base na filosofia da metodologia utilizada. Neste aspecto, é muito valiosa a aplicação de diferentes algoritmos de classificação para o conjunto de dados já que este tipo de análise é, por natureza, de caráter exploratório e procura nos mostrar o que os dados estão tentando nos dizer (Kaufman e Rousseeuw, 1990).

Neste trabalho utilizamos dois algoritmos distintos, o de partição do redor de medóides e o modelo de mistura de gaussianas através do algoritmo de maximização da expectativa, que serão apresentados em detalhes a seguir.

2.2.2.1 Partição ao redor de medóides - O algoritmo PAM

Quando lidamos com o problema de classificar um conjunto de dados baseado em alguma(s) de suas propriedades, estamos interessados em encontrar grupos de tal forma que seus elementos constituintes sejam *similares* entre si. Em contrapartida, é esperado que elementos de diferentes grupos apresentem uma grande *dissimilaridade* quando comparados. É justamente nesta ideia que se baseiam vários métodos estatísticos de identificação

e classificação de conjuntos de dados e, em especial, o algoritmo de partição ao redor de medóides (PAM, do inglês *partitioning around medoids*; Kaufman e Rousseeuw, 1987).

Dentro de um conjunto de dados, uma propriedade importante é a medida da distância entre um par de objetos i e j . Usualmente a calculamos através da fórmula Euclideana,

$$d(i, j) = \sqrt{(x_{i1} - x_{j1})^2 + (x_{i2} - x_{j2})^2 + \dots + (x_{ip} - x_{jp})^2} \quad (2.106)$$

que representa a distância geométrica entre os pontos de coordenadas (x_{i1}, \dots, x_{ip}) e (x_{j1}, \dots, x_{jp}) . Note que para o caso mais simples ($p = 2$) a Eq. 2.106 recobra o famoso teorema de Pitágoras, onde $d(i, j)$ corresponde a hipotenusa do triângulo retângulo formado no plano cartesiano.

Do ponto de vista estatístico, a distância é uma medida da *dissimilaridade* $d(i, j)$ que indica o quão remotos dois objetos i e j são. O valor é pequeno quando i e j são próximos um do outro se tornando cada vez maior quando os mesmos são diferentes. Por construção a dissimilaridade é simétrica, $d(i, j) = d(j, i)$, e nula para o próprio elemento, $d(i, i) = 0$. Definimos como *medóide* o ponto cuja dissimilaridade média em relação aos demais membros do conjunto é mínima,

$$\min \left[\frac{\sum_{n=1}^{N-1} d(i, j)}{N} \right]. \quad (2.107)$$

O PAM procura iterativamente por K grupos identificando os K -medóides contidos no conjunto inicial de dados. O algoritmo trabalha minimizando $\sum_{n=1}^{N-1} d(i, j)$ seguindo as etapas (Han et al., 2012):

1. Inicialização: K elementos diferentes são selecionados aleatoriamente de um conjunto N de dados para serem estimativas iniciais do medóide de cada grupo;
2. Associação: os $(N - K)$ elementos restantes são classificados nos K grupos de acordo com o medóide mais próximo;
3. Troca: enquanto o custo da configuração decrescer, repete-se as seguintes instruções:
 - 3.1 Para cada medóide m e para cada ponto i , troca-se m por i recalculando-se o custo (soma da dissimilaridade dos pontos em relação ao medóide);
 - 3.2 Se o custo aumentar na etapa anterior, refaz-se a troca.

A medida da qualidade do ajuste é quantificada através da silhoueta $s(i)$ (e.g [Kaufman e Rousseeuw, 1990](#); [Reynolds et al., 2006](#)). Para cada objeto i , $a(i)$ é a dissimilaridade média com relação aos outros elementos do grupo C . Para cada um dos outros grupos $C_k \neq C$, $d(i, C_k)$ é a dissimilaridade média de i com relação aos elementos de C_k . Após computar $d(i, C_k)$ para todos os grupos $C_k \neq C$, $b(i)$ é a menor delas. O grupo com este valor mínimo é o chamado vizinho de i . A silhoueta $s(i)$, definida como

$$s(i) = \frac{b(i) - a(i)}{\max[a(i), b(i)]}, \quad (2.108)$$

é a medida de quão melhor o elemento i é modelado como membro do grupo C ao invés do vizinho. Assim, se $s(i)$ é próximo da unidade, o objeto i foi corretamente atribuído ao grupo ao passo que valores negativos sugerem que o elemento foi mal classificado. Para valores próximos a zero há indefinição sobre qual dos grupos C ou C_k o elemento pertence.

Uma outra estatística importante do algoritmo é o valor médio de $s(i)$ entre todos os elementos do conjunto de dados, $\bar{s}(k)$. Este parâmetro é usado para a decisão do melhor número K de grupos nos quais pode ser dividido o conjunto original de modo que K maximize o valor de $\bar{s}(k)$ ([Kaufman e Rousseeuw, 1990](#)).

Na linguagem R o algoritmo de partição ao redor de medóides está implementado na função homônima PAM ([Maechler et al., 2014](#)).

2.2.2.2 O modelo de mistura de gaussianas - MCLUST

Apesar da distribuição normal remeter ao célebre matemático Carl Friedrich Gauss (1777 - 1855), sua primeira aparição na literatura ocorreu na segunda edição do livro “*The doctrine of chances*” ([Moivre, 1738](#)). Porém, Moivre não reconheceu de imediato sua importância como função de densidade de probabilidade. Isto viria a acontecer apenas em 1809 quando Gauss introduziu o conceito de distribuição normal que carrega o seu nome. Entretanto tal distribuição formulada nos termos que conhecemos atualmente é devida às contribuições de Pierre Laplace, Karl Pearson e R. A. Fischer ([Erar, 2011](#)).

Foi Karl Pearson ([Pearson, 1894](#)) o primeiro a modelar um conjunto de dados de diferentes populações como uma mistura de distribuições normais, iniciando o desenvolvimento dos modelos de misturas. Devido a complexidade do problema da estimativa dos parâmetros, adiou-se o desenvolvimento desta técnica até o advento da computação moderna ([Erar, 2011](#)).

No modelo de mistura de gaussianas estamos interessados em estimar o número de populações (ou grupos) K e a pertinência correta de cada observação a um dado grupo. Seja um conjunto de dados x_{ij} ($i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n$) proveniente de K populações distintas. A densidade de probabilidade da mistura é

$$f(\mathbf{x}|\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\mu}_k, \boldsymbol{\Sigma}_k) = \sum_{k=1}^K \pi_k g_k(\mathbf{x}; \boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\mu}_k, \boldsymbol{\Sigma}_k), \quad (2.109)$$

onde π_1, \dots, π_k representa a probabilidade de um dado pertencer a k^{th} componente, respeitando $\pi_k > 0$ e $\sum_{k=1}^K \pi_k = 1$. Os grupos que compõem a mistura são elipsoides centrados em $\boldsymbol{\mu}_k$ enquanto que a matriz de covariância $\boldsymbol{\Sigma}_k$ representa outras características geométricas dos grupos.

As densidades g_k podem ser escritas como

$$g_k(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}_k, \boldsymbol{\Sigma}_k) = (2\pi)^{-p/2} |\boldsymbol{\Sigma}_k|^{-1/2} \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_k) \boldsymbol{\Sigma}_k^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_k)^T \right] \quad (2.110)$$

onde p é a dimensão das variáveis.

Do ponto de vista matemático o problema da mistura de distribuições gaussianas se reduz a estimativa dos parâmetros desconhecidos da Eq. 2.109: a proporção da mistura $\boldsymbol{\pi}_k$, o vetor das médias $\boldsymbol{\mu}_k$ e a matriz de covariância $\boldsymbol{\Sigma}_k$. Para estimar estes parâmetros é conveniente, por questões numéricas, trabalhar com o logaritmo da verosimilhança,

$$\ln \mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \ln \left[\sum_{k=1}^K \pi_k g_k(\mathbf{x}|\boldsymbol{\mu}_k, \boldsymbol{\Sigma}_k) \right]. \quad (2.111)$$

onde $\boldsymbol{\theta} = \{\boldsymbol{\pi}_k, \boldsymbol{\mu}_k, \boldsymbol{\Sigma}_k\}$ é o vetor de parâmetros a serem determinados.

Otimizar a Eq. 2.111 não é uma tarefa simples já que

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\hat{\boldsymbol{\theta}}|x)}{\partial \boldsymbol{\theta}} = 0 \quad (2.112)$$

não apresenta soluções unívocas para qualquer densidade de mistura devendo pois ser maximizada numericamente de maneira iterativa. Para tal utilizamos o algoritmo de maximização da expectativa (EM, do inglês *expectation-maximization*; Dempster et al., 1977).

Para inicialização, o algoritmo EM requer o número K de componentes e uma estimativa inicial dos parâmetros (e.g. Erar, 2011; Chris Fraley e Scrucca, 2012). Na iteração $t + 1$ ($t \geq 0$), o algoritmo EM funciona em três etapas:

1. Na etapa de expectativa, o posterior $\hat{\tau}_{ik}$ da $i^{\text{ésima}}$ observação pertencente ao $k^{\text{ésimo}}$ grupo é estimado, dado a atual estimativa dos parâmetros,

$$\hat{\tau}_{ik} = \frac{\hat{\pi}_k^{(t)} g_k(x_i | \hat{\mu}_k^{(t)}, \hat{\Sigma}_k^{(t)})}{\sum_{k=1}^K \hat{\pi}_k^{(t)} g_k(x_i | \hat{\mu}_k^{(t)}, \hat{\Sigma}_k^{(t)})}. \quad (2.113)$$

2. No etapa de maximização, a estimativa dos parâmetros são atualizadas de acordo com o posterior ,

$$\hat{\pi}_k^{(t+1)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{\tau}_{ik}, \quad (2.114)$$

$$\hat{\mu}_k^{(t+1)} = \frac{1}{n \hat{\pi}_k^{(t+1)}} \sum_{i=1}^n x_i \hat{\tau}_{ik}, \quad (2.115)$$

$$\hat{\Sigma}_k^{(t+1)} = \frac{1}{n \hat{\pi}_k^{(t+1)}} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\mu}_k^{(t+1)})^T (x_i - \hat{\mu}_k^{(t+1)}). \quad (2.116)$$

3. As etapas anteriores são repetidas até a convergência.

A matriz de covariância do problema pode ser escrita na forma geral

$$\Sigma_k = \lambda_k \mathbf{D}_k \mathbf{A}_k \mathbf{D}_k^T \quad (2.117)$$

onde λ_k é uma constante, \mathbf{D}_k é a matriz ortogonal dos auto-vetores e \mathbf{A}_k é uma matriz diagonal contendo os auto-valores normalizados, tal que $\det \mathbf{A}_k = 1$. Estas grandezas podem ser melhor compreendidas através de seu análogo geométrico: o “volume” do grupo é determinado por λ_k que é proporcional ao volume do elipsóide de revolução definido pelo desvio padrão, \mathbf{D}_k determina a orientação do grupo e \mathbf{A}_k está associado ao seu formato (Banfield e Raftery, 1993).

A forma geral da matriz de covariância pode ser parametrizada com o objetivo de simplificar a Eq. 2.116 e assim agilizar a convergência do algoritmo EM. Os métodos possíveis são apresentadas na Tab. 2.2.

Os métodos descritos podem ser agrupados em três “famílias” de acordo com suas características geométricas (Fig. 2.12). A família esférica constitui o mais simples modelo de parametrização pois fixa a variância de todas as variáveis p e grupos k . Já os métodos da chamada família diagonal resultam em elipsoides cujos eixos principais coincidem os eixos das coordenadas e a variância pode ser diferente entre cada variável e grupo. No caso mais geral temos a família elipsoidal em que a matriz de covariância, diferentemente dos casos anteriores, não é necessariamente diagonal.

Tabela 2.2 - Métodos analíticos para parametrização da matriz de covariância Σ_k onde I é a matriz identidade $p \times p$. O número de parâmetros desconhecidos em cada método pode ser escrito em função do total de grupos K , da dimensionalidade da(s) variável(is) p e das constantes $\alpha = Kp + K - 1$ e $\beta = p(p + 1)/2$ (Celeux e Govaert, 1995; Chris Fraley e Scrucca, 2012).

Método	Família	Σ_k	Volume	Forma	Orientação	Número de parâmetros
EII	esférica	λI	igual	igual	–	$\alpha + 1$
VII	esférica	$\lambda_k I$	variável	igual	–	$\alpha + K$
EEI	diagonal	λA	igual	igual	eixos	$\alpha + p$
VEI	diagonal	$\lambda_k A$	variável	igual	eixos	$\alpha + K + p - 1$
EVI	diagonal	λA_k	igual	variável	eixos	$\alpha + Kp - K + 1$
VVI	diagonal	$\lambda_k A_k$	variável	variável	eixos	$\alpha + Kp$
EEE	elipsoidal	$\lambda D A D^T$	igual	igual	igual	$\alpha + \beta$
EEV	elipsoidal	$\lambda D_k A D_k^T$	igual	igual	variável	$\alpha + K\beta - (K - 1)p$
VEV	elipsoidal	$\lambda_k D_k A D_k^T$	variável	igual	variável	$\alpha + K\beta - (k - 1)(p - 1)$
VVV	elipsoidal	$\lambda_k D_k A_k D_k^T$	variável	variável	variável	$\alpha + K\beta$

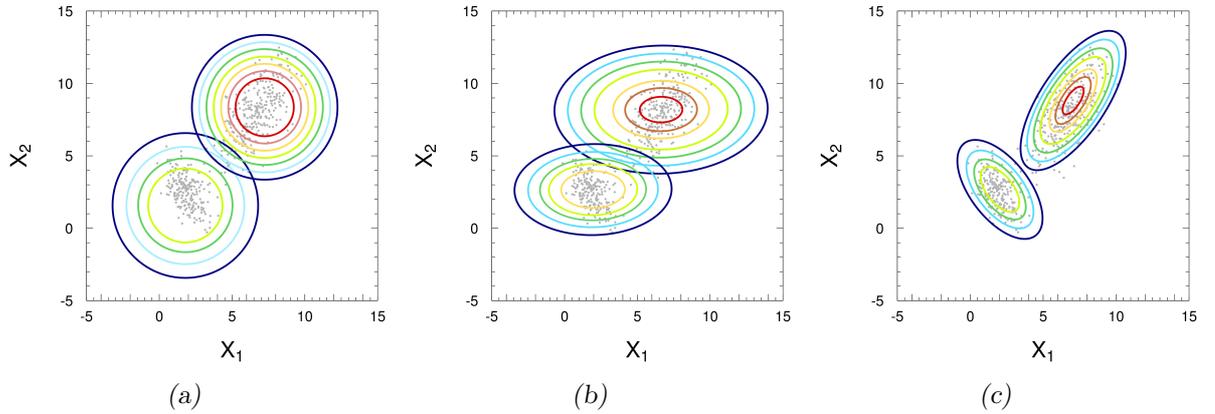


Figura 2.12: Ilustração da aplicação das três famílias de parametrização da matriz de covariância Σ_k para uma mistura de duas componentes normais ($K = 2$) bidimensionais ($p = 2$) em ordem crescente de complexidade e número de parâmetros envolvidos: esférica (a), diagonal (b) e elipsoidal (c). O gradiente de cores representa o “volume” de Σ_k . Em cada exemplo é apresentado o método mais complexo de cada família, respectivamente VII, VVI, VVV.

Para atingir um dos objetivos deste trabalho, que é o de identificar e classificar as galáxias componentes de um sistema de aglomerados em fusão utilizando a posição e/ou velocidade radial das galáxias, a família esférica *não* é adequada já que a restrição imposta pela igualdade das variâncias é uma hipótese pouco provável (especialmente entre as coordenadas espaciais e de velocidade).

A escolha do modelo que melhor se adequa aos dados (ou seja, número de grupos e suas características) é feita através da análise do chamado *critério de informação Bayesiano* (BIC, do inglês *Bayesian information criterion*; Schwarz, 1978). Além de levar em consideração a maximização do logaritmo da verossimilhança (Eq. 2.111) o critério penaliza os modelos com maior número de parâmetros m desconhecidos e maior quantidade n de dados. Ele é definido como

$$\text{BIC} \equiv 2 \log \mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x}) - m \ln n, \quad (2.118)$$

de modo que modelos com maior BIC são preferíveis^[9].

Kass e Raftery (1995) apresentam um critério objetivo para comparar dois modelos diferentes baseado em $\Delta\text{BIC} = \text{BIC}(\text{maior}) - \text{BIC}(\text{menor})$. Este critério é mostrado na Tab. 2.3.

Tabela 2.3 - Critério BIC para seleção do modelo mais adequado ao conjunto de dados.

ΔBIC	Evidência contra o menor BIC
0–2	Modelos comparáveis
2–6	Leve
6–10	Forte
>10	Muito forte

O algoritmo EM e seus diferentes métodos estão implementados na linguagem R através da função MCLUST (Chris Fraley e Scrucca, 2012).

2.3 Modelo da dinâmica de dois corpos

A análise feita a partir do estudo de lentes gravitacionais fracas e das velocidades radiais das galáxias membro nos permite caracterizar o sistema em fusão apenas num dado instante de seu movimento. Para ter acesso a outros estágios do movimento, é necessário recorrer à uma simulação computacional ou a um modelo da dinâmica dos corpos envolvidos. Apesar de serem mais precisas, simulações requerem maior custo computacional (e.g. Dawson,

⁹ Note que esta definição particular implementada no MCLUST corresponde ao oposto ($-1 \times \text{BIC}$) da definição clássica (e.g. Schwarz, 1978) onde a escolha do melhor modelo é feita em termos do menor valor do BIC.

2013) além de conhecimentos avançados dos códigos computacionais (e.g. Springel et al., 2005).

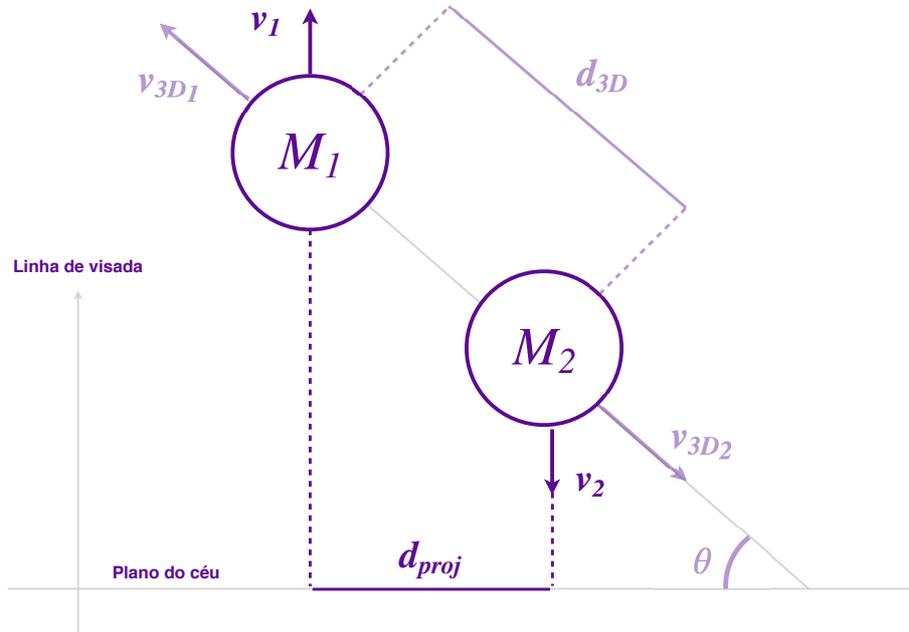


Figura 2.13: Configuração típica de um sistema de dois corpos onde estão destacadas as grandezas obtidas das observações: massa (M_i), velocidade radial (v_i) e separação projetada no plano do céu (d_{proj}). As demais grandezas relevantes para caracterização do estado atual do sistema são a velocidade 3D (v_{3D_i}) e a distância 3D (d_{3D}) mas não estão acessíveis diretamente pois dependem do ângulo θ entre o eixo de fusão e o plano do céu (Figura adaptada de Dawson, 2013).

O modelo da dinâmica de dois corpos utilizado neste trabalho foi apresentado por Dawson (2013) e está esquematizado na Fig. 2.13. Os parâmetros de entrada são grandezas facilmente obtidas: a distância projetada entre os subaglomerados d_{proj} , o *redshift* médio de cada uma delas, z_i e suas massas M_i . Este método apresenta melhorias em relação ao modelo largamente utilizado na literatura e apresentado por Beers et al. (1982) conhecido como *timing argument*, cuja suposição de massas pontuais não é válida em instantes no qual os aglomerados se encontram próximos ao ponto de máxima aproximação (passagem pericêntrica), momento este em que as estruturas podem estar sobrepostas espacialmente. Além disso, o *timing argument* ignora a covariância entre os parâmetros do modelo.

A partir dos parâmetros de entrada, o modelo calcula suas funções densidade de probabilidade (PDF, do inglês *probability density function*) para gerar os possíveis estados do

movimento dos dois corpos. A grande vantagem é que sua abordagem bayesiana permite a aplicação de priores baseados em alguma evidência observacional para restringir o modelo (e.g. Dawson, 2013; Andrade-Santos et al., 2015; Ng et al., 2015).

O modelo obtém as soluções dinâmicas do movimento de dois halos ligados descritos pelo modelo NFW e truncados em R_{200} . Não há momento angular e a colisão ocorre com parâmetro de impacto nulo (note que a dedução analítica apresentada no Cap. 1 mostra que b tende a ser pequeno). A concentração dos halos é fixada pela relação de Duffy et al. (2008). Testes mostraram que escolha de outro valor de concentração bem como parâmetro de impacto não tem efeito significativo nos resultados finais (Dawson, 2013).

A máxima velocidade permitida é a de queda livre, $v_{3D_{\max}}$, que é obtida a partir da energia potencial V no momento da passagem pericêntrica,

$$v_{3D_{\max}} = \sqrt{-\frac{2}{\mu}V(r=0)}, \quad (2.119)$$

onde $\mu = M_1M_2/(M_1 + M_2)$ é a massa reduzida do sistema. A velocidade de cada subglomerado na linha de visada é escrita como

$$v_i = \left[\frac{(1 + z_i)^2 - 1}{(1 + z_i)^2 + 1} \right] c, \quad (2.120)$$

onde c é a velocidade da luz. A partir daí, pode-se obter a velocidade radial relativa entre as componentes

$$v_{\text{rad}}(t_{\text{obs}}) = \frac{|v_2 - v_1|}{1 - \frac{v_1v_2}{c^2}}. \quad (2.121)$$

Para a estimativa das grandezas 3D no momento da observação,

$$v_{3D}(t_{\text{obs}}) = \frac{v_{\text{rad}}(t_{\text{obs}})}{\sin \theta} \quad (2.122)$$

e

$$d_{3D}(t_{\text{obs}}) = \frac{d_{\text{proj}}}{\cos \theta}, \quad (2.123)$$

o modelo, em sua concepção original, considera θ uniformemente distribuído entre 0° e 90° de maneira que o evento tem igual probabilidade de ocorrer neste intervalo. Assim, a velocidade relativa no instante da colisão pode ser escrita como

$$v_{3D}(t_{\text{col}}) = \sqrt{v_{3D}(t_{\text{obs}})^2 + \frac{2}{\mu} [V(t_{\text{obs}}) - V(t_{\text{col}})]}. \quad (2.124)$$

A idade do sistema, definida como o tempo decorrido no deslocamento desde o ponto de máxima aproximação até a separação observada, é dada por

$$TSC_0 = \int_0^{d_{3D}(t_{\text{obs}})} \frac{dr}{\sqrt{\frac{2}{\mu}(E - V(r))}}, \quad (2.125)$$

onde E é a energia total do sistema. O período entre duas colisões é

$$T = 2 \int_0^{d_{3D\text{max}}} \frac{dr}{\sqrt{\frac{2}{\mu}(E - V(r))}}, \quad (2.126)$$

sendo $d_{3D\text{max}}$ a distância do máximo afastamento entre os corpos onde $E = V(d_{3D\text{max}})$.

O instante observado do sistema é degenerado: tanto pode corresponder ao movimento já descrito de afastamento quanto ao de aproximação que levará os aglomerados para uma nova colisão. Neste último caso, a idade pode ser escrita como

$$TSC_1 = T - TSC_0. \quad (2.127)$$

Por fim, define-se a probabilidade de observação do sistema como

$$P = \frac{TSC_0}{T/2}, \quad (2.128)$$

de modo que valores mais elevados indicam que o sistema está mais próximo ao ponto de retorno ou máximo afastamento $d_{3D\text{max}}$.

Uma extensão do modelo, apresentada em [Andrade-Santos et al. \(2015\)](#), também admite como solução o movimento de dois corpos não-ligados. Esta configuração ocorre quando $v_{3D}(t_{\text{col}}) > v_{3D\text{max}}$. Também é requerido que a separação radial, $v_{\text{rad}}(t_{\text{obs}})$, esteja dentro de $\pm 500 \text{ km s}^{-1}$ da velocidade do fluxo de Hubble (e.g. [Golovich et al., 2016](#)),

$$v_{\text{LOS,Hubble}} = H(\bar{z})d_{3D}(t_{\text{obs}}) \sin \theta, \quad (2.129)$$

onde $H(\bar{z})$ é o parâmetro de Hubble calculado no *redshift* médio dos subaglomerados.

O aglomerado Abell 1758

3.1 Introdução

Identificado por [Abell \(1958\)](#) como um aglomerado de riqueza 3^[1], A1758 ($z = 0.278$) revelou-se uma estrutura mais complexa quando observado em R-X pelo satélite ROSAT ([Rizza et al., 1998](#)). A estrutura principal, a qual chamaremos de **A1758N**, é aparentemente bimodal com as emissões em R-X do ICM seguindo a região com sobredensidade de galáxias. Estas estruturas serão chamadas de **A1758NW** e **A1758NE**, de acordo com sua posição no campo. A cerca de 8 arcmin (~ 2 Mpc) na direção sul há outra concentração de emissões em R-X associadas a um conjunto de galáxias numa estrutura que será chamada **A1758S**. O campo de A1758 é apresentado na Fig. 3.1.

Observações posteriores em R-X baseadas nos satélites XMM-Newton e Chandra ([David e Kempner, 2004](#)) reforçaram a ideia que A1758N&S formam um sistema gravitacionalmente ligado porém sem sinais de interação entre eles. A análise mostrou que A1758N é sistema pós-colisional cuja velocidade relativa, estimada com base no perfil de densidade em R-X, é ~ 1600 km s⁻¹. Com relação a A1758S, os autores concluíram se tratar de um sistema duplo em estágio inicial de uma colisão ocorrendo bem próxima à linha de visada.

[Dahle et al. \(2002\)](#) realizaram a primeira reconstrução de massa usando lentes gravitacionais fracas a partir de dados do telescópio ótico Nórdico de 2.5 m e encontraram o mesmo cenário bimodal em A1758N apontado em R-X enquanto A1758S foi detectado como uma estrutura unimodal. [Durret et al. \(2011\)](#) usando uma combinação de dados óticos do telescópio CFHT (g', r'), R-X do XMM-Newton e catálogos simulados construíram a função de luminosidade das galáxias bem como mapas de luminosidade e metalicidade que

¹ [Abell \(1958\)](#) define riqueza como sendo a quantidade de galáxias pertencentes ao aglomerado.

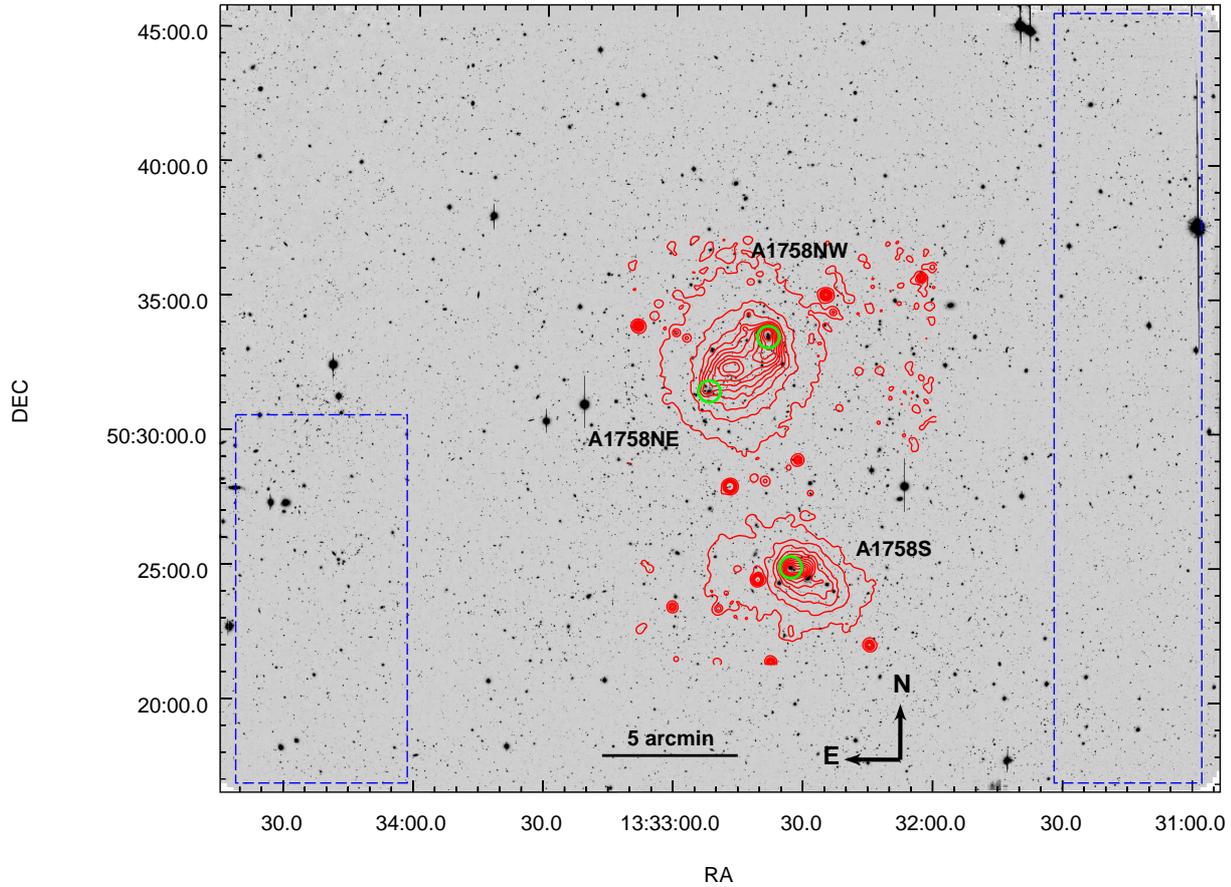


Figura 3.1: Campo do aglomerado de galáxias Abell 1758 com a identificação das subestruturas de interesse do nosso estudo e suas respectivas BCGs (círculos *verdes*). Os contornos da emissão em R-X do ICM (em *vermelho*) aparecem sobrepostos à imagem z' obtida na Subaru Suprime-Cam (mais detalhes sobre as observações são apresentados na Seç. 3.2). Os retângulos *azuis* indicam a região de controle usada para a medida da densidade das galáxias pouco afetadas pela lente gravitacional (Seç. 4.3).

reforçaram a natureza bimodal e pós-colisional de A1758N.

Combinando reconstrução de massa via lentes fracas feita a partir de dados do telescópio Subaru de 8 m (R_C e g') com dados do XMM-Newton, Okabe e Umetsu (2008) verificaram, dentro das incertezas, a coincidência espacial em A1758NW da BCG e dos picos das distribuições de massa em R-X. Já em A1758NE foi observado que há coincidência entre a BCG e o pico de massa porém ambos estão separados do pico em R-X correspondente. Esta configuração remete ao caso do *Bullet cluster* mas com uma importante diferença: em A1758N apenas uma das componentes teve seu ICM claramente deslocado. Ragozzine et al. (2012) refinaram a análise de lentes fracas usando dados do Subaru e do HST determinando uma massa total de $2.2 \pm 10^{15} M_{\odot}$ para A1758N.

Tabela 3.1 - Compilação das estimativas de massa para A1758N.

Massa ($10^{14} M_{\odot}$) h_{70}^{-1}	Raio (Mpc)	Método	Referência
16	2.6	relação de escala $M \times T_X$	David e Kempner (2004)
5.26 ± 5.70	1.79	LGF ^[*] - ajuste NFW	Okabe e Umetsu (2008)
4.89 ± 1.54	1.3	LGF - densitometria de abertura	Okabe e Umetsu (2008)
22 ± 5	2.3	LGF - densitometria de abertura	Ragozzine et al. (2012)
2 – 3	2.1	Dinâmica das galáxias membro	Boschin et al. (2012)
12.6 ± 1.4	1.491	LGF - densitometria de abertura	Hoekstra et al. (2015)
11.2 ± 1.9	1.45	LGF - ajuste NFW	Hoekstra et al. (2015)
19.4 ± 3.2	2.76	LGF- ajuste NFW	Hoekstra et al. (2015)
13.39 ± 1.43	2.09	LGF - ajuste NFW	Este trabalho (Sec. 4.3)

* Lentes gravitacionais fracas.

A análise dinâmica realizada por Boschin et al. (2012) usando 92 galáxias membro confirmadas espectroscopicamente mostrou que a bimodalidade vista tanto no ótico quanto em R-X não é detectada no espaço de velocidades radiais sugerindo que o vetor de movimento entre as duas estruturas deve estar alinhado muito próximo à direção paralela do plano do céu. Os autores também calcularam a massa dinâmica para A1758N, que juntamente com outros valores compilados da literatura, podem ser vistos na Tab. 3.1.

Recentemente, publicamos resultados de simulações hidrodinâmicas de um sistema inspirado em A1758N (Machado et al., 2015). Foi simulada a colisão não central de duas massas equivalentes ($\sim 5 \times 10^{14} M_{\odot}$) mas com diferenças sutís na distribuição do ICM de modo que fosse possível recuperar o cenário onde se observa a separação do ICM em apenas uma das componentes.

Apesar desta riqueza de observações há ainda questões em aberto sobre A1758 que pretendemos investigar com nossos dados óticos profundos e espectroscopia. Em particular, pretendemos medir as massas individuais das estruturas A1758NW e A1758NE, quantificar estatisticamente a significância da separação entre massa e gás em A1758NE, estudar a dinâmica deste sistema em fusão que produz esta configuração chamada de “semi-bala” numa comparação com o famoso *Bullet cluster* e estimar um limite superior para a seção de choque de auto interação da matéria escura (σ/m). Além disso, A1758S ainda não possui na literatura nenhuma reconstrução de massa e/ou estudo espectroscópico publicado.

Para o desenvolvimento deste capítulo adotaremos a seguinte cosmologia: $\Omega_m = 0.27$, $\Omega_\Lambda = 0.73$ e $H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. No *redshift* médio do aglomerado, $z = 0.278$, temos que $1 \text{ arcsec} = 4.25 \text{ kpc}$, a idade do Universo igual a 10.6 Gano e distância de diâmetro angular de 876.3 Mpc . Os aglomerados A1758N e A1758S foram observados conjuntamente e o processo de redução das imagens e espectros foi o mesmo para ambos de maneira que ao nos referirmos a A1758 estaremos considerando as duas estruturas principais.

3.2 Dados

3.2.1 Redução das imagens e confecção dos catálogos fotométricos

As imagens nas bandas B , R_C e z' foram observadas na Suprime-Cam do telescópio Subaru em modo fila durante o primeiro semestre de 2007. Detalhes acerca das observações são apresentados na Tab. 3.2. O processo de redução das imagens foi feito a partir da rotina SDFRED (Ouchi et al., 2004; Yagi et al., 2002) desenvolvida especialmente para este instrumento e consistiu das seguintes etapas: (i) subtração do *bias* e *overscan*, (ii) correção pelo *flat field*, (iii) correção da distorção do campo devido à ótica do telescópio, (iv) correção da dispersão atmosférica, (v) subtração de céu, (vi) mascaramento dos pixels afetados pelo *auto guide* do telescópio, (vii) alinhamento das imagens (feito simultaneamente para todas as bandas) e (viii) combinação das imagens de cada filtro. Adicionalmente para a banda z' foi feito um procedimento para remoção de padrões caracterizados pela presença de franjas de interferência. Ao final, foram feitas as calibrações astrométrica e fotométrica (ver Monteiro-Oliveira, 2011, para maiores detalhes sobre todo o processo de redução das imagens e calibrações astrométrica e fotométrica).

Os catálogos de objetos foram feitos pelo SEXTRACTOR (Bertin e Arnouts, 1996) em modo duplo tendo como base a banda z' que foi utilizada por apresentar o menor *seeing* dentre todas. As galáxias foram selecionadas de acordo com dois critérios complementares: objetos com $18.5 \leq R_C \leq 25.75$ foram considerados galáxias se tivessem $\text{FWHM} > 1.03 \text{ arcsec}$ enquanto que para os mais brilhantes ($R_C < 19$) as galáxias eram identificadas por terem o indicador estrela-galáxia do SEXTRACTOR (CLASS_STAR) menor que 0.8. O catálogo contém 70263 objetos divididos entre galáxias membro do aglomerado, galáxias de frente e galáxias de fundo, sendo estas últimas a matéria prima para o estudo de lentes gravitacionais fracas.

Tabela 3.2 - Características das observações do campo de A1758.

Banda	Tempo de exposição (h)	Seeing (arcsec)	Completeza ¹
<i>B</i>	2.17	1.11	26.6
<i>R_C</i>	2.64	1.11	26.4
<i>z'</i>	1.00	1.02	25.75

¹ Estimada por comparação da nossa amostra com o *Subaru Deep Field* (Kashikawa et al., 2004)

3.2.2 Espectroscopia

Nosso projeto foi contemplado no semestre 2010A com 5.5 horas de observação no telescópio Gemini-N/GMOS em modo fila (programa GN-2010A-Q-22) o que nos permitiu fazer espectroscopia multi-objeto das galáxias candidatas a membro do aglomerado A1758. Foram observadas um total de 5 máscaras sendo duas centradas em cada uma das estruturas A1758NW & A1758NE e outra em A1758S, conforme mostrado na Fig. 3.2. Cada máscara possibilitou a observação simultânea de ~ 37 galáxias, que foram selecionadas preferencialmente a partir da sequência vermelha (Fig. 3.4) e também algumas galáxias mais azuis de modo a otimizar o número de objetos observados em cada máscara. O tempo de integração foi de cerca de 0.5 h para cada máscara, divididos entre 3 imagens com diferentes comprimentos de onda centrais ($\lambda_{cen} = 620, 680$ e 720 nm). Utilizamos a rede R400 e fendas com 1 arcsec de largura, combinação esta que produziu espectros com resolução $\Delta\lambda \sim 8 \text{ \AA}$ em 6500 \AA .

A redução dos dados foi feita com o pacote GEMINI.GMOS do IRAF de maneira semi-automatizada. A seguir serão descritos os principais passos.

(i). Processamento dos *flats*.

A *task* GSFLAT produz o *flatfield* normalizado a partir da imagem de calibração obtida com a lâmpada de cobre-argônio (CuAr) da unidade de calibração do Gemini (GCAL). Tal imagem geralmente apresenta grandes variações no padrão de iluminação que dependem diretamente do comprimento de onda observado. Como medida corretiva, a *task* remove espectros e padrões de iluminação da imagem do GCAL, deixando somente variações pixel a pixel (de pequena escala) e eventuais franjas de interferência. Uma função matemática é usada para representar as variações

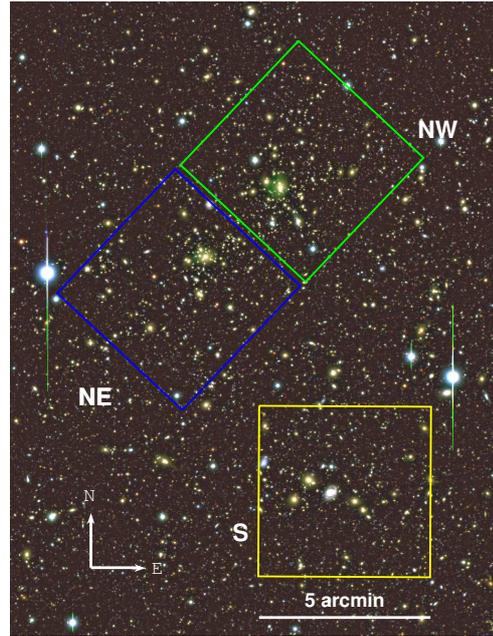


Figura 3.2: Localização das máscaras (5 arcmin de lado cada) no campo de A1758. Para cada uma das regiões do norte (NW & NE) foram observadas duas máscaras enquanto que uma máscara cobre a região sul.

de menor frequência e esta é subtraída da imagem. Escolhemos a função polinomial para representar tais padrões em cada linha da imagem. A ordem deste polinômio poderia ser determinada para cada um dos 3 CCDs (denominados CCD1, CCD2 e CCD3, da esquerda para a direita) nas 3 imagens (com diferentes λ_{cen}) observadas em cada máscara ($3 \times 5 = 15$ imagens). Notamos, porém, que o valor da ordem não se alterava muito quando alterávamos o λ_{cen} da imagem e por isso, considerados diferentes valores de ordem apenas para diferentes máscaras. Adotamos como o melhor valor da ordem n , aquele que se mostrava o melhor compromisso entre o menor valor da rms comparado à ordens superiores e que visualmente parecia representar somente as variações em menor frequência na intensidade da imagem (Fig. 3.3).

Após os testes definimos os valores da ordem para cada umas das máscaras (tabela 3.3). Os valores para as máscaras de um mesmo campo (máscaras 1 e 2) eram muito similares, de modo que foi usado apenas um conjunto de valores.

Ao final desta etapa obteve-se a imagem de *flat field* que será usada nos próximos passos na correção de defeitos nas imagens de cada uma das máscaras

- (ii). Tratamento das imagens de ciência e arcos para calibração.

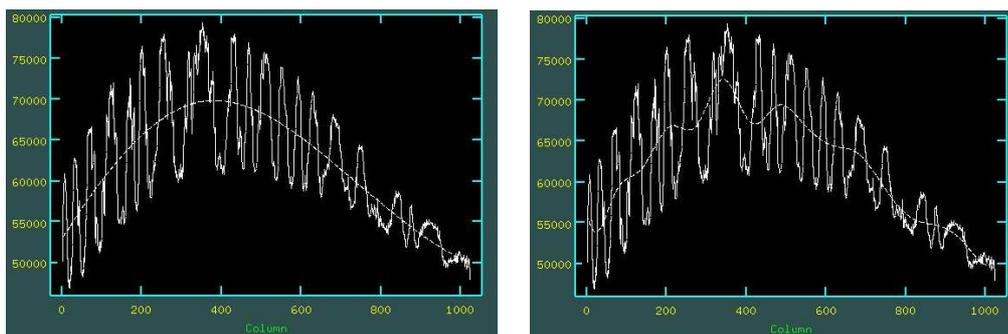


Figura 3.3: Gráfico de diagnóstico da *task* GSFLAT . A linha *contínua* representa a distribuição dos dados que é interpolada por uma função polinomial de ordem n , indicada pela linha *tracejada*. *Esquerda*: o valor de n foi considerado adequado por representar somente as variações de intensidade de menor frequência. *Direita*: neste caso, n não é considerado adequado já que a função acompanha variações em pequenas escalas.

Tabela 3.3 - Ordens mais adequadas para cada CCD nos três campos.

	CCD 1	CCD 2	CCD 3
A1758S	4	11	15
A1758NW	6	11	15
A1758NE	3	15	17

Esta etapa é necessária tanto para as imagens de ciência quanto para os arcos usados na calibração em comprimento de onda (CuAr) e foi feita com a *task* GSREDUCE, que executa automaticamente as tarefas de subtração do *bias*, remoção de raios cósmicos, combinação dos 3 CCDs, correção do *flat field* e corte dos espectros individuais.

- Subtração do *bias*;

O arquivo de *bias* é disponibilizado no banco de dados do Gemini para cada data de observação e foi subtraído de todas as imagens.

- Remoção dos raios cósmicos;

A *task* GSCRREJ elimina os eventuais rastros de raios cósmicos na imagem. O parâmetro mais importante, DATARES, é a FWHM em pixels do perfil gaussiano dos dados espectrais, que deve ser menor que a FWHM de uma linha não resolvida do espectro pois a rotina irá rejeitar todos os valores inferiores. Nossa escolha, baseada em medidas dos nossos dados, foi 7 pixels.

- Combinação dos 3 CCDs;

Os 3 CCDs individuais são combinados em uma única imagem. Por opção esta imagem mantém o espaçamento (*gap*) entre os CCDs (ou seja, não há interpolação) que serão eliminados na etapa futura de combinação das 3 imagens com diferentes λ_{cen} .

- Correção do *flat field*;

A partir da imagem combinada obtida na etapa (i) as imagens de ciência são corrigidas de modo a eliminar diferenças de sensibilidade em escala de pixel a pixel.

- Corte dos espectros individuais

As imagens são cortadas em espectros individuais tendo como modelo a imagem combinada de *flat field*.

- (iii). Calibração em comprimento de onda.

Esta tarefa foi executada iterativamente a partir da *task* GSWAVELENGTH que ajusta polinômios de grau n aos dados das imagens das lâmpadas de calibração (CuAr). Utilizamos $n = 5$ ou 6 de modo a obter o menor *rms* do resíduo. Paralelamente a *task* permite a exclusão manual de pontos a partir do exame da distribuição dos resíduos.

- (iv). Calibração das imagens de ciência.

A *task* GSTRANSFORM faz a correção, no caso das imagens de calibração ou a calibração em comprimento de onda nas imagens de ciência baseada nos resultados da etapa descrita na etapa (iii)

- (v). Combinação.

A partir da *task* IMCOMBINE as 3 imagens com diferentes λ_{cen} são combinadas em uma única tendo como base seus sistemas de coordenadas armazenados no cabeçalho (WCS, *World Coordinate System*). Nesta etapa os *gaps* existentes até aqui entre os CCDs em cada imagem são preenchidos e eventuais raios cósmicos não removidos na etapa (ii) são excluídos.

- (vi). Subtração do céu.

A subtração do nível do céu foi executada de modo iterativo pela *task* GSSKYSUB tomando-se cuidado para não incluir erroneamente parte do espectro na medida de céu.

(vii). Extração.

A última etapa do processo de redução dos dados foi a extração do espectro unidimensional de cada uma das fendas a partir da *task* GSEXTRACT.

(viii). Remoção das linhas de céu.

No intento de facilitar as futuras análises dos espectros, foram extraídas algumas linhas emitidas pelo céu. A linha foi substituída manualmente por um segmento de reta unindo as duas porções do espectro imediatamente anteriores e superiores à uma faixa de $\Delta\lambda \sim 10\text{\AA}$ centrada no comprimento de onda a ser eliminado. De todas as linhas citadas na literatura (e.g. [Osterbrock et al., 1997](#)), as linhas do [OI] foram as mais proeminentes em nossos dados (tabela 3.4) de maneira que nossa remoção atuou somente sobre elas.

Tabela 3.4 - Posição das principais linhas de emissão do oxigênio neutro ([OI]).

λ (Å)	Linha
5577.338	[OI]
6300.304	[OI]

O pacote IRAF RVSAO (*Radial Velocity Package*; [Kurtz e Mink, 1998](#)) através de sua rotina XCSAO permite a extração da velocidade radial (conforme Cap. 2) para galáxias com linhas de absorção. A rotina se utiliza da técnica de correlação cruzada ([Tonry e Davis, 1979](#)) entre os espectros e alguns *templates* de resolução similar e maior S/R que cobrem a gama dos possíveis tipos de espectros (galáxias *early* e *late type*, QSOs entre outros). Como rotina calcula a velocidade para cada *template*, adotamos como primeiro critério para escolha do valor fiducial o chamado coeficiente de correlação cruzada (dados com $r \leq 3$ foram descartados, [Tonry e Davis, 1979](#)). Posteriormente também fizemos a inspeção visual do espectro sobreposto às posições das linhas identificadas pelo XCSAO. Em 14 galáxias foram identificadas linhas de emissão que foram usadas pela rotina da rotina EMSAO para a obtenção das velocidades.

Após a extração obtivemos a velocidade radial de 165 galáxias sendo 130 em A1758N e 35 em A1758S.

3.3 Análise por lentes gravitacionais fracas

3.3.1 Identificação da posição relativa das galáxias

Uma das vantagens das observações multibandas é a possibilidade de melhor acurácia na seleção dos diferentes grupos de galáxias no tocante à sua posição relativa (membros do aglomerado, de frente e de fundo). A identificação das galáxias da sequência vermelha do aglomerado (Dressler, 1980) foi feita através da subtração estatística no espaço de cores $R_C - z'$ entre as galáxias contidas dentro uma região de 12 por 8 arcmin compreendendo a região dos aglomerados (onde se espera haver maior quantidade de galáxias membro) e de duas regiões mais afastadas do centro aglomerado onde se espera a predominância das galáxias de campo. Tal procedimento nos permitiu encontrar 769 galáxias com propriedades fotométricas homogêneas e consistentes com o esperado para membros de um aglomerado (Fig. 3.4).

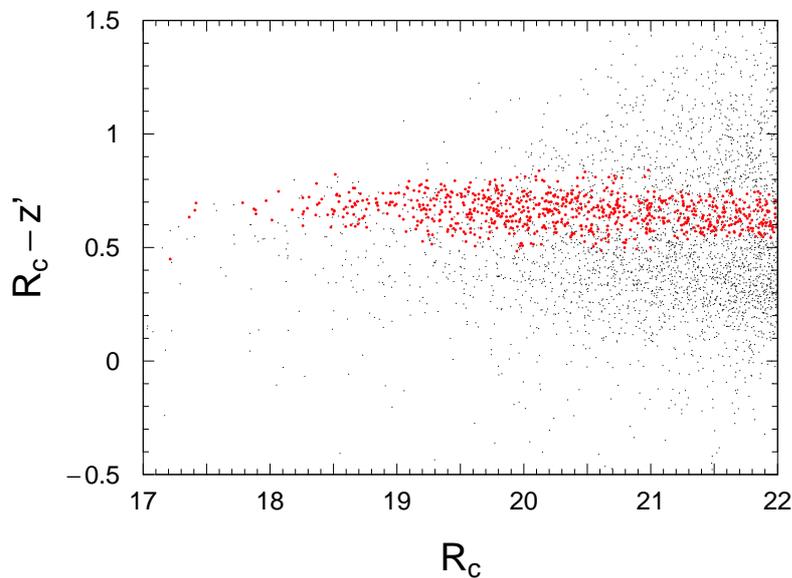


Figura 3.4: Sequência vermelha das galáxias do aglomerado A1758 identificada através do processo de subtração estatística no espaço que cores. As 769 galáxias foram uma linha bem definida no diagrama cor-magnitude e estão espacialmente concentradas nas regiões previamente identificadas.

A seleção das galáxias de frente e fundo é menos óbvia pois ambas estão distribuídas de

maneira homogênea pela imagem. Entretanto, Medezinski et al. (2010) mostraram que as galáxias de frente formam uma sobredensidade no espaço de cores que está localizada entre a posição das galáxias do aglomerado e as de fundo. Esta sobredensidade de objetos foi observada em nossos dados (região central amarela na Fig. 3.5) e através da comparação com Medezinski et al. (2010) a identificamos como a região ocupada preferencialmente pelas galáxias de frente. Em relação às galáxias de fundo, selecionamos inicialmente aquelas mais fracas que $R_C > 22$ (limite de predominância das galáxias membro) e fora do *locus* ocupado pelas galáxias membro e as de frente, como podemos observar na Fig. 3.5 (ver Monteiro-Oliveira, 2011, para maiores informações sobre a seleção das galáxias). A separação entre galáxias de fundo azuis e vermelhas se fez necessária pois o efeito de magnificação induzido pela lente gravitacional se faz mensurável apenas no último conjunto, como vamos demonstrar mais adiante (Seç. 3.3.3).

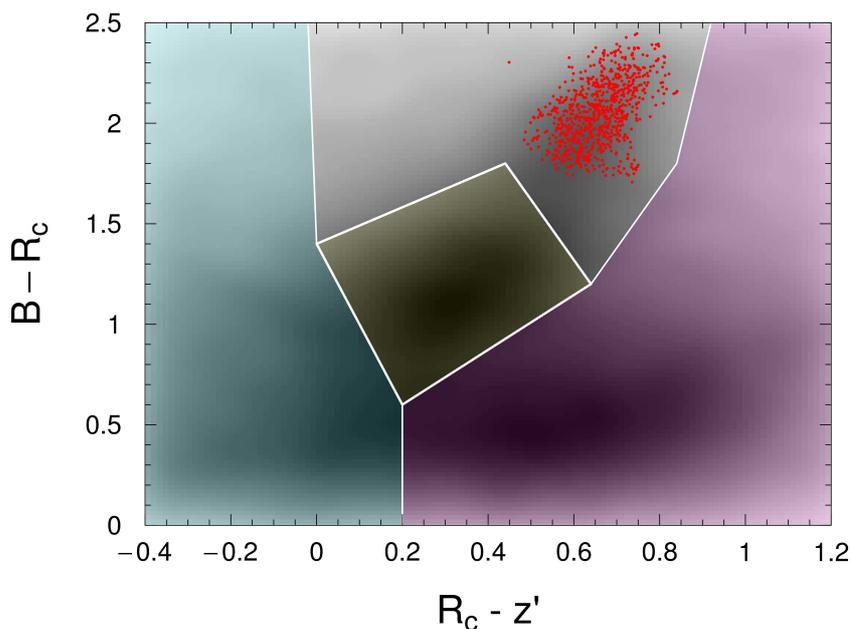


Figura 3.5: Diagrama cor-cor do catálogo de galáxias da imagem de A1758 (em escala de cinza) sobrepuesto aos *loci* das populações identificadas. No centro em amarelo temos as galáxias de frente, que formam uma sobredensidade bem definida no espaço de cores. Os pontos vermelho são as galáxias membro da sequência vermelha. As galáxias de fundo azuis e vermelhas estão respectivamente identificadas nas cores ciano (esquerda) e roxo (direita).

3.3.2 Medida da distorção na imagem das galáxias de fundo

Para medir de maneira não enviesada a forma das galáxias de fundo é necessário mapear a chamada *point spread function* (PSF, Cap. 2). As estrelas brilhantes e não saturadas foram selecionadas tendo como limites $19 \leq R_C \leq 22.5$ e $0.9 \leq \text{FWHM} \leq 1.03$ arcsec.

A medida da PSF das estrelas foi realizada pelo programa IM2SHAPE (Cap. 2) que as modela com perfis gaussianos^[2] e determina os principais parâmetros da PSF: as componentes cartesianas da elipticidade e_1 e e_2 bem como a FWHM modelada. A interpolação destas grandezas discretas ao longo do campo foi realizada com a rotina TPS (*thin plate spline*; Nychka et al., 2014) dentro do ambiente R. O processo foi repetido por três vezes, removendo-se em cada iteração 10% dos objetos com maior resíduo.

O resultado apresentado na Fig. 3.6 mostra que a interpolação foi bem sucedida na medida que há transição tênue entre as curvas de nível. Na Fig. 3.7 apresentamos as elipticidades medidas e o resíduo após a interpolação realizada e na Fig. 3.8 a respectiva distribuição espacial.

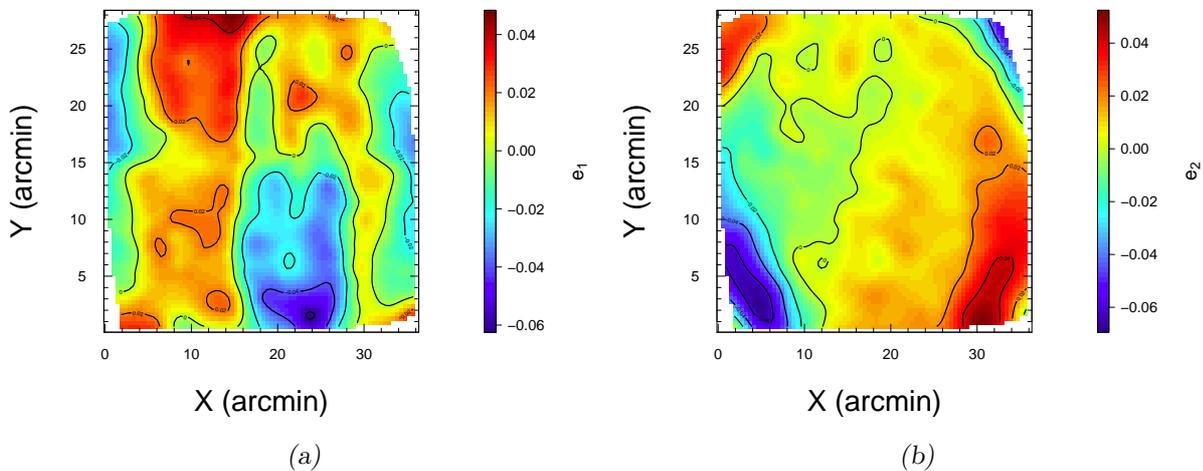


Figura 3.6: Resultado da interpolação de e_1 (a) e e_2 (b) através da rotina TPS que produziu uma transição suave entre as curvas de nível.

Seguindo o procedimento de Cypriano et al. (2004), as galáxias de fundo (azuis e vermelhas) são modeladas como a soma de duas gaussianas de mesma base pelo IM2SHAPE que

² Aqui queremos apenas medir o formato da PSF e não corrigi-la como faremos mais adiante. Neste caso, a deconvolução foi feita com uma função do tipo Delta de Dirac, sendo descrita pelos seguintes parâmetros: $e = 0$, $\theta = 0$, $A = 1$ e $ab = 10^{-6}$.

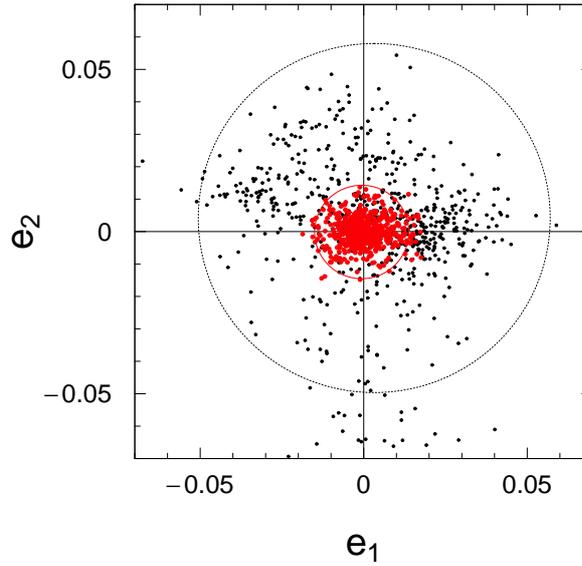


Figura 3.7: Medida da PSF nas estrelas selecionadas. A distribuição inicial de e_1 possui $\langle e_1 \rangle = 0.002$ e $\sigma_{e_1} = 0.023$ enquanto que a de e_2 apresenta $\langle e_2 \rangle = 0.003$ e $\sigma_{e_2} = 0.021$. Note que caso não houvesse a atuação da PSF esperaríamos encontrar $\langle e_1^* \rangle = \langle e_2^* \rangle = 0$. Em *vermelho* apresentamos os resíduos da interpolação da PSF com $\langle \text{res} \rangle_{e_1} = 0$, $\sigma_{\text{res}_{e_1}} = 0.006$ e $\langle \text{res} \rangle_{e_2} = 0$, $\sigma_{\text{res}_{e_2}} = 0.004$. Os círculos representam 95% dos dados.

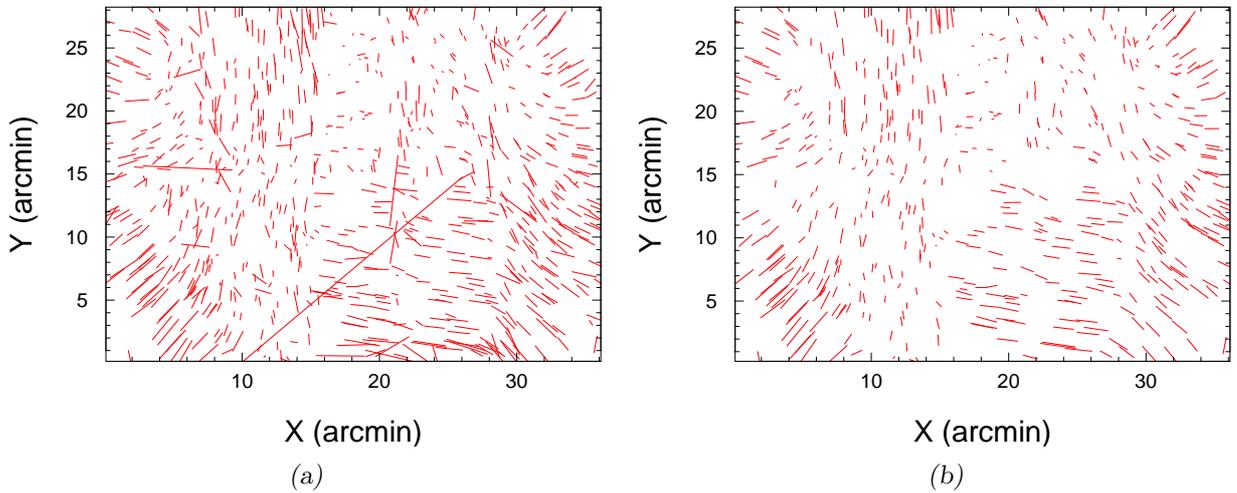


Figura 3.8: (a) Distribuição espacial de e_1 e e_2 das 785 estrelas inicialmente selecionadas. (b) PSF das 546 restantes após o processo de *clipping*. Os segmentos de reta tem comprimento proporcional a $e = (e_1^2 + e_2^2)^{1/2}$ e inclinação de $\theta = 0.5 \times \arctan(e_2/e_1)$.

também deconvolui o valor local da PSF fornecendo as elipticidades e_1 e e_2 não enviesadas pela mesma. Adicionalmente, removemos todas as galáxias cujo erro na elipticidade σ_e

fosse maior que 0.2 bem como aquelas cuja posição determinada pelo programa tivesse incerteza superior a 1 arcsec. Ao final nossa amostra de galáxias de fundo consistia de 12720 objetos correspondendo a uma densidade superficial de 24 galáxias arcmin⁻².

A conversão dos parâmetros observacionais até aqui citados em parâmetros físicos se dá através da densidade crítica superficial de massa Σ_{cr} (Eq. 2.43). Para contornar a indisponibilidade dos *redshifts* fotométricos de nossos dados, lançamos mão do catálogo do COSMOS (Scoville, 2007) de onde selecionamos objetos seguindo os mesmos critérios de cores apresentados na Fig. 3.5. Devido a ausência da banda R_C no COSMOS, calibramos esta magnitude com as bandas g' e r' do catálogo do SDSS (Abazajian et al., 2009) de acordo com o procedimento descrito em Monteiro-Oliveira (2011). Ao final da comparação obtivemos $\Sigma_{cr_d} = 3.03(3) \times 10^9 M_\odot \text{ kpc}^{-2}$.

Sendo A1758 um sistema multimodal, devemos considerar que cada galáxia de fundo teve sua imagem distorcida simultaneamente por todos os subaglomerados implicando na quebra da simetria circular apresentada no Cap. 2. Desta maneira, o cisalhamento tangencial (Eq. 2.56) deve ser decomposto em suas componentes cartesianas g_1 e g_2 a partir da multiplicação de g_t pelo *kernel* de convolução dado por

$$D_1 = \frac{y^2 - x^2}{x^2 + y^2}, \quad D_2 = \frac{2xy}{x^2 + y^2}, \quad (3.1)$$

onde x e y são as coordenadas cartesianas do espaço no qual o centro da respectiva lente está na origem.

Como visto na introdução, a estrutura A1758S consiste de um sistema bimodal situado muito próximo à linha de visada o que dificulta a identificação individual. Assim, consideramos apenas os três subaglomerados principais de A1758 de modo que o cisalhamento efetivo em cada galáxia do plano da lente pode ser escrito como

$$g_i = g_i^{\text{NE}} + g_i^{\text{NW}} + g_i^{\text{S}}, \quad (3.2)$$

com $i \in \{1, 2\}$.

O tradicional χ_d^2 para esta sub-técnica, baseada na medida da distorção na imagem das galáxias de fundo causada pela lente, pode ser escrito como

$$\chi_d^2 = \sum_{j=1}^{N_{\text{objetos}}} \sum_{i=1}^2 \frac{(g_i - e_{i,j})^2}{\sigma_{int}^2 + \sigma_{obs_{i,j}}^2}, \quad (3.3)$$

onde $\sigma_{obs_{i,j}}$ é a medida do erro na elipticidade fornecida pelo IM2SHAPE e σ_{int} é a incerteza associada com a distribuição da elipticidade intrínseca das fontes estimada em ~ 0.35 de acordo com nossos dados.

Assumindo que os dados se distribuem normalmente no modelo, podemos escrever o logaritmo natural da verosimilhança que está associada ao χ_d^2 como

$$\ln \mathcal{L}_d \propto -\frac{\chi_d^2}{2} \quad (3.4)$$

3.3.3 Medida da magnificação da imagem das galáxias de fundo

Para o estudo da magnificação causada pela lente utilizaremos somente a amostra das galáxias de fundo vermelhas (região *roxa* na Fig. 3.5). As correspondentes azuis possuem a inclinação do número de contagens (Eq. 2.100) bem próximo ao valor crítico ($\alpha_{azul} \approx 0.4$) de modo que nenhum efeito do viés de magnificação seria observado nesta amostra (conforme a Eq. 2.101).

Para as galáxias de fundo vermelhas medimos $\alpha = 0.10 \pm 0.03$ nas regiões suficientemente afastadas dos subaglomerados de A1758 (retângulos *azuis* na Fig. 3.1). Neste regime o viés de magnificação irá agir no sentido de causar a diminuição no número de contagens das galáxias vermelhas de fundo na região das lentes. A densidade crítica de massa superficial destas galáxias foi estimada seguindo mesmo procedimento feito para a amostra de distorção (Sec. 3.3.2) resultando em $\Sigma_{cr_m} = 3.25(3) \times 10^9 M_\odot \text{ kpc}^{-2}$.

O mapeamento do viés de magnificação foi feito a partir da contagem de objetos nas $68 \times 54 = 3672$ células quadradas (15 arcsec de lado) nas quais a imagem foi dividida. As máscaras foram feitas pelo SExtractor seguindo a prescrição de Umetsu et al. (2011)^[3] e servem para excluir da análise regiões ocupadas por objetos extensos como estrelas saturadas, galáxias de frente e do aglomerado (em especial as BCGs). A área de cada célula foi computada descontado-se a área ocupada por objetos mascarados. Para o cômputo das contagens intrínsecas (i.e. não afetadas pelo viés de magnificação) utilizamos duas regiões afastadas do centro da imagem (retângulos *azuis* na Fig. 3.1) e obtivemos $N_0 = 35.7 \pm 13.4$ galáxias arcmin^{-2} .

O sinal das lentes é obtida comparando-se as contagens medidas em cada célula com previsão teórica dada pela Eq. 2.101. Levando em conta as incertezas apropriadas podemos

³ CHECKIMAGE_TYPE=OBJECTS, DETECT_THRESH=5 e DETECT_MINAREA=600

definir o χ_m^2 da sub-técnica como

$$\chi_m^2 = \sum_{i=1}^{N_{\text{celulas}}} \frac{(N_i - N_0 \mu^{2.5\alpha-1})^2}{\sigma_{N_0}^2} \frac{W_i^2}{\sum_{j=1}^N W_j^2}, \quad (3.5)$$

onde N_i é a contagem cumulativa em cada célula i corrigida pela área efetiva (fora das máscaras) e $W = \sqrt{1 - A_{\text{masc}}/A_{\text{total}}}$ é o peso que penaliza células com menores áreas efetivas. A magnificação μ é o parâmetro do modelo e depende do cisalhamento e convergência (Eq. 2.62). A magnificação causada por cada uma das estruturas é adicionada linearmente de mesmo modo que o cisalhamento efetivo (Eq. 3.2).

Usando as mesmas suposições da seção anterior, o logaritmo da verossimilhança pode ser escrito como

$$\ln \mathcal{L}_m \propto -\frac{\chi_m^2}{2}. \quad (3.6)$$

3.3.4 Modelagem das lentes

Nossa proposta é descrever a distribuição da massa no campo de A1758 como a soma de três lentes descritas por perfis NFW (Cap. 2) cada um deles associados aos subaglomerados NW, NE e S. Os perfis NFW podem ser definidos por dois parâmetros principais, massa M_{200} e a concentração c seguidos de outros dois relacionados à posição do centro de cada lente (x_c, y_c) no plano cartesiano de modo que todo o sistema é definido por 12 parâmetros. A seguir adotaremos alguns procedimentos para restringir este modelo.

Para cada uma das três lentes adotamos a descrição de [Duffy et al. \(2008\)](#)

$$c = 5.71 \left(\frac{M_{200}}{2 \times 10^{12} h^{-1} M_{\odot}} \right)^{-0.084} (1+z)^{-0.47}, \quad (3.7)$$

para a relação entre o parâmetro de concentração e a massa do subaglomerado. Além disso, em A1758S fixamos a BCG local como centro da distribuição de sua massa. Essas estratégias nos levam a reduzir o número de parâmetros livres do modelo para 7, focados nos problemas aos quais pretendemos nos ater: $M_{200}^{\text{NE}}, x_c^{\text{NE}}, y_c^{\text{NE}}, M_{200}^{\text{NW}}, x_c^{\text{NW}}, y_c^{\text{NW}}$ e M_{200}^{S} .

Adotando a abordagem bayesiana incluímos mais dois parâmetros que descrevem a população não atingida pelo efeito das lentes: N_0 e α . Tais parâmetros foram modelados juntamente com os 7 anteriores porém estabelecemos a priori para eles distribuições normais baseadas em nossas medidas. Para todas as massas usamos um prior uniforme no intervalo $0 < M \leq 6 \times 10^{15} M_{\odot}$ com o intuito de acelerar o tempo necessário para

convergência do modelo, eliminando valores não realistas para o sistema. Em relação aos centros dos aglomerados NW & NE não foi fornecido nenhum prior informativo.

Chamando o vetor de parâmetros do modelo NFW de Θ podemos escrever o posterior do nosso problema como

$$\mathcal{P}(\Theta, N_0, \alpha | \text{dados}) \propto \mathcal{L}_d(\text{dados} | \Theta) \times \mathcal{L}_m(\text{dados} | \Theta, N_0, \alpha) \Pi(N_0) \Pi(\alpha), \quad (3.8)$$

onde $\Pi_{N_0} \sim \mathcal{N}(N_0, \sigma_{N_0}^2/n)$ e $\Pi_\alpha \sim \mathcal{N}(\alpha, \sigma_\alpha^2)$.

O posterior aqui definido carrega a informação vinda tanto da medida da distorção quanto de magnificação das galáxias de fundo. Podemos facilmente definir os posteriores para cada técnica individualmente apenas removendo da expressão 3.8 os elementos não relacionados a ela.

3.3.5 Resultados

Utilizamos cadeias de Markov e método de Monte Carlo (MCMC) com o algoritmo Metropolis para mapear o posterior através do pacote R `MCMCMETROP1R` (Martin et al., 2011). Para cada configuração descrita a seguir construímos quatro cadeias com 1×10^5 pontos gerados a partir de diferentes “sementes” após 10^4 interações *burn-in* que garantem que as cadeias se iniciam dentro do estado estacionário. Calculamos o fator R sugerido por Plummer et al. (2006) para controlar a convergência das cadeias MCMC e encontramos que para todos os parâmetros (7+2 no caso mais geral) $R < 1.1$ dentro de 68% c.l. garantindo portanto a convergência das cadeias. Aqui geramos modelos baseados nos dados de ambas sub-técnicas (d+m), distorção somente (d) e magnificação somente (m).

3.3.5.1 Massas

Na Tab. 3.5 apresentamos os valores médios das massa das estruturas de A1758 acompanhadas intervalo de confiança de 68%. Os posteriores das massas de A1758NW&NE marginalizados sobre as demais grandezas são mostrados na Fig. 3.9. Em ambas Tab. 3.5 e Fig. 3.9 pode-se notar que as medidas independentes de distorção e magnificação são consistentes entre si com sobreposição grande de seus contornos de confiança o que justifica a utilização conjunta das técnicas. A distorção pura, como esperado, tem mais força para restringir os parâmetros de massa já que os intervalos de 1σ são 67% menores que no caso

Tabela 3.5 - Valores médios das massas (em unidades de $10^{14} M_{\odot}$) marginalizados sobre os demais parâmetros do modelo para cada sub-técnica empregada: “d” distorção somente, “m” magnificação somente e “d+m” distorção e magnificação combinadas. As barras de incertezas correspondem a 68% c.l.

	M_{200}^{NW}	M_{200}^{NE}	M_{200}^{S}
d	$10.32^{+2.44}_{-2.33}$	$5.14^{+1.37}_{-2.12}$	$5.01^{+1.29}_{-1.47}$
m	$6.00^{+1.88}_{-3.77}$	$7.81^{+2.86}_{-3.55}$	$5.62^{+1.76}_{-2.54}$
d+m	$7.90^{+1.89}_{-1.55}$	$5.49^{+1.67}_{-1.33}$	$4.96^{+1.08}_{-1.19}$

da magnificação pura. A combinação de ambas técnicas entretanto reduz em cerca de 20% o valor das barras de incertezas em comparação com a distorção pura.

Ainda na Fig. 3.9 pode-se notar a existência de destacada degenerescência entre as massas de A1758NW&NE que é aproximadamente paralela ao eixo da soma das massas (linha contínua *preta*). Para analisar melhor esta relação investigamos a distribuição da soma e diferença das massas em A1758N que podem ser vistas na Fig. 3.10. Como pode ser visto, nossos dados restringem fortemente a soma total de A1758N cujo posterior nos retorna $M_{200}^{\text{NW}} + M_{200}^{\text{NE}} = 13.39^{+1.37}_{-1.45} \times 10^{14} M_{\odot}$ porém retringe fracamente a diferença entre elas, $M_{200}^{\text{NW}} - M_{200}^{\text{NE}} = 2.41 \pm 2.93 \times 10^{14} M_{\odot}$. Em outras palavras nossos dados e análises são profícuos em medir a massa total de A1758N porém se apresentam menos precisos na tarefa de obter as massas individuais (Ragozzine et al., 2012, teve problemas similares). Entretanto, segundo nossos dados, há probabilidade de $\sim 79\%$ de A1758NW ser a estrutura mais massiva o que pode ser relevante para esclarecer por que esta estrutura não apresenta sinais de separação entre suas componentes (gás e matéria escura).

Os posteriores marginalizados de todos os 7 parâmetros (“d+m”) podem ser vistos na Fig. 3.11 onde também podemos visualizar a relação entre eles. Em particular, investigamos a possibilidade de alguma correlação entre as massas de A1758N e A1758S através do fator de Spearman encontrando $\rho = -0.128 \pm 0.003$, que indica fraca correlação.

3.3.5.2 Posição dos centros da distribuição de massa

Conforme já mencionado um dos principais objetivos deste trabalho é determinar a posição central da distribuição de massa em A1758NW&NE para quantificarmos a relevância estatística do afastamento observado entre os picos de R-X e de massa.

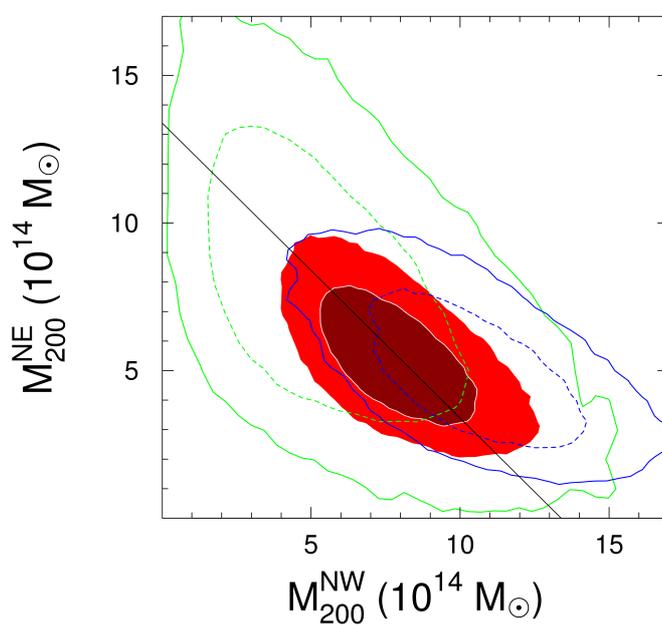


Figura 3.9: Posterior marginalizado de 95 % c.l. (2σ) e 68% c.l. (1σ) das massas de A1758NW e A1758NE, para os dados de distorção somente (“d”, azul), magnificação somente (“m”, verde) e ambos combinados (“d+m”, vermelho). Apesar da grande degenerescência observamos uma boa concordância entre os conjuntos de dados e especialmente entre “d” e “d+m” sendo que este último fornece o resultado mais preciso. A linha preta corresponde a soma das massas e é aproximadamente paralela ao eixo principal de cada um dos posteriores.

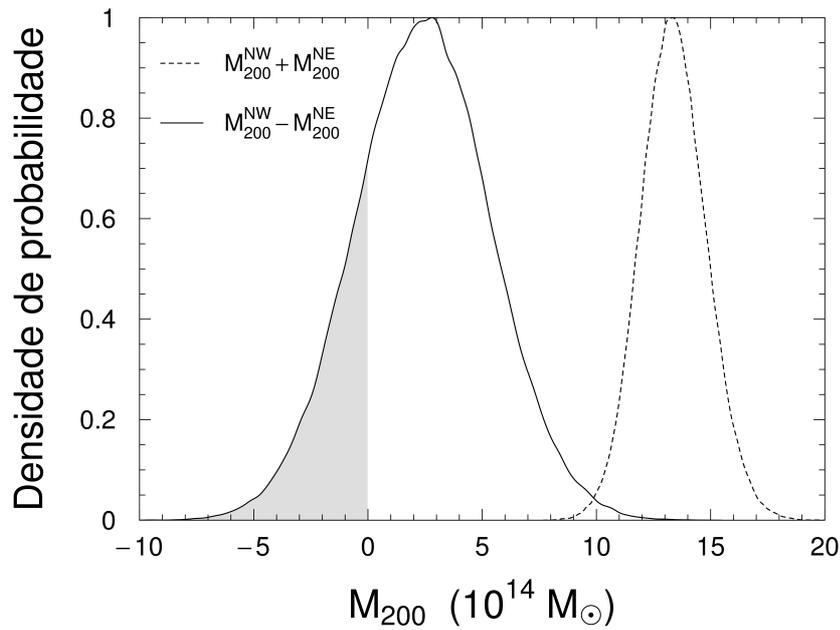


Figura 3.10: Distribuição de probabilidade normalizada da diferença das massas (linha *contínua*) e da soma (linha *pontilhada*). A massa total das estruturas do norte ($13.39^{+1.37}_{-1.45} \times 10^{14} M_{\odot}$) é mais bem determinada que a de cada estrutura individualmente mas nossos dados “d+m” mostram que a probabilidade de $M_{200}^{NE} > M_{200}^{NW}$ é de apenas 21% (área *cinza*).

Os contornos de 95% c.l. dos posteriores das posições centrais da distribuição de massa em A1758N são apresentados na Fig. 3.12. Pode-se ver claramente que a magnificação pura (contornos *verdes*) restringe muito fracamente os parâmetros citados ao contrário do observado para os as técnicas combinadas (d+m) que produzem resultados muito próximos aos da distorção pura.

Para determinar a posição dos picos em R-X utilizamos dados públicos dos arquivos do telescópio Chandra^[4]. Foram encontrados cinco apontamentos no campo de A1758: 7710 (PI: Gordon P. Garmire), 2213, 13997, 15538, and 15540 (PI: Laurence David) in A1758. Eles foram reprocessados e combinado em uma única imagem (0-3-7.0 keV) cujos contornos podem ser vistos na Fig. 3.1. Os picos na emissão em R-X foram determinados a partir da seguinte técnica: procuramos por máximos locais ao redor dos quais definimos regiões de 0.6×0.6 arcmin (\sim o tamanho das regiões brilhantes centrais); o pico então é definido como a intensidade média ponderada (baricentro).

Na Fig. 3.13 mostramos a região de A1758N apenas para comparar melhor a posição das BCGs, distribuição em R-X e a distribuição do centro de massa. Assim como em

⁴ <http://cda.harvard.edu>

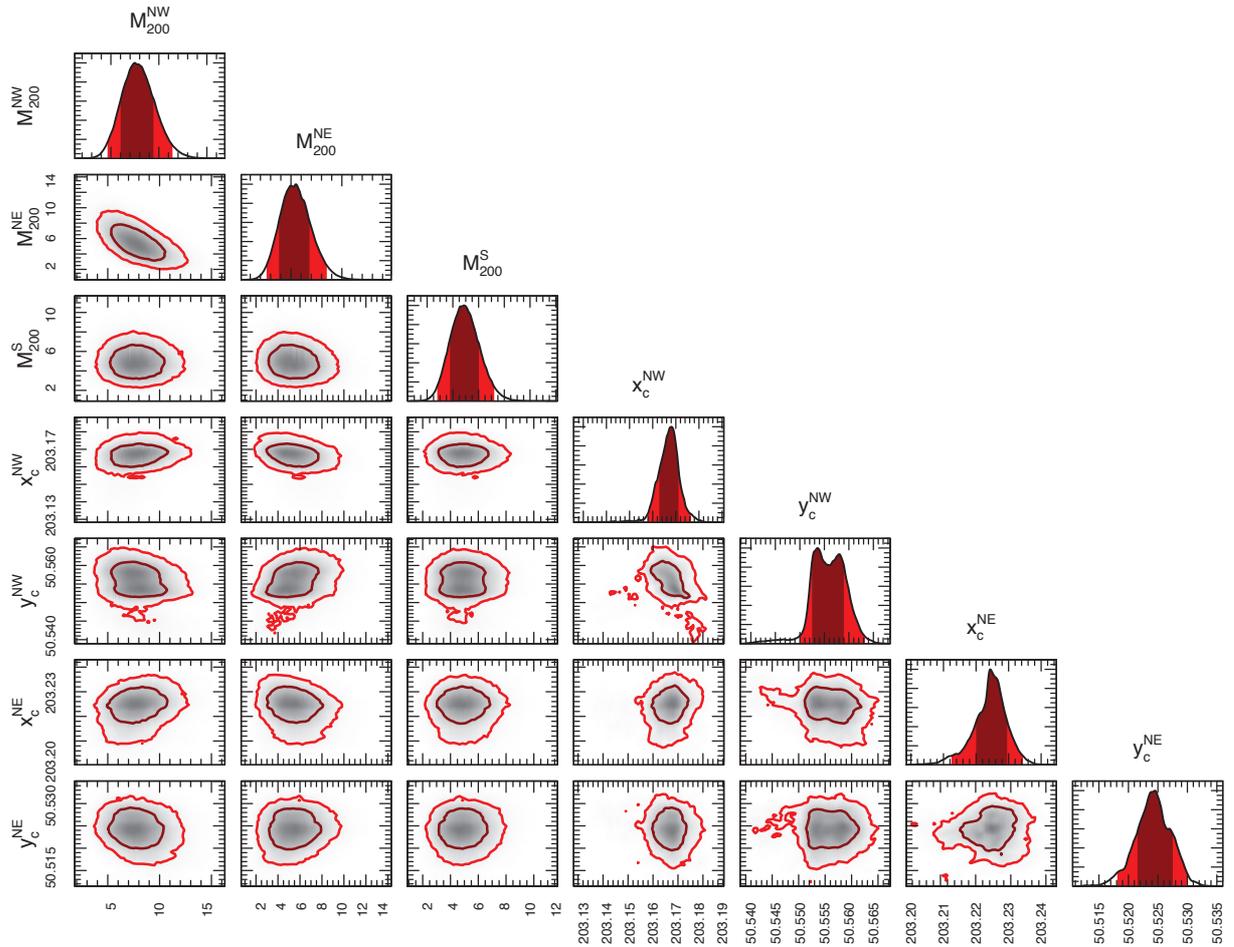


Figura 3.11: Posteriores dos 7 parâmetros do modelo NFW para o conjunto de dados "d+m". Na diagonal são mostrados os posteriores individuais marginalizados enquanto que a correlação entre parâmetros é mostrada no triângulo inferior onde estão representadas os contornos de confiança de 1σ e 2σ . Uma forte inclinação, como no caso de M_{200}^{NW} e M_{200}^{NE} , denota uma alta correlação. Todas as massas são apresentadas em unidades de $10^{14} M_{\odot}$ enquanto que as posições são dadas em graus.

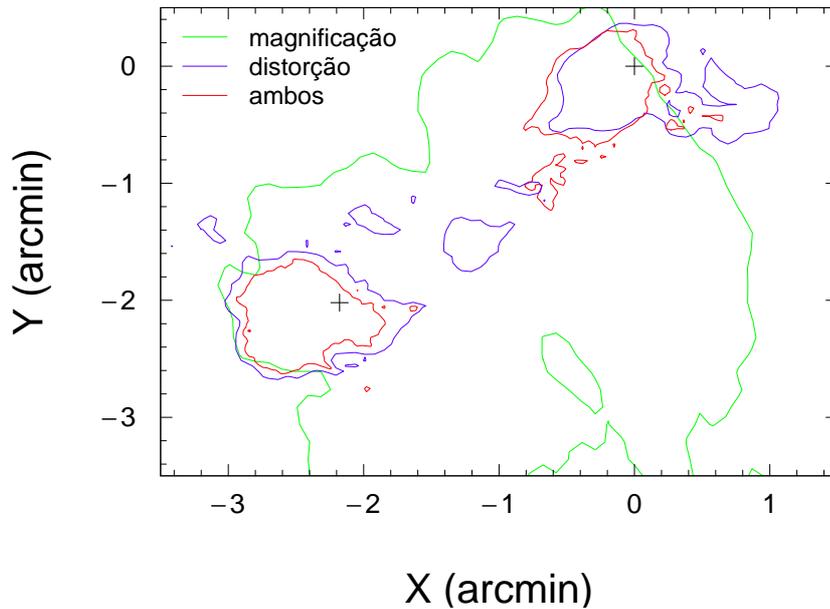


Figura 3.12: Contornos de confiança de 2σ das coordenadas centrais de A1758NW&NE para cada conjunto de dados utilizado: magnificação (*verde*), distorção (*azul*) e a combinação entre eles (*vermelho*). A BCG NW foi considerada como origem do sistema de coordenadas. As BCGs estão identificadas por “+”.

estudos anteriores de Okabe e Umetsu (2008); Ragozzine et al. (2012), não encontramos separações significativas entre as BCGs e os centros de massa. Estas distâncias são 24_{-14}^{+10} arcsec e 30_{-18}^{+12} arcsec respectivamente para A1758NW e A1758NE. Assim, em ambos os casos a posição da BCG é consistente com o centro de massa do halo dentro de 95% c.l.

Ainda na Fig. 3.13 podemos notar que a posição do centro do halo de A1758NE está 96_{-15}^{+14} arcsec distante do pico correspondente em R-X. Qualitativamente, resultados similares foram reportados por Okabe e Umetsu (2008) e Ragozzine et al. (2012). Uma separação desta magnitude não pode ser atribuída à presença de estruturas de frente/fundo, ruído na medida da forma das galáxias de fundo nem às incertezas na modelagem NFW (Dietrich et al., 2012). Em A1758NW a posição do pico em R-X é comparável com a posição da BCG e o centro do halo de matéria escura considerando as incertezas. Chamamos esta configuração de “semi-bala” já que a separação entre o ICM e as outras componentes, como observada no *Bullet cluster* é vista somente em uma das componentes de A1758N.

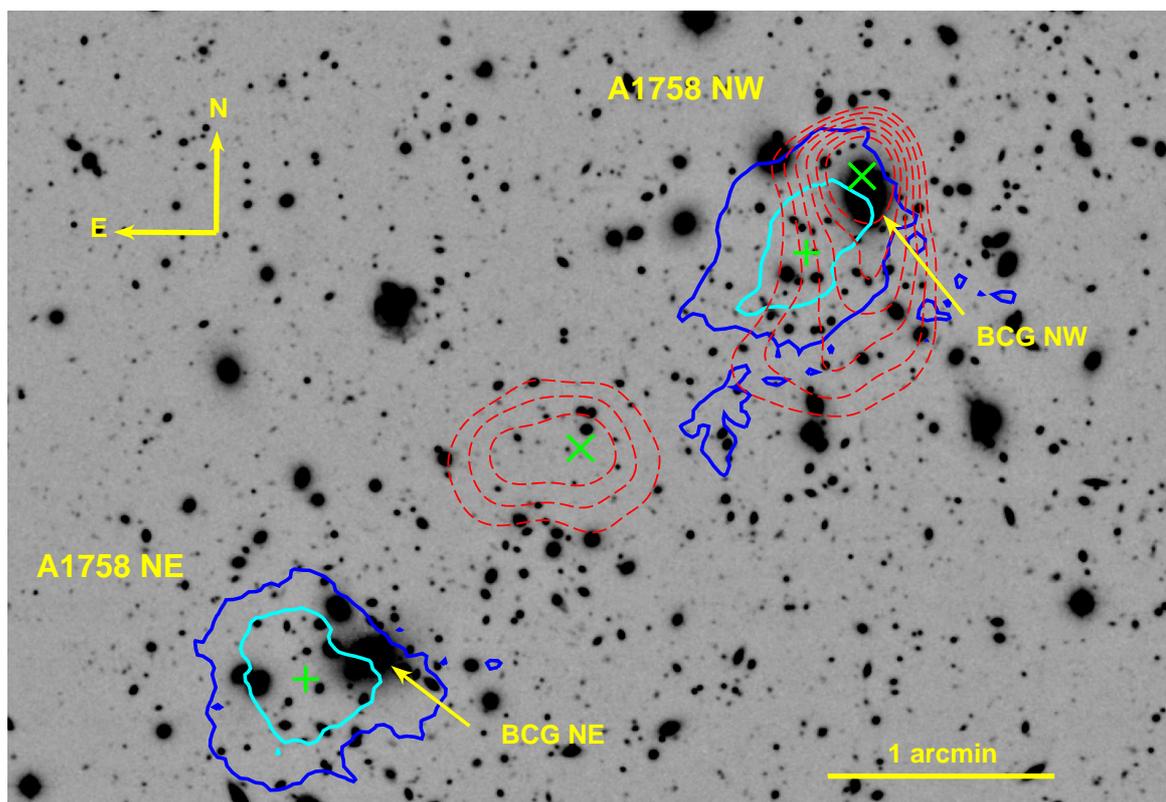


Figura 3.13: Imagem z' combinada com os contornos das regiões centrais do ICM traçadas por sua emissão em R-X observadas pelo Chandra (*vermelho*) e os contornos de confiança de 1σ (*ciano*) e 2σ (*azul*) da posição dos centros da distribuição de massa em A1758NW&NE. Os “+” marcam a posição média dos centros de massa enquanto que “X” mostra a localização dos picos em R-X, sendo cada um deles relacionado com a subestrutura mais próxima (A1758NW a direita e A1758NE a esquerda). Enquanto que a posição da BCG NE é compatível com o respectivo centro de massa dentro de 2σ , o pico em R-X apresenta um considerável afastamento (96_{-15}^{+14} arcsec) dela como é esperado em sistemas pós-colisionais (e.g. [Harvey et al., 2015](#)). Por outro lado, em A1758NW a posição das três componentes (BCG, massa e R-X) são compatíveis dentro de 2σ , caracterizando a configuração de “semi-bala”.

3.4 Análise dinâmica de A1758N

De posse das velocidades radiais no campo de A1758N podemos caracterizar seu estado dinâmico atual e comparar esta informação com as distribuições já conhecidas (massa e R-X). Dos 130 objetos em A1758N, 62 galáxias eram comuns ao catálogo anteriormente publicado por [Boschin et al. \(2012\)](#) nos proporcionando a oportunidade de comparar ambos. Os resultados são apresentados na Fig. 3.14. A media do resíduo foi de apenas $\langle v_{\text{GMOS}} - v_{\text{B12}} \rangle = 26 \text{ km s}^{-1}$ com dispersão de $\sigma_{\langle \text{res} \rangle} = 195 \text{ km s}^{-1}$. Excluimos previamente da comparação duas galáxias por possuírem grande resíduo ($> 5 \times 10^3 \text{ km s}^{-1}$) porém após inspeção visual de ambos espectros decidimos utilizar nosso catálogo para suas velocidades. Duas outras galáxias de [Boschin et al. \(2012\)](#) foram excluídas pois apareciam fundidas (um só objeto) em nossa imagem.

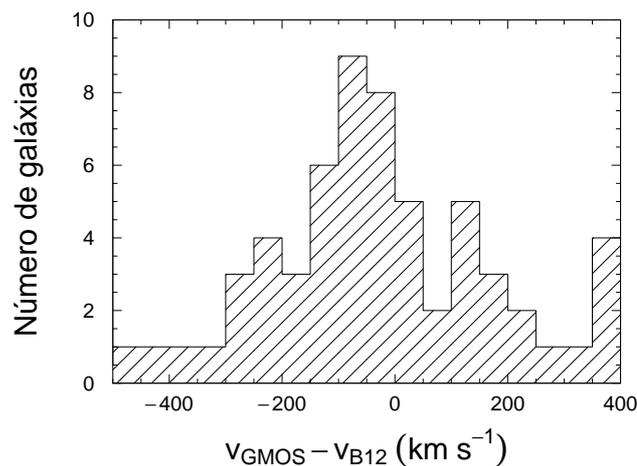


Figura 3.14: Comparação entre 60 galáxias em comum entre nossa amostra e a de [Boschin et al. \(2012\)](#). Os resíduos são compatíveis com zero tendo média -26 km s^{-1} e desvio padrão de 195 km s^{-1} . Em virtude da boa concordância observada decidimos usar como valores de referência aqueles determinados pela nossa análise incluindo duas outras galáxias com alto resíduo ($> 5 \times 10^3 \text{ km s}^{-1}$).

Nosso catálogo final de A1758N (ver Apêndice A) contém 203 galáxias sendo 70 apresentadas por este trabalho, 73 previamente publicadas por [Boschin et al. \(2012\)](#) e 60 em comum cujos valores de referência foram nossas medidas. A distribuição dos *redshifts* pode ser vista na Fig. 3.15.

Com o intuito identificar as prováveis galáxias membro utilizamos o método 3σ -clip (Cap. 2) iterativamente até que a média da amostra restante variasse menos que 1%.

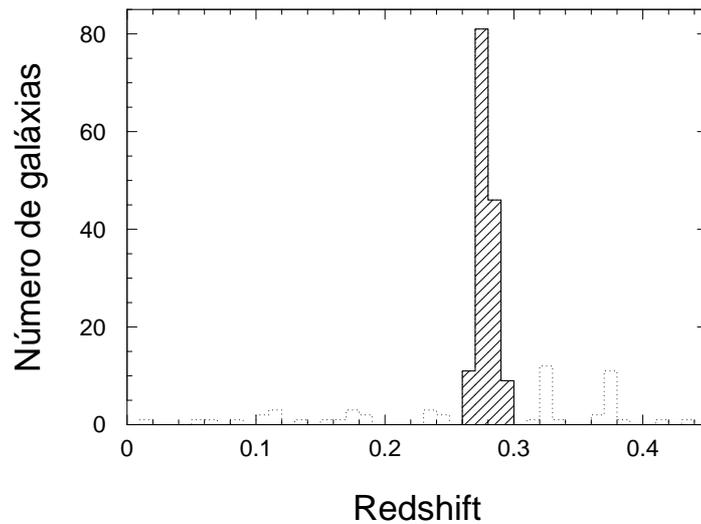


Figura 3.15: Distribuição de *redshifts* no campo norte de A1758 destacando as 147 galáxias selecionadas como provável membros (*tracejado*) após o processo de 3σ -clip. Quatro galáxias com $z \geq 0.45$ foram excluídas do gráfico para maior clareza.

Este procedimento resultou na identificação de 147 membros centrados em $\bar{z} = 0.279$ com dispersão $\sigma_v/(1+z) = 1442 \text{ km s}^{-1}$. Esta distribuição aparece destacada com linhas tracejadas na Fig. 3.15.

Para nossa amostra de 147 galáxias o teste DS (Cap. 2) encontrou $\Delta = 226$ dentro de um nível de confiança de 99% com $p\text{-value} = 4.6 \times 10^{-4}$ obtido após 10^5 reamostragens. Este resultado aponta que A1758N tem a presença de subestruturas, como podemos verificar visualmente no chamado gráfico de bolhas (Fig. 3.16).

Com o objetivo de identificar e remover as subestruturas investigamos qual seria o δ_c (Eq. 2.103) crítico acima do qual uma galáxia i poderia ser considerada parte de alguma subestrutura. Para cada $\delta_i \in \{\delta_1, \dots, \delta_N\}$ removemos todas as galáxias com $\delta > \delta_i$ e calculamos a estatística Δ da amostra remanescente. Como mostrado na Fig. 3.17, $\delta_c \approx 2$ é o limite superior para amostras não subestruturadas de modo que todas as galáxias com δ menor que este valor foram mantidas no que se chamou de “estrutura principal” de A1758N com 105 galáxias e que será objeto de estudo mais detalhado na sequência.

3.4.1 Diferença de velocidade entre A1758NW e A1758NE

Uma informação crucial para caracterizar dinamicamente o *status* do sistema em interação A1758NW&NE é a diferença da velocidade radial entre estes subaglomerados. A

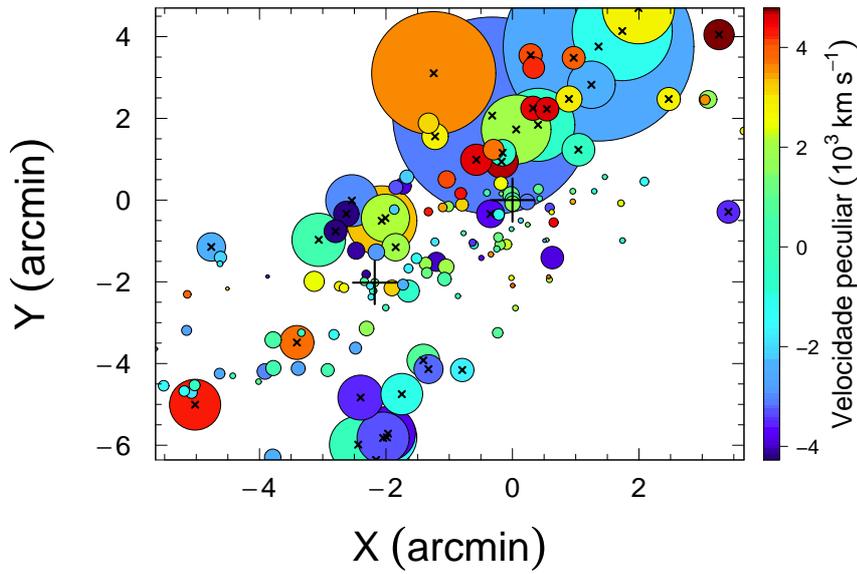


Figura 3.16: Resultado do teste DS. Os círculos indicam a posição das galáxias com seus raios sendo proporcionais a e^{δ_i} no sentido de que quanto maior o círculo mais relevante será a subestrutura. As cores indicam a velocidade peculiar $v_i - \bar{v}$ e os “X” destacam as galáxias classificadas como membro de alguma subestrutura de acordo com nosso critério $\delta_i > 2$ (veja o texto para mais detalhes). As BCGs estão marcadas com “+”.

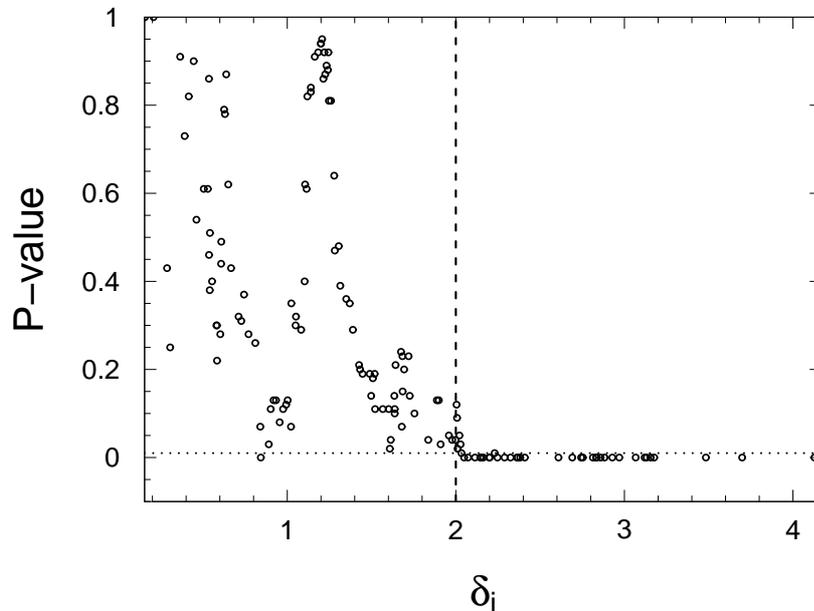


Figura 3.17: P -value (10^4 reamostragens) em função de δ_i (Eq. 2.103). Em cada iteração somente galáxias com $\delta < \delta_i$ eram mantidas na análise. A linha pontilhada mostra o p -value crítico abaixo as sub-amostras apresentam subestruturas. De acordo com o gráfico fica claro que $\delta_c \approx 2$ é o máximo valor para sub-amostras livres de subestruturas.

Tabela 3.6 - Sumário dos testes de normalidade aplicados na amostra de *redshifts* de A1758N.

Tese	<i>p-value</i>
DIP ^{a,d}	0.99
Anderson Darling ^b	0.15
D'agostino ^c	0.99 ^e
Anscombe ^c	0.89 ^f

^a [Maechler \(2015\)](#).

^b [Gross e Ligges \(2012\)](#).

^c [Komsta e Novomestky \(2015\)](#).

^d O teste DIP testa se a amostra é unimodal.

^e A *skewness* medida foi -9×10^{-4} .

^f A curtose medida foi 2.9.

seguir apresentaremos duas abordagens para separar os membros entre as componentes NW e NE, sendo uma delas fazendo uso apenas das velocidades radiais (1D) e outra a partir das posições projetadas.

Inicialmente aplicamos diversos testes de normalidade porém todos eles não descartaram a hipótese nula de que a amostra é uni-modal (DIP) ou Normal (A-D, Shapiro, D'agostino e Anscombe) dentro de um nível de confiança de 99% (Tab. 3.6).

Em uma nova tentativa de detectar indícios de bimodalidade na direção leste-oeste de A1758N testamos dois diferentes métodos de aglomeração que objetivam identificar subgrupos em um conjunto de dados. Estes são o modelo de misturas normais através da maximização da expectativa e o modelo de partição ao redor de medóides (Cap. 2). Estes métodos utilizam diferentes abordagens. O MCLUST se baseia no fato de que a distribuição total é constituída de uma mistura de distribuições normais enquanto que o PAM é um algoritmo de particionamento que busca por subgrupos que minimizam a distância euclidiana, no espaço dos dados, entre o dado e a posição central chamada medóide.

Na Fig. 3.18 percebemos que os dois métodos apresentam resultados semelhantes e nenhum indício de bimodalidade na direção NW-NE é observada. Em particular ambos falham em separar as BCGs as quais consideramos a priori serem representativas de cada uma das subestruturas de A1758N. Como agravante o PAM produz distribuições de velocidade que se assemelham a curvas normais truncadas o que não é esperado mesmo no caso de estruturas em fusão.

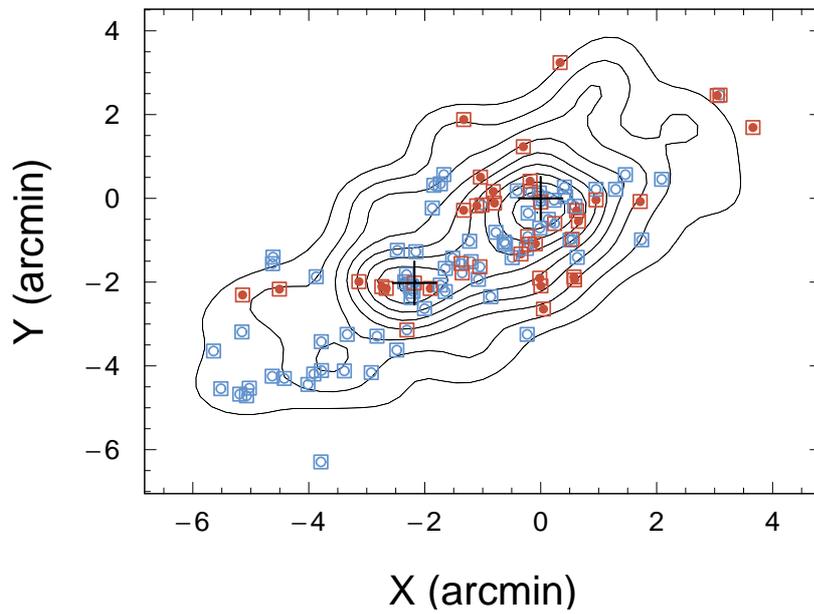


Figura 3.18: Distribuição espacial dos sub-grupos identificados pelo 1D-PAM (*círculos*) e 1D-MCLUST (*quadrados*) sobrepostos aos contornos suavizados da distribuição espacial projetada das galáxias da sequência vermelha (linhas *pretas*, ver Seç. 3.3.1 para maiores detalhes). Em especial os algoritmos 1-D falham em identificar as BCGs (“+”) em diferentes grupos. Ambos os sub-grupos identificadas estão espalhados ao longo do campo e não mostram indícios convincentes de bimodalidade como visto na distribuição espacial. O grupo *azul* possui $\bar{z}_1 \approx 0.276$ enquanto que o segundo tem $\bar{z}_2 \approx 0.286$ de acordo com o PAM e $\bar{z}_2 \approx 0.281$ pelo MCLUST.

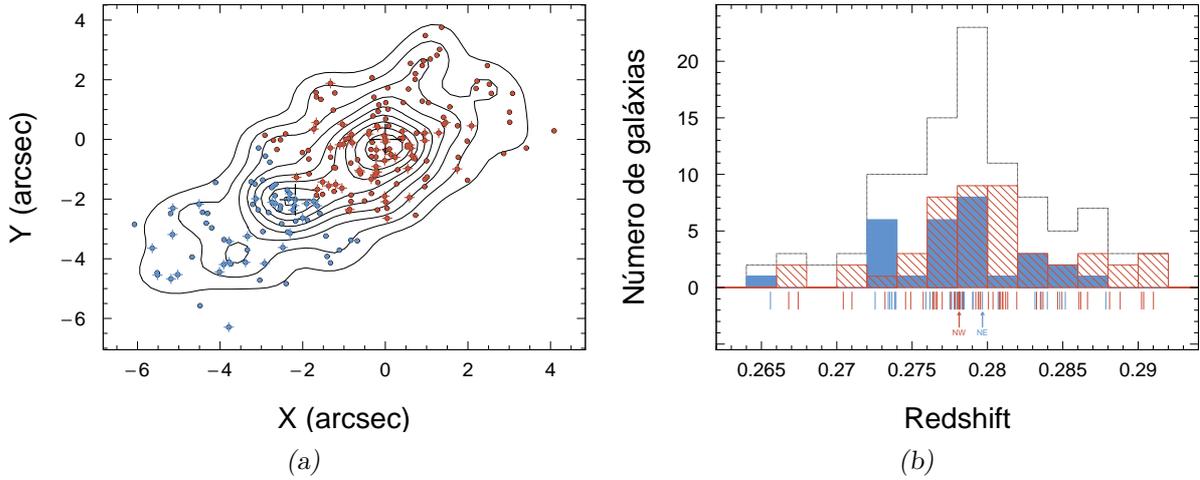


Figura 3.19: *Esquerda:* Distribuição espacial dos grupos identificados pelo 2D-Mclust os quais podemos relacionar às estruturas A1758NW (*azul*) e A1758NE (*vermelho*). Ambos estão sobrepostos aos contornos de densidade espacial das galáxias membro. Os “+” indicam as galáxias com *redshift* disponível sendo que as BCGs estão destacadas em *preto*. *Direita:* Distribuição de *redshifts* dos grupos recuperados, com $\bar{z}_{NE} = 0.2780(7)$, $\sigma_{NE}/(1+z) = 1075$ km s⁻¹ e $\bar{z}_{NW} = 0.2799(6)$, $\sigma_{NW}/(1+z) = 1296$ km s⁻¹. As setas estão indicando o *redshift* das BCGs.

Tendo visto que não se verifica na distribuição de velocidades radiais a mesma bimodalidade NW-NE observada tanto em massa quanto em R-X (Fig. 3.13) voltamos nossas atenções para a distribuição espacial projetada das galáxias membro de A1758N. Nesta amostra estavam incluídas aquelas com confirmação espectroscópica e membros da sequência vermelha mais fracas que $R_C = 22$ (Seç. 3.3.1) na área coberta por nossas máscaras observadas (rever Fig. 3.2). Utilizando a versão 2D dos métodos estatístico, identificamos dois conjuntos que podem ser relacionados às estruturas NE e NW conforme vemos na Fig. 3.19.

A distribuição projetada das galáxias membro (contornos *pretos*) mostra claramente uma separação na direção NW-NE com grupos que podem ser associados aos subaglomerados A1758NW (pontos *vermelhos*) e A1758NE (pontos *azuis*) cada qual com sua respectiva BCG. Para o 2D-MCLUST a melhor estatística é retornada pelo método EEE. Os parâmetros obtidos estão sumarizados na Tab. 3.7 e nos levam a uma diferença em velocidade entre os subaglomerados de $\delta v/(1+z) = 432 \pm 275$ km s⁻¹. O PAM assim como as diferentes parametrizações da matriz de covariância usadas pelo 2D-MCLUST (Cap. 2) retornam resultados compatíveis dentro de 1σ . Análises realizadas apenas para os membros

mais internos (1.3 arcmin de cada BCG) também retornam resultados equivalentes.

Tabela 3.7 - Dinâmica de A1758NW & A1758NE obtidas através do teste 2D-MCLUST.

	A1758NW	A1758NE
\bar{z}	0.2799(6)	0.2780(7)
$\sigma_v/(1+z)$ (km s ⁻¹)	1296	1075

3.5 Análise dinâmica de A1758S

A aplicação do 3σ -clip nos permitiu identificar um conjunto de 27 galáxias com $\bar{z} = 0.274$ e $\sigma_v/(1+z) = 1221$ km s⁻¹. O catálogo completo das galáxias do campo de A1758S podem ser vistas no Apêndice B. O teste DS não encontrou evidências para subestruturas produzindo $\Delta = 38$ com p -value = 0.03 em 10⁵ reamostragens. Aplicando a suíte de testes estatísticos listados na Tab. 3.6 encontramos que tanto a unimodalidade quanto a normalidade não podem ser descartadas dentro de um nível de confiança de 99%. Este último representa uma aparente discordância com o cenário levantado por David e Kempner (2004) no qual A1758S é um sistema bimodal em fusão que acontece não muito distante da linha de visada.

Baseado na conclusão de David e Kempner (2004) investigamos a possibilidade de A1758S ser composto de dois sistemas sobrepostos espacialmente mas com distribuições de velocidades distintas. Foram aplicados os mesmos métodos estatísticos usados em A1758N e os resultados podem ser vistos na Tab. 3.8.

Em geral os testes concordam dentro de 1σ porém o 3D-MCLUST apresenta valores sistematicamente maiores. Escolhemos como fiducial o 1D-MCLUST que apresenta

Tabela 3.8 - Sumário dos testes estatísticos aplicados em A1758S.

	\bar{z}_1	$\frac{\sigma_1}{1+z}$ (km s ⁻¹)	\bar{z}_2	$\frac{\sigma_2}{1+z}$ (km s ⁻¹)
PAM	0.2702(5)	527	0.2783(5)	588
1D-MCLUST	0.2703(5)	565	0.2782(6)	616
3D-MCLUST	0.2713(8)	877	0.2772(8)	877

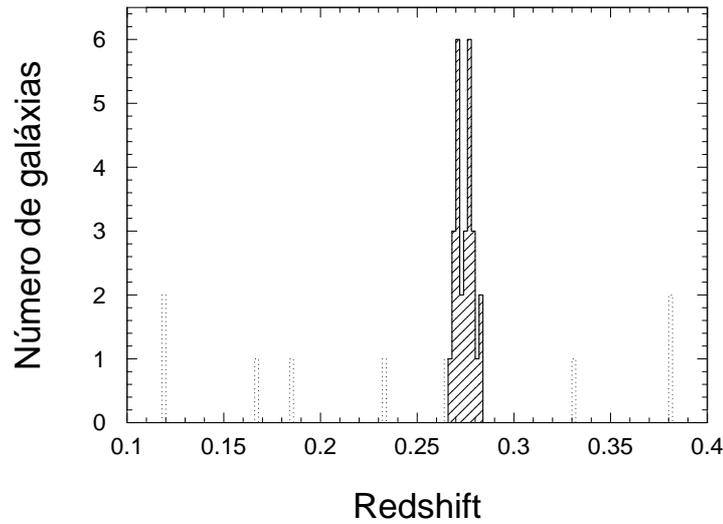


Figura 3.20: *Esquerda:* Distribuição de *redshifts* no campo norte de A1758 destacando as 147 galáxias selecionadas como provável membros (*tracejado*) após o processo de 3σ *clipping*. Quatro galáxias com $z \geq 0.45$ foram excluídas do gráfico para maior clareza. *Direita:* O mesmo para o campo sul onde encontramos 27 membros.

parâmetros do modelo normal (ao contrário do PAM que retorna medidas diretas dos dados) com erros menores que sua contrapartida 3D. A distribuição dos *redshifts* e das galáxias são mostradas na Fig. 3.21.

Nossos resultados apontam uma grande separação das subestruturas na linha de visada $\delta v/(1+z) = 1843 \pm 228 \text{ km s}^{-1}$ condizente com o cenário em que elas se localizam próximas a linha de visada.

3.6 Modelo da dinâmica de dois corpos em A1758N

Tendo feito a caracterização do sistema no instante em que ele é observado, voltamos nossa atenção para a descrição do movimento entre os dois subaglomerados. O modelo da dinâmica de dois corpos apresentado por Dawson (2013) (Cap. 2) nos permite traçar a história do movimento a partir das grandezas observáveis apresentadas na Tab. 3.9.

Com o intuito de restringir o modelo, adotamos um prior para o ângulo de colisão θ baseado no valor da diferença de velocidade na linha de visada, $\delta v/(1+z) = 432 \pm 275 \text{ km s}^{-1}$, e a estimativa da velocidade relativa entre os halos fornecida por David e Kempner (2004). Baseados na medida da descontinuidade presente nos mapas de temperatura e pressão os autores estimaram que os halos estariam se movimentando com no máximo

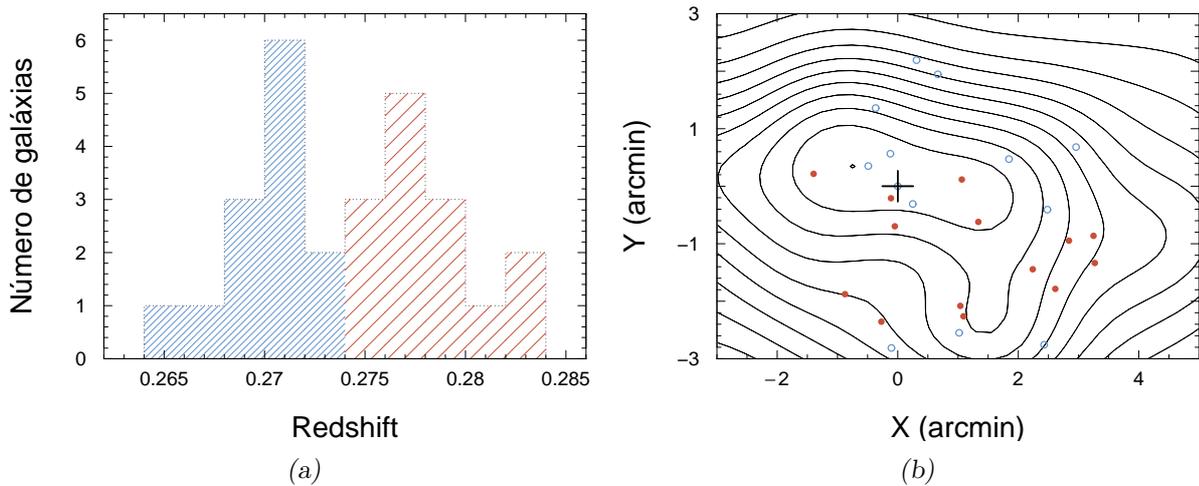


Figura 3.21: *Esquerda:* Histograma dos grupos identificados pelo PAM & MCLUST 1-D. De acordo com este último, o sub-grupo *azul* possui 13 membros com $\bar{z} = 0.2703(5)$ e $\sigma/1+z = 565 \text{ km s}^{-1}$ enquanto que os 14 membros do sub-grupo *vermelho* têm $\bar{z} = 0.2782(6)$ e $\sigma/1+z = 616 \text{ km s}^{-1}$. A diferença de velocidade entre ele é de $\sigma/1+z = 1843 \pm 228 \text{ km s}^{-1}$. *Direita:* Distribuição espacial dos sub-grupos identificados sobrepostos aos contornos de densidade das galáxias da sequência vermelha. A BCG está marcada com “+”.

Tabela 3.9 - Parâmetros de entrada do modelo de dois corpos. A separação espacial projetada d_{proj} corresponde a distância entre os picos de massa.

Parâmetro	Valor	Erro	Unidade
M_{200}^{NW}	7.90	1.89	$10^{14} M_{\odot}$
M_{200}^{NE}	5.49	1.67	$10^{14} M_{\odot}$
z_{NW}	0.2799	0.0006	–
z_{NE}	0.2780	0.0007	–
d_{proj}	737	67	kpc

$v < 1600 \text{ km s}^{-1}$. Considerando que os halos se movimentam a apenas uma fração desta velocidade (e.g. Springel e Farrar, 2007; Machado et al., 2015), consideramos uma distribuição uniforme com $v_{\text{plano}} = 800 \pm 400 \text{ km s}^{-1}$ para a velocidade relativa dos halos. A equação

$$\theta = \arctan\left(\frac{\delta v}{v_{\text{plano}}}\right), \quad (3.9)$$

nos fornece uma estimativa de $\theta = 27^{\circ} \pm 17^{\circ}$, mostrando que o evento está ocorrendo próximo ao plano do céu. Adoramos conservativamente θ uniformemente entre 0 e 45° .

Os resultados do modelo de dois corpos após 2.5×10^5 iterações são apresentados na

Tab. 3.10 sendo que o valor representativo de cada parâmetro é dado por sua mediana. Segundo o modelo, o sistema A1758NW&NE é observado $0.51_{-0.23}^{+0.15}$ Gano após o ponto de máxima aproximação onde a velocidade relativa entre eles era de 2062_{-399}^{+276} km s⁻¹. Atualmente a velocidade relativa é de 1089_{-827}^{+586} km s⁻¹ estando as estruturas separadas por $0.82_{-0.12}^{+0.09}$ Mpc.

Tabela 3.10 - Parâmetros de saída do modelo de dois corpos, sendo θ o ângulo entre o eixo de colisão e o plano do céu, $d_{3D}(t_{obs})$ a distância 3D observada, $d_{3D_{max}}$ a máxima distância de afastamento, $v_{3D}(t_{obs})$ a velocidade 3D relativa observada, $v_{3D}(t_{col})$ a velocidade 3D relativa no ponto de colisão, $v_{3D_{max}}$ a velocidade de queda livre do sistema, TSC_0 o tempo decorrido deste o ponto de colisão no caso de um sistema em afastamento, TSC_1 o tempo decorrido desde a colisão no caso se um sistema em aproximação, T é o período entre duas colisões e P a probabilidade de se observar o sistema.

Parâmetro	Mediana	68 % c.l.
θ grau	23	8 – 34
$d_{3D}(t_{obs})$ (Mpc)	0.82	0.70 – 0.91
$d_{3D_{max}}$ (Mpc)	1.15	0.77 – 1.40
$v_{3D}(t_{obs})$ (km s ⁻¹)	1089	262 – 1675
$v_{3D}(t_{col})$ (km s ⁻¹)	2062	1663 – 2338
$v_{3D_{max}}$ (km s ⁻¹)	3587	3391 – 3817
TSC_0 (Gano)	0.51	0.28 – 0.66
TSC_1 (Gano)	1.52	0.85 – 1.88
T (Gano)	2.06	1.58 – 2.34
P %	50	23 – 79

O sistema de equações do modelo permite duas soluções distintas. Na primeira delas, já citada, as estruturas sem movem em direção ao apogeu do movimento quando estarão separadas de $1.15_{-0.38}^{+0.25}$ Mpc. No segundo caso ambas são vistas após $1.52_{-0.67}^{+0.36}$ Gano a passagem pericêntrica e estão em movimento de aproximação para um novo encontro que ocorrerá $2.06_{-0.48}^{+0.28}$ Gano após o primeiro evento. Como em 96% das realizações TSC_1 é menor que a idade do Universo no *redshift* do aglomerado, o modelo não descarta a possibilidade de que A1758NW&NE estejam sendo vistos em aproximação para um novo encontro.

Na Tab. 3.11 são apresentadas as correlações de Pearson mediadas entre os parâmetros de entrada e saída do modelo. Em geral as grandezas estão fracamente correlacionadas com exceção daquelas intimamente relacionadas e.g. d_{proj} e $d_{3D}(t_{obs})$ ou ainda M_{200}^{NW} e $v_{3D_{max}}$. Na Fig. 3.22 são apresentados os posteriores das grandezas mais relevantes.

Tabela 3.11 - Correlação entre os principais parâmetros de entrada e saída do modelo de dois corpos. A incerteza na correlação é $\sim 2 \times 10^{-3}$

	M_{200}^{NW}	M_{200}^{NE}	z_{NW}	z_{NE}	d_{proj}	θ
$v_{3D}(t_{obs})$	0.044	0.044	0.319	-0.370	-0.012	-0.590
$d_{3D}(t_{obs})$	-0.013	-0.010	0.085	-0.100	0.663	0.717
$v_{3D}(t_{col})$	0.113	0.047	0.302	-0.349	0.154	-0.442
$v_{3D_{max}}$	0.795	0.594	0.010	-0.008	0.000	-0.030
$d_{3D_{max}}$	-0.004	0.001	0.002	-0.004	0.005	-0.007
TSC_0	-0.070	-0.038	-0.302	0.352	0.183	0.669
TSC_1	-0.004	0.001	0.001	-0.002	0.005	-0.003
T	-0.004	0.001	0.001	-0.002	0.005	-0.003
P	0.026	0.009	-0.341	0.400	0.035	0.577

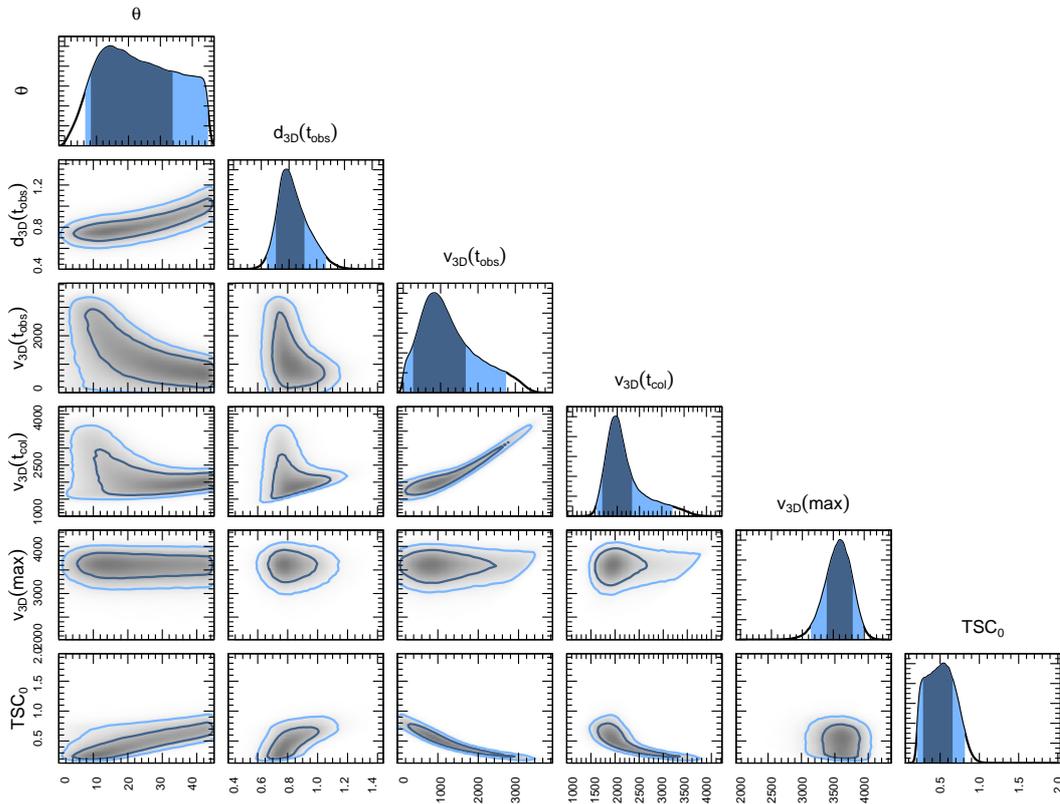


Figura 3.22: Posteriores de θ , $d_{3D}(t_{obs})$, $v_{3D}(t_{obs})$, $v_{3D}(t_{col})$ e TSC_0 marginalizados sobre as demais grandezas e comparados um a um. Temos a indicação do intervalo de confiança de 1σ (azul escuro) e 2σ (azul claro).

3.7 Discussão

3.7.1 A natureza da fusão entre A1758NW e A1758NE

A análise por lentes gravitacionais fracas nos permitiu obter com bastante precisão a massa total $1.30_{-0.15}^{+0.14} \times 10^{15} M_{\odot}$ das estruturas A1758NW&NE com barras de erros relativamente pequenas ($\sim 10\%$ em 68% c.l.). Por outro lado as medidas individuais (veja Fig. 3.10) apontam que A1758NW tem mais massa que A1758NE, com uma probabilidade de $\sim 79\%$. Essa assimetria ajuda a explicar a configuração de “semi-bala” observada, onde a estrutura mais massiva retém seu gás ao contrário do observado no outro membro. Entretanto, como mostrado em nosso trabalho anterior (Machado et al., 2015), a assimetria na distribuição da massa não é o único fator capaz de explicar este cenário que também pode ser causado devido a diferenças na concentração inicial do ICM nos subaglomerados.

No tocante às BCGs ambas são compatíveis com a posição do centro da distribuição de massa dentro de um nível de confiança de 95%. A consequência deste fato é que, dentro da precisão de nossas análises, nossos dados não permitem o teste de modelos que se propõem a quantificar um possível afastamento das galáxias em relação à matéria escura causado pelo eventual caráter auto interagente desta última (e.g. Harvey et al., 2015).

Foi mostrado neste trabalho que o uso do viés de magnificação combinado com a análise baseada na distorção das galáxias de fundo foi responsável por reduzir a incerteza no valor das massas para cerca de 80% daquele fornecido apenas pela análise da distorção. Por outro lado o efeito de magnificação atuou muito fracamente na restrição dos valores dos centros de massa.

Examinando a distribuição de velocidades em A1758N (Fig. 3.15) notamos duas concentrações de galáxias além da região do aglomerado: uma delas com 13 galáxias ao redor de $\bar{z}_{(1)} = 0.328$ com $\sigma_{(1)}/(1+z) = 326 \text{ km s}^{-1}$ e outra com 12 galáxias e $\bar{z}_{(2)} = 0.377$ e $\sigma_{(2)}/(1+z) = 518 \text{ km s}^{-1}$. Ambos os grupos aparecem bastante distantes no espaço de velocidades em relação a A1758N sendo considerados portanto como grupos de fundo que, em princípio, poderiam introduzir um ruído na medida das massas de A1758N. Para estimar a contribuição destas estruturas nos baseamos no fato de que em cenários auto similares a massa de uma região virializada é proporcional a σ^3 (Carlberg et al., 1997); com base em nossos dados verificamos que essas estruturas poderiam contribuir respectivamente com somente $\sim 1\%$ e $\sim 5\%$ da massa total de A1758N, portanto dentro das barras

de incertezas.

Em relação à posição relativa dos subaglomerados no espaço de *redshifts*, a normalidade inicial da amostra é um indício de que as duas estruturas possuem uma pequena separação em relação à linha de visada. De fato, [Pinkney et al. \(1996\)](#) mostraram que os testes unidimensionais são mais sensíveis para identificar subestruturas em sistemas colisionais cujo eixo é mais próximo à linha de visada. Portanto, a impossibilidade de identificar as duas estruturas no espaço de *redshifts* pode ser interpretada com consequência da fusão entre A1758NW & A1758NE estar ocorrendo próxima ao plano do céu.

Neste cenário a inclusão da posição espacial projetada das galáxias para a aplicação de testes 3D poderia, em princípio, ser utilizada. Entretanto, nossa amostra espectroscópica é enviesada no sentido de que o espaçamento necessário das fendas na máscara nos forçou a construir uma amostra bastante homogênea já que é tecnicamente difícil colocar as fendas muito próximas umas das outras. Neste caso a amostra das galáxias vermelhas do aglomerado (Figs. 3.4 e 3.5) foi escolhida por não apresentar nenhum viés a priori em sua distribuição espacial. Este procedimento nos levou a quantificar a velocidade relativa na linha de visada em $\delta v/(1+z) = 432 \pm 275 \text{ km s}^{-1}$ que conjuntamente com a estimativa da velocidade relativa entre os halos vinda da análise em R-X de [David e Kempner \(2004\)](#) nos permitiu estimar o ângulo entre o plano do céu e o eixo de colisão em $\theta = 27^\circ \pm 17^\circ$.

Simulações hidrodinâmicas apresentadas em nosso artigo ([Monteiro-Oliveira et al., 2016](#)) e restringidas a partir das análises aqui apresentadas mostraram que o sistema em colisão é visto cerca de 0.27 Gano após o ponto de máxima aproximação. Este valor é consistente dentro de 95% c.l. com o reportado pelo modelo de interação entre dois corpos de [Dawson \(2013\)](#). Apesar deste modelo também admitir como solução matemática o cenário em que os aglomerados estão se aproximando para uma nova colisão, a observação do deslocamento do gás em A1758NE aponta para o cenário de um sistema pós-colisional. Ademais, simulações hidrodinâmicas apresentadas em [Machado et al. \(2015\)](#) e [Monteiro-Oliveira et al. \(2016\)](#) corroboram o cenário em que A1758NW e A1758NE são vistos logo após a colisão estando portanto se movimentando em direção ao apogeu.

Para quantificar o efeito da colisão na dinâmica do sistema, comparamos a dispersão de velocidades antes e depois do evento. A primeira é diretamente medida a partir dos nossos dados enquanto que a segunda pode ser estimada a partir da análise por lentes fracas assumindo que a massa foi conservada desde o estágio pré-colisional até o momento

da observação. Para isso utilizamos as relações de escala apresentadas em [Biviano et al. \(2006\)](#) e os posteriores das massas individuais (Fig. 3.9). Obtivemos como resultado para a dispersão de velocidades na linha de visada ($\sigma_{\text{visada}} = \sigma_{3D}/\sqrt{3}$) os valores de 1031_{-74}^{+80} km s⁻¹ e 912_{-82}^{+89} km s⁻¹ respectivamente para A1758NW e A1758NE que levam a fatores de incremento, $f \equiv \sigma_{\text{obs}}/\sigma_{\text{pre}}$, de $f_{\text{NW}} = 1.26_{-0.19}^{+0.18}$ e $f_{\text{NE}} = 1.18_{-0.20}^{+0.23}$. Ambos os valores favorecem o cenário de um sistema pós-colisional recente (como podemos ver na Fig. 29 de [Pinkney et al., 1996](#)). Deve-se chamar a atenção também para o fato de que o cenário em que o incremento na dispersão de velocidades é unitário não pode ser descartado dentro de 95% considerando todas as incertezas envolvidas.

3.7.2 Determinação da seção de choque de auto interação da matéria escura

A partir dos nossos resultados da análise por lentes gravitacionais fracas pudemos estimar a densidade média superficial de massa $\bar{\Sigma}_s = 0.172$ g cm⁻² dentro de um raio $R \leq 150$ kpc^[5] em relação ao centro de massa de A1758NE. Usando este valor na Eq. 1.77 obtemos o limite superior para a seção de choque de auto interação da matéria escura de 5.83 cm² g⁻¹. Este limite é similar ao encontrado para o aglomerado Bala ($\sigma/m < 5$ cm² g⁻¹, [Markevitch et al., 2004](#)), o “Baby Bullet” ($\sigma/m < 4$ cm² g⁻¹; [Bradač et al., 2008](#)) e Abell 2744 ($\sigma/m < 3 \pm 1$ cm² g⁻¹, [Merten et al., 2011](#)).

3.7.3 A1758S

As 27 velocidades radiais disponíveis no campo de A1758S mostram uma distribuição unimodal cuja gaussianidade não pode ser descartada dentro de 99% c.l. Por outro lado, devido ao pequeno número de galáxias na amostra, a bimodalidade não pode ser descartada. Procurando por dois grupos espacialmente sobrepostos (como proposto por [David e Kempner, 2004](#)) encontramos um cenário compatível com uma fusão ocorrendo muito próxima à linha de visada já que as estruturas possuem uma grande separação ($\delta v/(1+z) = 1843 \pm 228$ km s⁻¹).

Para obter o ângulo entre o eixo de colisão e o plano do céu utilizamos a estimativa de [David e Kempner \(2004\)](#) para a velocidade relativa entre os halos obtida a partir da medida da descontinuidade na pressão do ICM. Esta velocidade corresponde a 700 ± 100

⁵ Este foi o mesmo raio adotado por [Markevitch et al. \(2004\)](#); [Merten et al. \(2011\)](#); [Bradač et al. \(2008\)](#).

km s⁻¹ ($\sim 50\%$ do valor medido nos dados de R-X seguindo a prescrição de [Springel e Farrar, 2007](#)) o que nos leva a um ângulo de $\theta = 70^\circ \pm 4^\circ$ com relação ao plano do céu.

O aglomerado Abell 2034

4.1 Introdução

O aglomerado Abell 2034 é um sistema de riqueza 2 (Abell, 1958) localizado em $z = 0.113$ (Struble e Rood, 1999). Ele foi exaustivamente observado em R-X pelos satélites ROSAT (David et al., 1999), ASCA (White, 2000), XMM-Newton (Okabe e Umetsu, 2008) e Chandra (Kempner et al., 2003; Owers et al., 2014) cujos dados mostraram tratar-se na verdade de um sistema bimodal formado pelos subaglomerados denominados A2034N e A2034S, respectivamente ao norte e ao sul. O campo de A2034 com a identificação de suas estruturas principais citadas na literatura é apresentado na Fig. 4.1.

Os subaglomerados são identificadas pela presença de sobredensidade de galáxias nas regiões próximas às BCGs S & N ambas separadas por ~ 5 arcmin. Notável em sua morfologia é a unimodalidade da distribuição da emissão em R-X cujo centro está deslocado 80 ± 2 arcsec da BCG S (nossos dados) sugerindo que o sistema como um todo está fora de equilíbrio. Além disso, Kempner et al. (2003) encontraram na direção da BCG N a ~ 3 arcmin da BCG S uma descontinuidade (borda) na distribuição do brilho superficial em R-X que foi classificada como uma frente fria. Nesta região também foi detectada uma alongada emissão difusa em rádio (Kempner e Sarazin, 2001). Todas as evidências acima listadas apontam na direção de que A2034S e A2034N sofreram um processo recente de colisão.

Uma aparente contradição com este cenário pós colisional foi a detecção por White (2000) de uma alta taxa do fluxo de resfriamento (*cooling flow*, $\sim 90 - 580 M_{\odot} \text{ ano}^{-1}$) que é altamente correlacionada com sistemas em equilíbrio. Entretanto esta medida foi revista por Kempner et al. (2003) que encontraram apenas $23_{-20}^{+21} M_{\odot} \text{ ano}^{-1}$ e atribuíram o alto

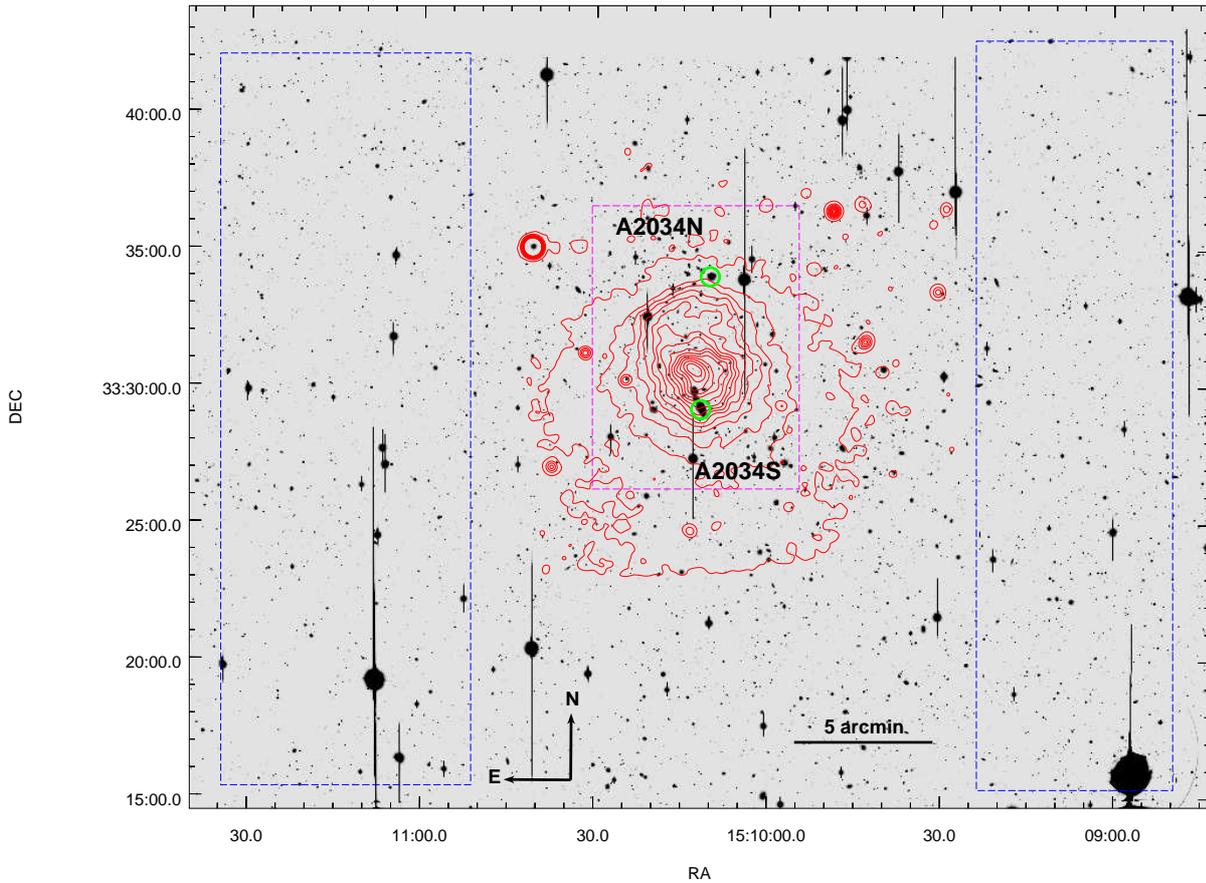


Figura 4.1: Campo do aglomerado de galáxias Abell 2034 com a identificação dos subaglomerados de interesse do nosso estudo e suas respectivas BCGs (círculos *verdes*). Os contornos da emissão em R-X do ICM (em *vermelho*) observados pelo Chandra aparecem sobrepostos à imagem R_C obtida na Subaru Suprime-Cam (mais detalhes sobre as observações são apresentados na Sec. 4.2.1). O retângulo *magenta* destaca a região central de A2034. Nos retângulos *azuis* espera-se que as contagens das galáxias de campo sejam dominantes em relação às do aglomerado. Próximo a BCG N se encontra a descontinuidade na distribuição de R-X que (Owers et al., 2014) argumentam ser uma frente de choque. Ao sul da BCG S, nota-se um excesso na emissão em R-X.

valor encontrado anteriormente a medidas enviesadas tanto pela frente fria quanto pelo gás frio encontrado na região com excesso de emissão no extremo sul do sistema.

O chamado excesso de emissão em R-X ao sul do campo é formado por um gás mais frio que o encontrado na região dos subaglomerados A2034S&N. Kempner et al. (2003) argumentam que sua temperatura é baixa o suficiente para ser atribuída a um gás pós-colisional. Eles especularam que esta distribuição seja devida à presença de um aglomerado de fundo provavelmente em $0.30 < z < 1.25$ conforme previsto pela relação $L_X - T$. Para o aglomerado como um todo, David et al. (1999) encontraram $L_{[0.5-2\text{keV}]} = 5.2 \times 10^{44}$ erg

Tabela 4.1 - Compilação das estimativas de massa para A2034

M_{200} ($10^{14} M_{\odot} h_{70}^{-1}$)	Método	Referência
5.00 ± 0.03	Cáustica	Geller et al. (2013)
11 ± 4	Cáustica	Owers et al. (2014)
$4.30_{-2.40}^{+4.00}$	LGF ^[*] -NFW	Le Delliou et al. (2015) ^[♣]
$3.54_{-1.26}^{+0.95}$	LGF - NFW	Este trabalho (Seç. 4.3.3)

* Lentes gravitacionais fracas.

♣ Baseado em $M_{vir} = 7.17 \pm 4.3 \times 10^{14} M_{\odot} h_{70}^{-1}$ obtido por Okabe e Umetsu (2008)

s^{-1} e a luminosidade bolométrica em R-X de $2.2 \times 10^{45} \text{ erg s}^{-1}$.

Baseado em dados do VLA em 1.4 GHz Giovannini et al. (2009) confirmaram a existência da emissão em rádio difusa identificada por David et al. (1999). Entretanto, van Weeren et al. (2011) questionam a classificação desta fonte difusa já que ela não apresenta clara correlação com a distribuição em R-X e sugerem que na verdade se trata de um *radio relic*, deixando em aberto sua classificação. Além disso os autores reportam a detecção de *radio relic* compacto ($\sim 220 \times 75 \text{ kpc}$) a oeste no campo (α : 15h09m40s, δ : 33d31m00s) porém sem apresentar contrapartida ótica. Não é claro se ele teria se originado de uma fonte compacta próxima ou de um choque, como sugere seu índice espectral.

Okabe e Umetsu (2008) realizaram a reconstrução da distribuição da massa total no campo através técnica de lentes gravitacionais fracas usando imagens R_C e g' (respectivamente com 2880 e 720 segundos de integração) do telescópio Subaru e encontram um cenário mais complexo que aquele revelado pelas observações em R-X. São encontradas as contrapartidas em massa das estruturas A2034S e A2034N (logo ao norte da frente fria) além de algumas outras localizadas na parte oeste do campo. Sem dados espectroscópicos, Okabe e Umetsu (2008) especulam que estas seriam estruturas de fundo e que A2034 faria parte de uma estrutura filamentar. Também é encontrada uma concentração de massa ao sul da BCG S correspondendo à região com excesso em R-X. Uma compilação dos valores da massa total de A2034 encontrados na literatura pode ser vista na Tab. 4.1.

Fazendo uso de imagens profundas (250 ks) do Chandra e dados de velocidades radiais das galáxias membro Owers et al. (2014) argumentam que A2034 é um sistema pós colisional cujo eixo de colisão coincide com a direção N-S. Sua análise revela que os dados

provenientes da região de borda da distribuição em R-X são inconsistentes com uma frente fria e são, na verdade, uma frente de choque que se desloca a uma velocidade $v_{\text{choque}} \simeq 2057$ km s⁻¹. O gás de A2034N teria sido arrancado devido a colisão ocorrida há cerca de 0.3 Gano. Combinando a diferença entre as velocidades radiais das BCGS com v_{choque} eles estimaram que a colisão tenha acontecido a cerca de $\sim 23^\circ$ do plano do céu. A morfologia da distribuição em R-X indicaria ainda que o encontro se deu com baixo parâmetro de impacto. Os autores também notam a ausência de galáxias em imagens profundas do SDSS indicando que a ideia da existência de uma estrutura na região do excesso em R-X pode estar incorreta. Em sua interpretação, este excesso seria constituído pelo gás perdido por A2034N durante sua passagem por A2034S. Com relação à distribuição espacial das galáxias com *redshift* medido, são encontradas duas subestruturas relacionadas ao sistema principal A2034S&N e associadas a estruturas em massa detectadas por [Okabe e Umetsu \(2008\)](#). Contudo, nenhuma subestrutura relevante é detectada na parte oeste do campo.

Neste trabalho pretendemos investigar e quantificar a distribuição de massa na região de A2034 além de estudar seu estado dinâmico com o intuito de caracterizar os subaglomerados em colisão A2034S & A2034N. Também pretendemos averiguar a relação do sistema em colisão com as estruturas em massa vizinhas (previamente detectadas por [Okabe e Umetsu, 2008](#)) cuja pertinência (se membro ou de campo) desconhecemos. Para atingir nossos objetivos utilizamos imagens profundas nas bandas B , R_C e z' obtidas no telescópio Subaru além de dados de *redshifts* observados no telescópio Gemini/N complementados com catálogos disponíveis na literatura que serão descritos na [Seç. 4.2](#). A análise por lentes gravitacionais fracas bem como a análise dinâmica aparecem respectivamente na [Seç. 4.3](#) e [Seç. 4.4](#). Baseado nos resultados de ambas a modelo do sistema de dois corpos de A2034 é mostrado na [Seç. 4.5](#). Por fim faremos uma discussão do cenário encontrado na [Seç. 4.6](#).

Adotaremos aqui a seguinte cosmologia: $\Omega_m = 0.27$, $\Omega_\Lambda = 0.73$ e $H_0 = 70$ km s⁻¹ Mpc⁻¹. No *redshift* médio do aglomerado $z = 0.113$ temos 1 arcsec = 2.06 kpc enquanto que a idade do Universo é igual a 12.41 Gano e a distância de diâmetro angular vale 424.6 Mpc.

Tabela 4.2 - Características das observações do campo de A2034

Banda	Tempo de exposição (h)	Seeing (arcsec)	Completeza ^[1]
<i>B</i>	1.50	0.98	26.6
<i>R_C</i>	2.78	1.21	26.5
<i>z'</i>	1.02	0.91	25.6

¹ Estimada por comparação da nossa amostra com o *Subaru Deep Field* (Kashikawa et al., 2004)

4.2 Dados

4.2.1 Descrição das imagens e confecção dos catálogos fotométricos

As observações de A2034 nas bandas *B*, *R_C* e *z'* foram feitas com a Suprime-Cam do telescópio Subaru dentro do mesmo projeto que englobou as observações do aglomerado A1758. Portanto a redução dos dados seguiu o mesmo procedimento apresentado na Cap. 3 e detalhadamente descrito em Monteiro-Oliveira (2011). As características da imagens são apresentadas na Tab. 4.2.

Os catálogos fotométricos foram construídos através do modo duplo do SEXTRACTOR tendo *R_C* como banda de detecção, a mais profunda em nossa amostra. A escolha desta se deu após compararmos o erros nas elipticidades σ_{e_1} e σ_{e_2} medidos pelo IM2SHAPE nas mesmas galáxias de fundo detectadas nas bandas *R_C* e *z'*, esta última com menor seeing. Após aplicação do 3σ -clip para remoção de dados espúrios, encontramos as razões

$$\frac{\sigma_{e_1}(R_C)}{\sigma_{e_1}(z')} = 0.66^{+0.16}_{-0.40} \quad \text{e} \quad \frac{\sigma_{e_2}(R_C)}{\sigma_{e_2}(z')} = 0.65^{+0.16}_{-0.40},$$

que mostram que a banda *R_C* fornece comparativamente menores incertezas.

As galáxias mais fracas ($19 \leq R_C \leq 26.5$) foram selecionadas a partir do limite inferior $\text{FWHM} > 1.45$ arcsec enquanto que para as galáxias mais brilhantes foi considerado como critério o índice $\text{CLASS_STAR} < 0.8$ perfazendo um total 70040 galáxias.

4.2.2 Espectroscopia

Para o estudo da dinâmica de A2034 fomos contemplados em 2013A com 3.5 horas de observação no telescópio Gemini-N/GMOS (programa GN-2013A-Q-56) que nos permitiram a observação de três máscaras no campo de A2034. Duas delas estavam localizadas nos

subaglomerados principais A2034S e A2034N enquanto que a terceira cobria uma região na direção oeste do campo onde Okabe e Umetsu (2008) detectaram concentrações de massa cuja pertinência ao sistema A2034 será investigada neste trabalho (vide Fig. 4.2).

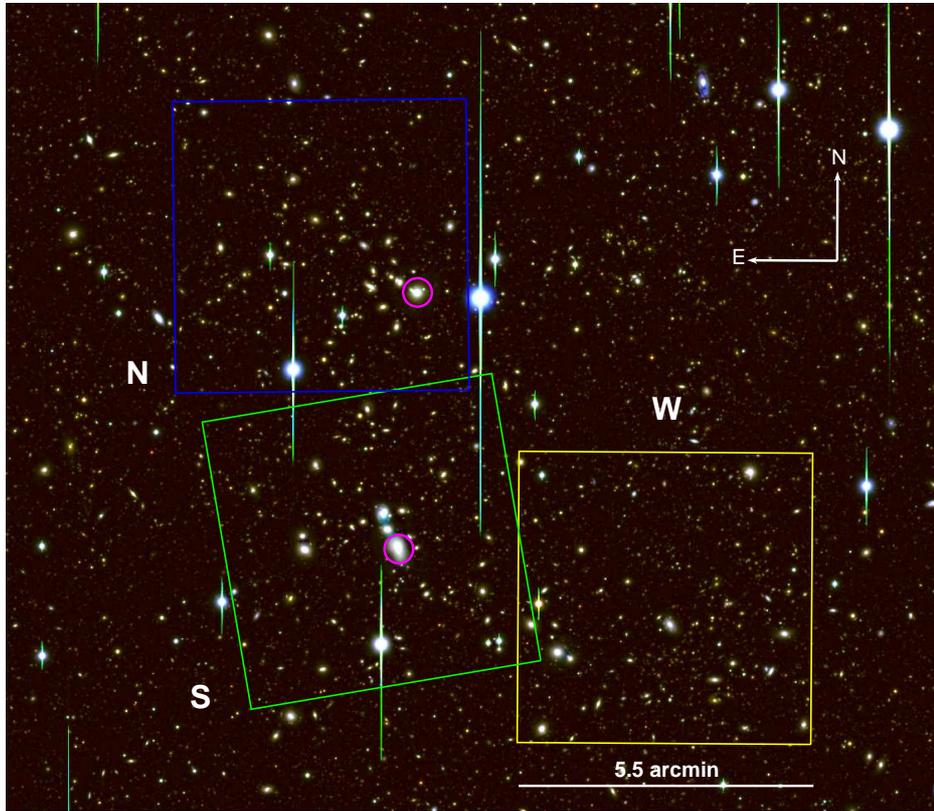


Figura 4.2: Combinação das imagens $B + R_C + z'$ mostrando a localização das máscaras (5.5 arcmin^2 cada) no campo de A2034. As máscaras N (azul) e S (verde) estão cobrindo a estrutura principal do aglomerado enquanto que a W (amarela) compreende a região onde identificamos uma concentração de galáxias da sequência vermelha (Seç. 4.3.1) e Okabe e Umetsu (2008) mediram estruturas em massa. Os círculos magenta representam as BCGs.

Tanto as especificações técnicas quanto o processo de redução dos espectros foram idênticos àqueles empregadas no caso de A1758 (Cap. 3) com exceção dos comprimentos de onda centrais $\lambda_{cen} = 670, 680$ e 690 nm . Deste modo remetemos o leitor novamente à Seç. 3.2.2 para uma completa explanação sobre o tema. Ao final, das 119 galáxias observadas, foi possível identificar o *redshift* de 91 delas.

O campo de A2034 também contava com dados disponíveis na literatura. Uma pesquisa na base de dados do NED encontrou outras 95 galáxias espalhadas pela imagem sendo que 4 delas eram comuns ao nosso catálogo do Gemini. Como o resíduo entre as diferentes medidas do *redshift* eram compatíveis com zero, adotamos como fidúciais nossas medidas.

Deste modo o catálogo final de A2034 contém informação dos *redshifts* espectroscópicos de 182 galáxias (veja Apêndice C).

4.3 Análise por lentes gravitacionais fracas

4.3.1 Identificação da posição relativa das galáxias

A determinação do *locus* ocupado pelas galáxias da sequência vermelha do aglomerado no espaço de cores foi feita através da subtração estatística da densidade de galáxias no espaço de cores $R_C - z' \times B - R_C$ considerando aquelas localizadas em duas regiões distintas da imagem de A2034 (rever Fig. 4.1): a região *magenta* compreende a parte central de A2034 onde esperamos haver predominância das galáxias membro enquanto que as regiões *azuis* estão suficientemente afastadas de modo que a contribuição das galáxias do aglomerado seja menor^[1]. Esta conjectura é corroborada pela Fig. 4.3 que mostra um excesso de objetos brilhantes na região central em comparação com a periferia da imagem. Deste modo adotamos $R_C = 22.5$ como limite fraco de magnitudes das galáxias da sequência vermelha de A2034.

Foram identificadas 990 galáxias com propriedades fotométricas consistentes com a de uma sequência vermelha cuja posição no diagrama cor/magnitude é mostrada na Fig. 4.4.

Através do método do campo de densidades Silverman (1986) calculamos tanto a distribuição espacial das galáxias quanto de sua luminosidade. Neste método a imagem é dividida em células de tamanho l ($l = 5$ arcsec em nosso caso) onde é feito o cálculo da densidade de acordo com a equação

$$D(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N K(\vec{r} - \vec{r}_i, \sigma) L_i W_i. \quad (4.1)$$

$D(\vec{r})$ representa a somatória da luminosidade L_i ou da densidade espacial projetada ($L_i = 1$ neste caso) dos N objetos distantes de um raio r ($r \leq \sigma$) do centro do *bin* e ponderada pelo fator W_i que é equivalente ao inverso da função de seleção^[2] e multiplicada pelo *kernel* de

¹ A densidade de galáxias no espaço de cores é dada pela razão entre o número de galáxias num dado *bin* normalizada pela área da região de onde ela provem (campo ou centro). A subtração estatística é feita então como $\Sigma = \Sigma_{\text{centro}} - \Sigma_{\text{campo}}$

² No nosso caso consideramos estar trabalhando com uma amostra completa de modo que $W = 1$.

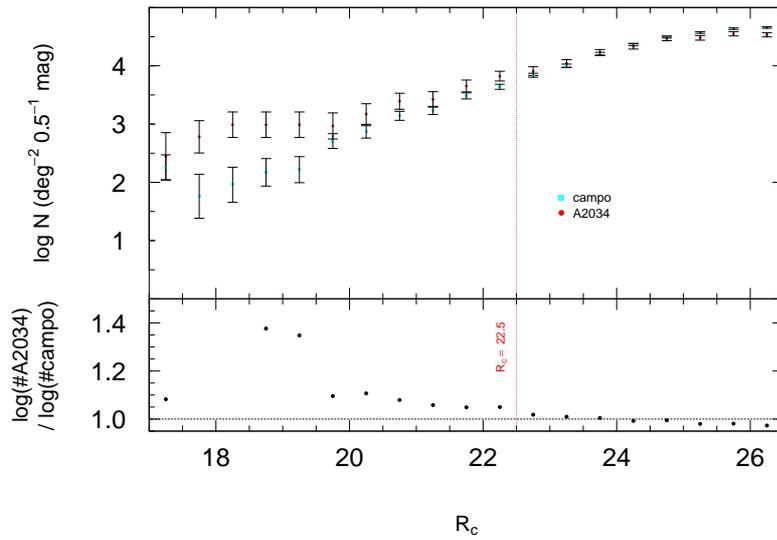


Figura 4.3: Comparação entre o logaritmo das contagens nas duas regiões do campo (retângulos *azuis* na Fig. 4.1) e na região do aglomerado (área *magenta* na mesma figura). As galáxias do aglomerado predominam até $R_C = 22.5$ que foi considerado o limite fraco para detecção das galáxias da sequência vermelha (linha *vermelha*).

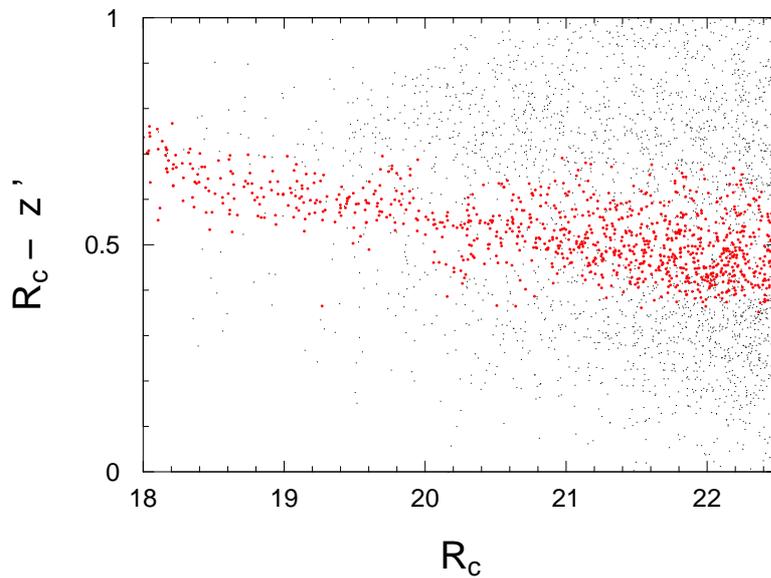


Figura 4.4: Relação cor $R_C - z'$ versus magnitude R_C das galáxias de A2034 com destaque para as 990 galáxias identificadas como membro da sequência vermelha até o limite fraco de $R_C = 22.5$.

Epanechnikov,

$$K(\vec{r} - \vec{r}_i, \sigma) = \begin{cases} \frac{3}{4} \left[1 - \left(\frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{\sigma} \right)^2 \right], & \vec{r} - \vec{r}_i \leq \sigma \\ 0, & \vec{r} - \vec{r}_i > \sigma. \end{cases} \quad (4.2)$$

No nosso caso, usamos $\sigma = 130$ arcmin.

A distribuição espacial projetada e de luminosidade das galáxias da sequência vermelha são apresentadas respectivamente nas Figs. 4.5 e 4.6. Em ambas notamos três estruturas principais: enquanto duas delas estão relacionadas às BCGs a terceira está mais a oeste e aparentemente sem a presença de uma galáxia brilhante central. Tanto a análise por lentes gravitacionais fracas quando a dinâmica irão nos permitir investigar a relação desta última com o sistema em fusão A2034S&N. Baseado nos mapas, foi definida uma região retangular de interesse para a análise por lentes fracas com 17×21.5 arcmin.

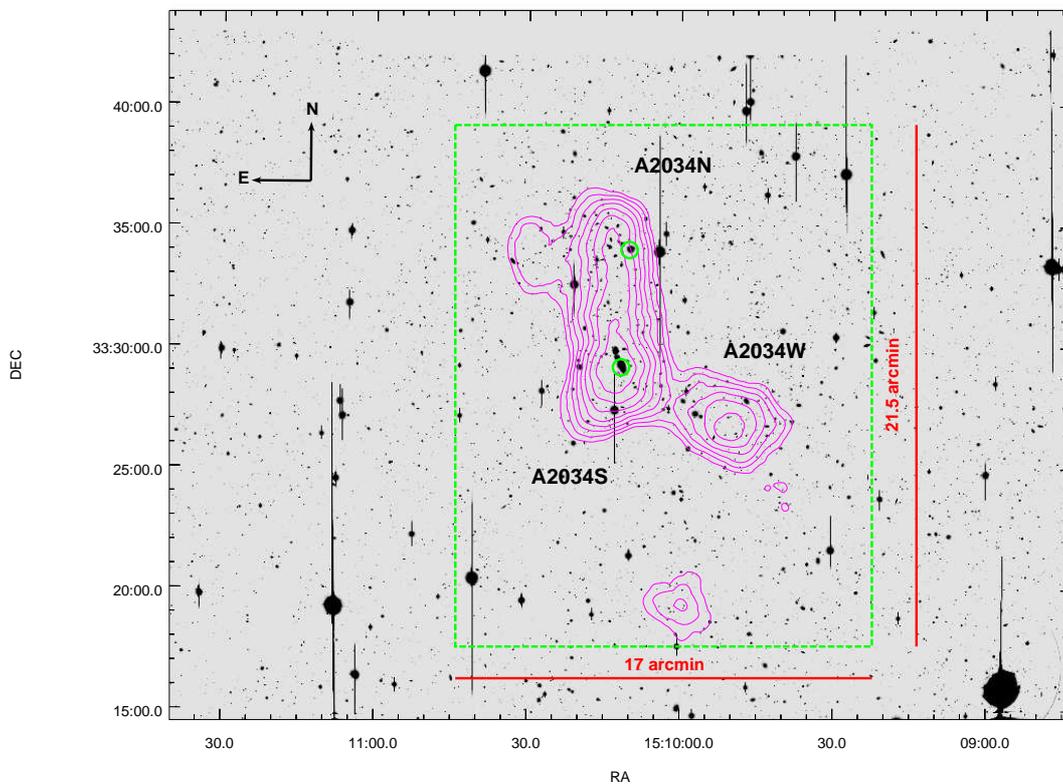


Figura 4.5: Contornos logarítmicos da densidade espacial projetada das galáxias da sequência vermelha de A2034. Além da estrutura principal A2034S&N relacionadas às BCGs (círculos verdes) nota-se uma concentração de galáxias a qual convençionamos chamar A2034W e cuja pertinência ao sistema A2034 será investigada através das análises por lentes gravitacionais fracas e dinâmica. O retângulo verde delimita a área que será utilizada na análise por lentes gravitacionais fracas.

Tendo encontrado as galáxias membro de A2034 voltamos nossa atenção para identificação das galáxias de frente e de fundo ao aglomerado que se encontram homogeneamente espalhadas pela imagem. Para contornar este problema recorreremos novamente ao trabalho

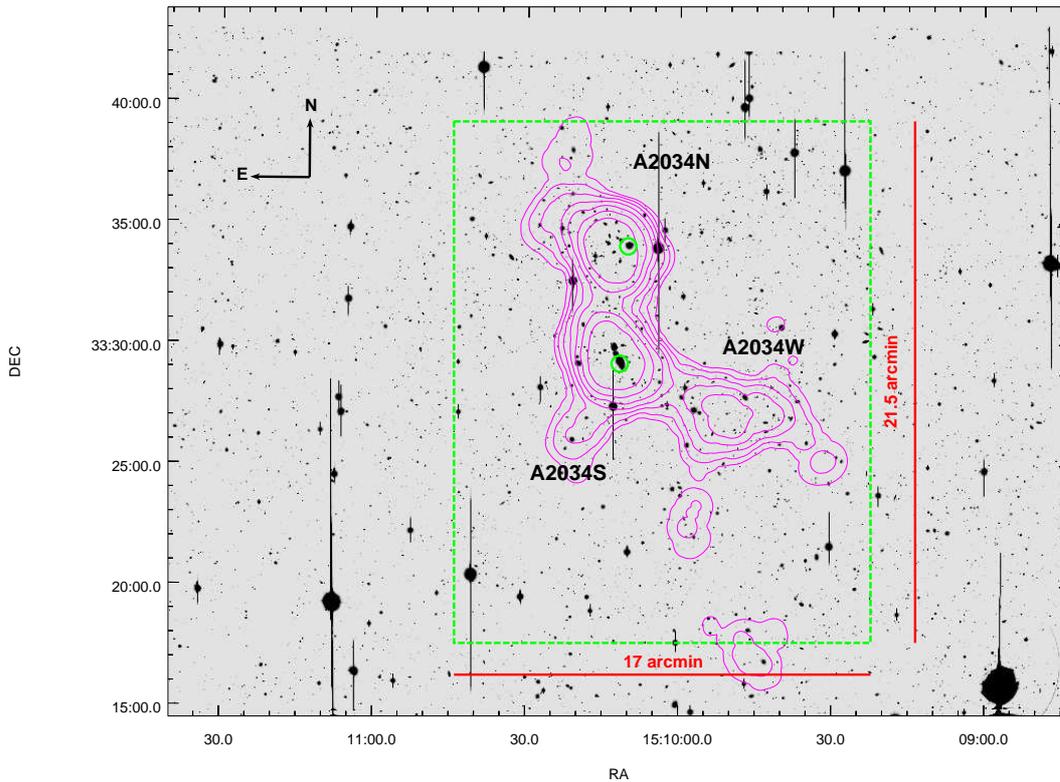


Figura 4.6: Contornos logarítmicos da distribuição da luminosidade em R_C . Assim como o mapa de densidade, ele apresenta uma estrutura claramente trimodal.

de Medezinski et al. (2010) já citado durante a análise de A1758 (Seç. 3.3.1). Na Fig. 4.7 apresentamos os *loci* ocupados pelas galáxias de fundo azuis (região *ciano* à esquerda), vermelhas (região *roxa* à direita) e onde predominam as galáxias de frente (concentração central *amarela*).

4.3.2 Medida da distorção na imagem das galáxias de fundo

A medida da PSF na imagem de A2034 foi realizada pelo IM2SHAPE a partir de estrelas não saturadas selecionadas segundo os critérios $18.5 \leq R_C \leq 22.5$ e $0.9 \leq \text{FWHM} \leq 1.07$ arcsec. Assim como no aglomerado A1758 a interpolação das elipticidades e_1 e e_2 foi feita com a rotina TPS de modo iterativo removendo por três vezes os dados com os 10% piores resíduos. Na Fig. 4.8 são mostrados os resultados desta interpolação que foi bem sucedida na medida em que produziu suaves transições entre as diferentes curvas de nível.

A Fig. 4.9 mostra outro indicador da boa qualidade na medida da PSF nas estrelas,

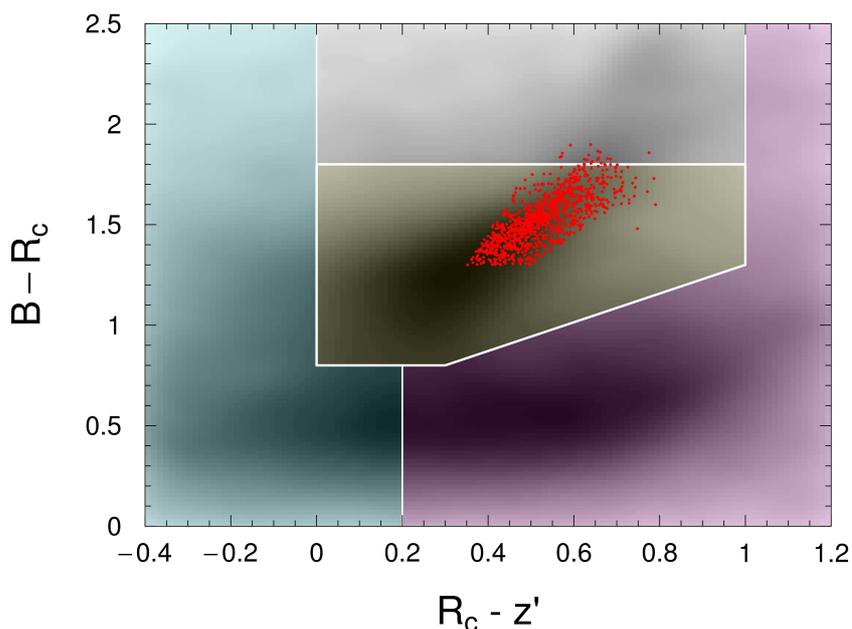


Figura 4.7: Diagrama de cores $B - R_C$ vs. $R_C - z'$ das galáxias de A2034 (em escala de cinza) com a identificação dos *loci* ocupadas pelas galáxias de frente (sobredensidade central amarela) e as galáxias de fundo azuis (região ciano à esquerda) e vermelhas (região roxa à direita) ambas selecionadas a partir de $R_C > 22.5$. As galáxias da sequência vermelha estão identificadas como pontos vermelhos.

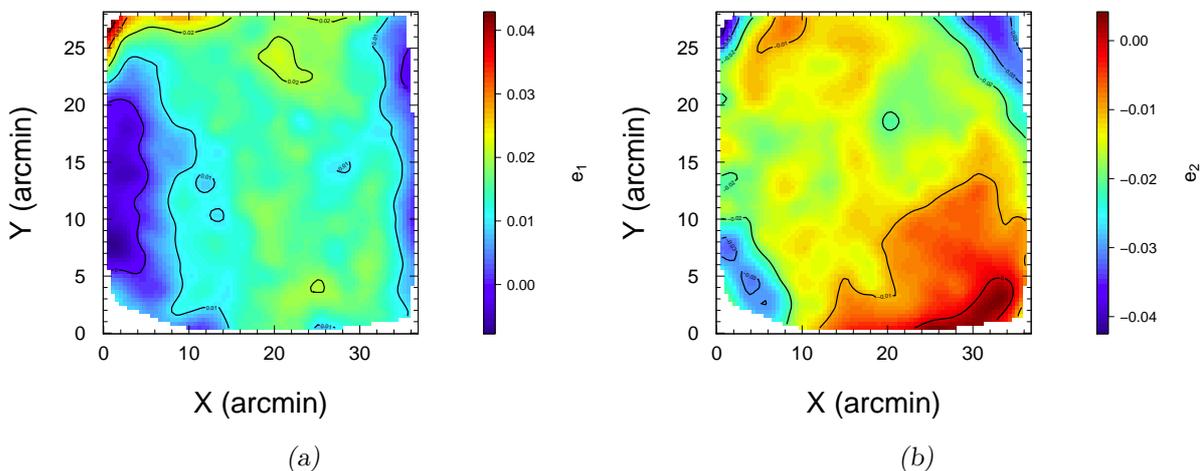


Figura 4.8: Resultado da interpolação de e_1 (a) e e_2 (b) feita pela rotina TPS. Os resultados mostram que apesar do gradiente de valores a interpolação produziu transições suaves entre as curvas de nível.

o resíduo consistente com zero entre as elipticidades modeladas e aquelas medidas diretamente nas estrelas. Já na Fig. 4.10 podemos notar o efeito do processo de *clipping* dos

dados espúrios na medida da PSF.

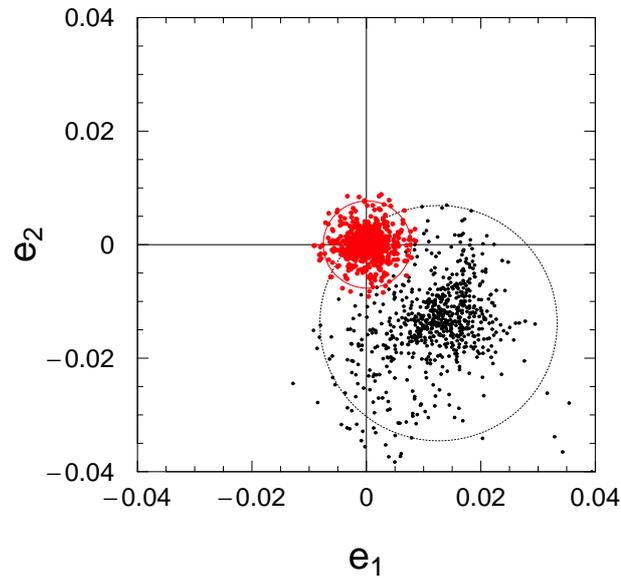


Figura 4.9: PSF medida a partir das estrelas selecionadas. Inicialmente encontramos e_1 $\langle e_1 \rangle = 0.012$ e $\sigma_{e_1} = 0.011$ enquanto que e_2 apresentou $\langle e_2 \rangle = -0.013$ e $\sigma_{e_2} = 0.012$. Note que caso não houvesse a atuação da PSF esperaríamos encontrar $\langle e_1^* \rangle = \langle e_2^* \rangle = 0$. Em *vermelho* apresentamos os resíduos da interpolação da PSF onde encontramos tanto para e_1 quanto e_2 a média de $\langle \text{res} \rangle = 0$ e desvio padrão $\sigma_{\text{res}} = 0.003$. Os círculos representam 95% dos dados.

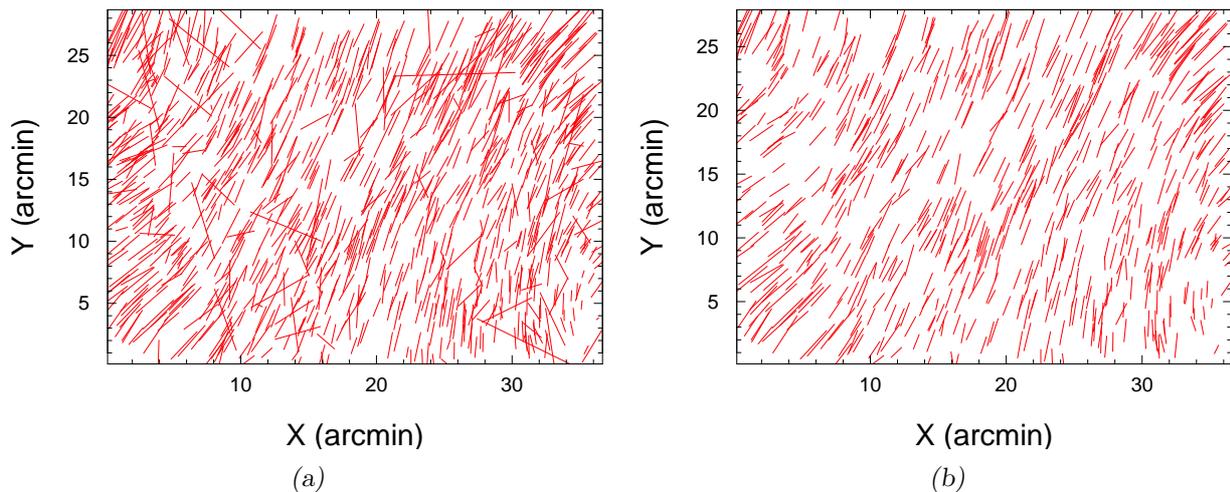


Figura 4.10: (a) Distribuição espacial de e_1 e e_2 das 1033 estrelas inicialmente selecionadas. (b) PSF das 696 restantes após o processo de *clipping*. Os segmentos de reta tem comprimento proporcional a $e = (e_1^2 + e_2^2)^{1/2}$ e inclinação de $\theta = 0.5 \times \arctan(e_2/e_1)$.

De posse da quantificação da PSF ao longo de todo o campo, este valor foi deconvoluído pelo IM2SHAPE das galáxias de fundo azuis e vermelhas para medir suas elipticidades já livres deste efeito. Aqui novamente adotamos os mesmos critérios para remoção de dados espúrios adotados na análise de A1758 (Seç. 3.3.2). Ao final, nossa amostra de galáxias de fundo para análise por lentes gravitacionais fracas é composta por 26800 objetos provendo uma densidade superficial de 28 galáxias arcmin².

A densidade crítica superficial da lente Σ_{cr} (Eq. 2.43) foi obtida aplicando-se à amostra do COSMOS (vide Seç. 3.3.2) os mesmos cortes em cores e magnitude aplicados na seleção das galáxias de fundo (Fig. 4.7). Deste processo resultou-se $\Sigma_{cr} = 4.75(3) \times 10^9 M_{\odot} \text{ kpc}^{-2}$.

4.3.3 Reconstrução da distribuição de massa

Numa primeira investigação, foi feito o mapeamento da razão sinal/ruído (S/R) baseado no método de estatística de massa de abertura (Cap. 2) na região de interesse para a reconstrução de massa (retângulos *verdes* nas Figs. 4.5 e 4.6). Esta região foi dividida em 100×100 *bins* (~ 132 arcsec² cada) sendo que foram consideradas as galáxias contidas dentro de um raio de 13 arcmin a partir do centro de cada *bin* seguindo a prescrição de [Hetterscheidt et al. \(2005\)](#) para maximização da detecção de estruturas no *redshift* de A2034 (Tab. 2.1). O mapa obtido é apresentado na Fig. 4.11.

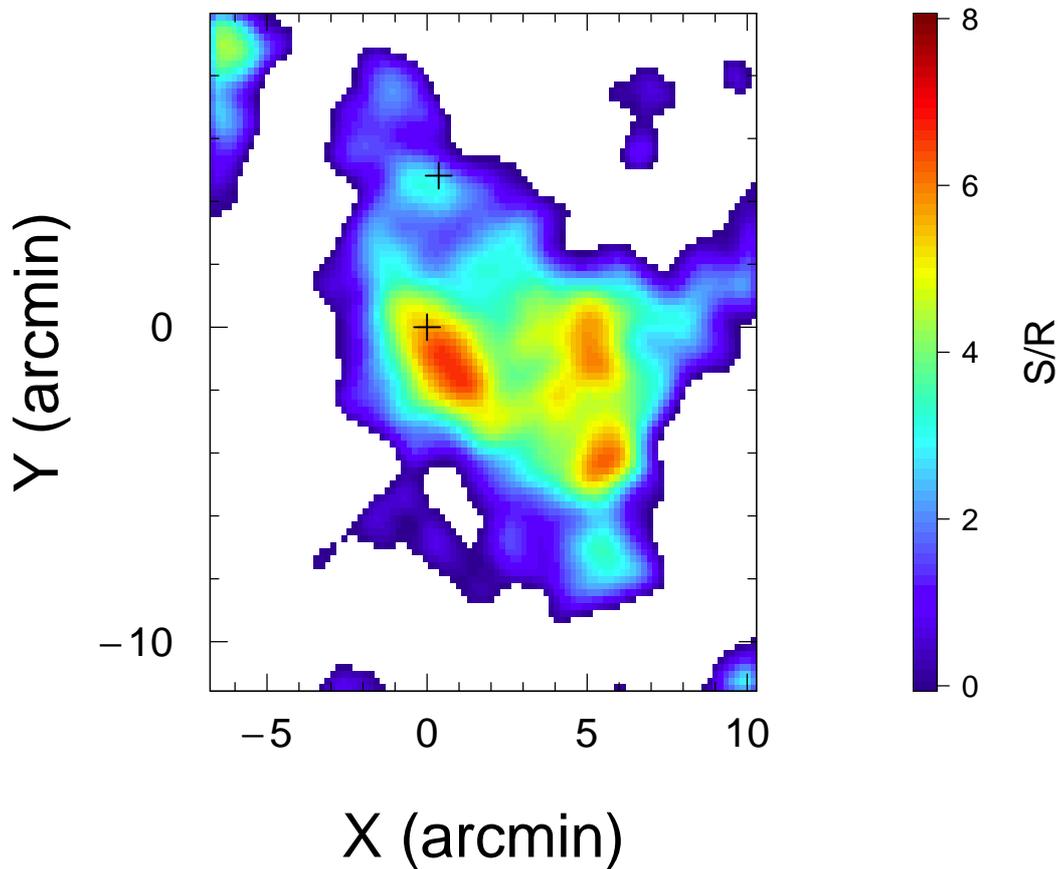


Figura 4.11: Mapa de S/R na região de interesse do campo de A2034 obtido através da estatística de massa de abertura. Os sinais “+” indicam a posição das BCGs. Ambas estão relacionadas à estruturas mensuráveis sendo que a BCG S está relacionada a uma região de alto S/R. Chama a atenção a presença de outras duas estruturas na parte direita da figura com relevante S/R bem como outras menos destacadas.

Diferentemente do cenário trimodal reportado pelas Figs. 4.5 e 4.6 nota-se que além dos subaglomerados A2034S e A2034N, que estão relacionados às respectivas BCGs, há algumas outras espalhadas pelo campo e com relevante S/N. Esta configuração se mantém inclusive quando são feitos novos mapas a partir de subamostras onde se aplica o corte das galáxias mais fracas (e.g. $R_{C_{\max}} \in \{26, 25, 25.5, 24\}$) no intuito de se aumentar o contraste entre as estruturas conhecidas de A2034 e aquelas de fundo porventura localizadas em mais alto *redshift*. Entretanto, independentemente do corte, a posição das regiões de maior S/R não se altera muito.

A reconstrução da distribuição da massa foi realizada a partir do programa LENSENT2 (Cap. 2). As galáxias de fundo localizadas ao longo de toda a imagem foram consideradas em um *grid* de 512×512 pixels e suavizadas por um filtro gaussiano de 140 arcsec o qual apresentou o melhor compromisso entre sinal e o ruído. O mapa da distribuição da massa na região de interesse é apresentado na Fig. 4.12.

O que se nota na Fig. 4.12 é uma grande semelhança com o mapa de S/R anterior. Em relação ao subaglomerado A2034S ele tem aparência mais alongada em comparação com as demais. Por sua vez, A2034N aparece próximo a uma outra estrutura localizada um pouco mais próxima da borda da região. Visualmente identificamos mais cinco concentrações de massa sendo três delas localizadas à direta (direção oeste) do sistema A2034S&N.

4.3.4 Modelagem das lentes

O passo inicial para a medida das estruturas em massa é sua identificação quantitativa. Nosso algoritmo buscou pelos máximos locais tendo como base janelas com $R \approx 1.5$ arcmin (valor que se mostrou adequado às dimensões das estruturas medidas inicialmente). Após a identificação do ponto de máximo local, a posição do pico era calculada a partir da intensidade média ponderada dos pixels dentro da janela pré-definida. As oito estruturas identificadas são mostradas na Fig. 4.13.

Para a medida individual das massas modelamos conjuntamente as concentrações identificadas usando oito perfis NFW. O cisalhamento cartesiano efetivo é dado pela soma das contribuições individuais tangenciais g_t já transformadas pelo *kernel* da Eq. 3.1,

$$g_i = \sum_{k=1}^8 g_i^k, \quad (4.3)$$

onde $i \in \{1, 2\}$.

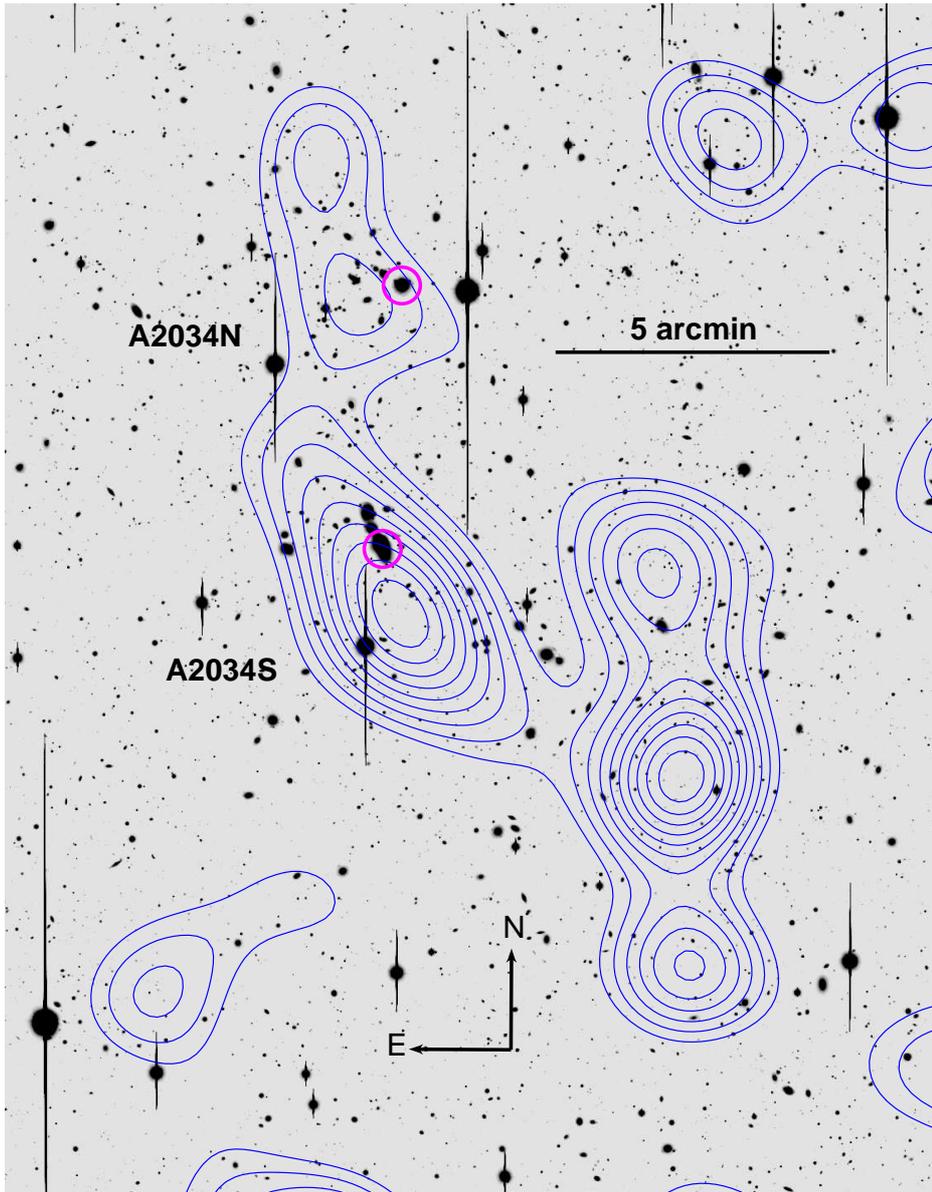


Figura 4.12: Mapa da distribuição de massa na região de A2034 obtido pelo LENSENT2 sobreposto à parte central da imagem R_C . Os contornos em azul representam $\kappa \in [0.05 : 0.15]$ em intervalos de 0.01. Os subaglomerados A2034S & A2034N foram identificadas como sendo aquelas estruturas mais próximas das respectivas BCGs, representadas por círculos na cor magenta. Na parte oeste (W) de A2034 há a presença de três estruturas cuja pertinência ao sistema A2034 será objeto de investigação a partir dos dados dos *redshifts* disponíveis na região.

O χ^2 do modelo é escrito como

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{N_{\text{objetos}}} \sum_{i=1}^2 \frac{(g_i - e_{i,j})^2}{\sigma_{\text{int}}^2 + \sigma_{\text{obs},j}^2}, \quad (4.4)$$

sendo $\sigma_{\text{obs},j}$ a medida do erro na elipticidade fornecida pelo IM2SHAPE e σ_{int} a incerteza

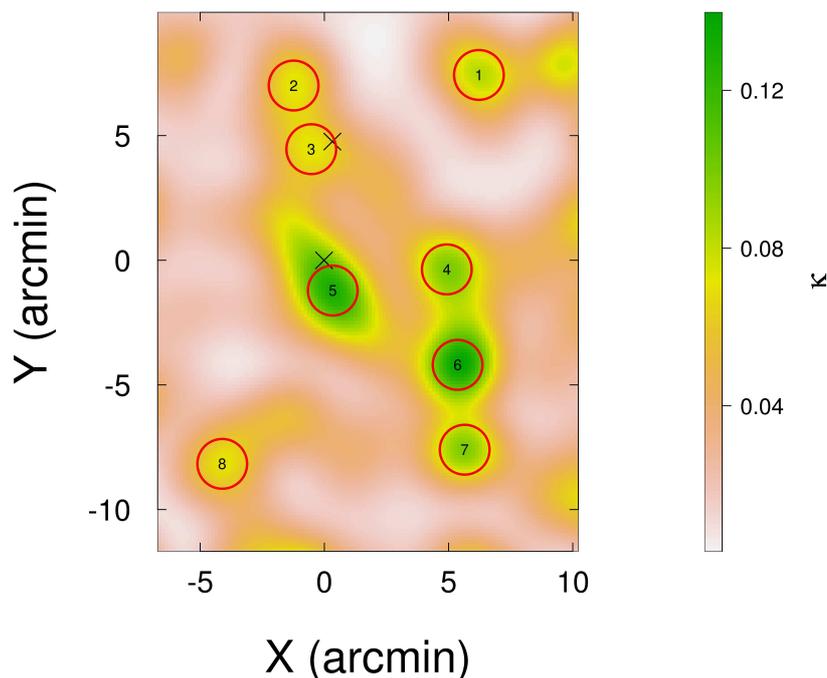


Figura 4.13: Mapa da convergência κ na região central de A2034 com os 8 picos relevantes identificados pelo nosso algoritmo. As BCGs estão identificadas com “X” e a BCG S é considerada origem do sistema de coordenadas. (b) Densidade normalizada da distribuição de κ com a identificação do valor médio de cada pico medido dentro de uma região de 2.45 arcmin^2 . A área sombreada corresponde ao nível de confiança de 68 % da distribuição.

associada com a distribuição da elipticidade intrínseca das fontes que foi estimada em ~ 0.35 . Já a verossimilhança pode ser escrita a partir da Eq. 4.4,

$$\ln \mathcal{L} \propto -\frac{\chi^2}{2}. \quad (4.5)$$

De modo a eliminar parâmetros desnecessários ao nosso objetivo de medir as massas individuais, a concentração dos halos foi fixada pela relação de Duffy et al. (2008) (Eq. 3.7). Também foram fixados os centros de cada estrutura de acordo com a posição fornecida pelo nosso algoritmo de identificação. Ao final nosso modelo continha 8 parâmetros, M_{200}^1 , M_{200}^2 , M_{200}^N (correspondente ao pico #3 na Fig. 4.13), M_{200}^4 , M_{200}^5 (pico #5), M_{200}^6 , M_{200}^7 e M_{200}^8 . Adicionalmente utilizamos um prior uniforme no intervalo $0 < M \leq 8 \times 10^{15} M_{\odot}$ para acelerar o tempo necessário para a convergência do modelo.

Testes preliminares mostraram que a adição de mais parâmetros livres (e.g. as posições centrais de A2034S e A2034N) impedia a convergência do modelo, mesmo após 4×10^5 iterações. Mais adiante iremos apresentar uma abordagem alternativa para quantificar a

Tabela 4.3 - Mediana das cadeias MCMC das massas obtidas através do nosso modelo que ajustou oito perfis NFW simultaneamente às concentrações de massa relevantes na região de interesse. As barras de incertezas correspondem a 68% c.l. Note que, excetuando-se os subaglomerados A2034S & A2034N, as massas medidas só correspondem às massas “verdadeiras” se estas estruturas estiverem localizadas em *redshift* próximo a $z \sim 0.11$.

Região	M_{200} ($10^{14} M_{\odot}$)
1	$0.40^{+0.19}_{-0.40}$
2	$1.25^{+0.59}_{-0.94}$
3*	$1.17^{+0.59}_{-0.83}$
4	$1.17^{+0.53}_{-0.77}$
5 \diamond	$2.19^{+0.75}_{-1.07}$
6	$1.94^{+0.78}_{-1.06}$
7	$1.76^{+0.76}_{-1.09}$
8	$0.28^{+0.14}_{-0.28}$

\diamond A2034S
* A2034N

incerteza na posição dos picos de massa.

Finalmente o posterior do problema pôde ser escrito como

$$\mathcal{P}(M|\text{dados}) \propto \mathcal{L}(\text{dados}|M) \times \Pi(M). \quad (4.6)$$

4.3.5 Resultados

O posterior da Eq. 4.6 foi mapeado através das cadeias de Markov e método de Monte Carlo (MCMC, pacote MCMCMETROP1R). Foram geradas quatro cadeias de 1×10^5 elementos cada uma com diferentes sementes iniciais contando ainda com mais 10^4 iterações de *burn-in* cada. A cadeia final com 4×10^5 elementos apresentou convergência para todos os oito parâmetros ($R \sim 1$ dentro de 68% c.l.)

A Tab. 4.3 mostra as medidas das massas obtidas pelo nosso modelo. Em relação ao sistema em colisão encontramos $M_{200}^S = 2.19^{+0.75}_{-1.07} \times 10^{14} M_{\odot}$ e $M_{200}^N = 1.17^{+0.59}_{-0.83} \times 10^{14} M_{\odot}$ cujos posteriores marginalizados são apresentados na Fig. 4.14.

A massa total dos subaglomerados em colisão é $M_{200}^{S+N} = 3.54^{+0.95}_{-1.26} \times 10^{14} M_{\odot}$ com A2034S sendo de maior massa do sistema. Isto não ocorre em apenas 22.5% das realizações, como

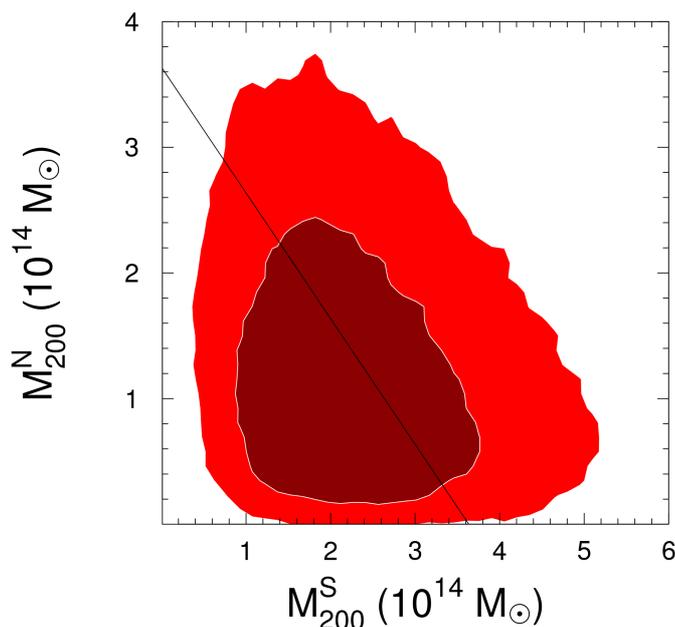


Figura 4.14: Posterior marginalizado das massas das estruturas em colisão A2034S e A2034N. A região em *vermelho escuro* representa o intervalo de 68 % c.l. enquanto a mais clara destaca o limite de 95 % c.l. A linha *preta* representa a soma das massas e aparentemente não guarda maior relação com as curvas de massas.

apresentado na Fig. 4.15 (região *cinza*).

Na Fig. 4.16 são apresentados os posteriores de todas as massas do modelo bem como o coeficiente de correlação de Pearson entre elas. Com exceção das estruturas vizinhas (#3/A2034N, #4/#6 e #6/#7) as correlações entre elas são praticamente inexistentes inclusive entre os subaglomerados em colisão (-0.17).

Para estimarmos a incerteza na posição dos picos de massa identificados recorreremos à técnica de reamostragem das galáxias de fundo com possibilidade de repetição (*bootstrapping*). Em cada iteração foi feito o mapa de massa com a identificação dos picos mais próximos aos previamente classificados (Fig. 4.13). Foram realizadas 10^4 reamostragens cujo resultado para o sistema A2034S&N pode ser visto na Fig. 4.17 juntamente com os contornos da distribuição em R-X em sua região mais brilhante observada pelo Chandra. A posição de seu pico foi determinada pelo mesmo procedimento descrito no Cap. 3 com região de busca medindo 0.4×0.4 arcmin, mais adequada a este caso.

Ambas BCGs, separadas espacialmente entre si por 4.9 arcmin, são coincidentes com os respectivos picos da distribuição em massa. Em A2034N esta concordância se dá dentro de 1σ enquanto que em A2034S o mesmo ocorre dentro de 2σ com uma separação de 81_{-35}^{+39}

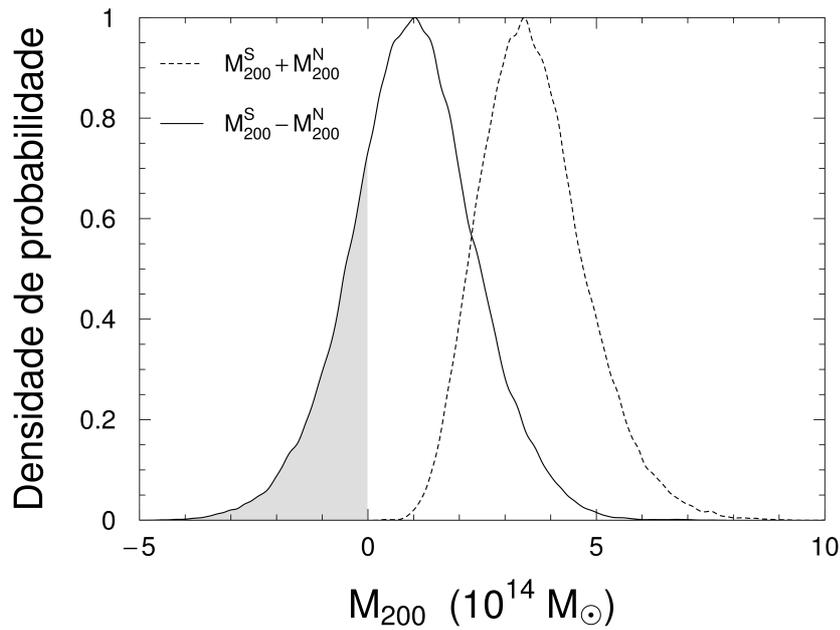


Figura 4.15: Densidade de probabilidade normalizada da soma (linha *pontilhada*) e subtração (linha *contínua*) das massas dos subaglomerados em colisão de A2034. A massa total é de $M_{200}^{S+N} = 3.54^{+0.95}_{-1.26} \times 10^{14} M_{\odot}$ sendo A2034S a estrutura mais massiva em 77.5% das realizações MCMC.

arcsec. Em virtude de sua massa relativamente menor em relação às outras (Tab. 4.3) e a proximidade de outra estrutura (#2), a determinação da posição do pico de A2034N é menos precisa que em A2034S chegando em algumas iterações a ser confundida com a própria estrutura vizinha. O pico #2 está distante 198^{+47}_{-43} arcsec da BCG N. Já em relação ao pico de massa de A2034N, a BCG está separada de 55^{+34}_{-37} arcsec da mesma.

O único pico de R-X apresenta claro afastamento das outras componentes do aglomerado, aparecendo distante 91 ± 1 arcsec da BCG S e 168^{+46}_{-40} arcsec do pico de massa sul. Com relação a A2034S estudos anteriores sobre a distribuição do ICM (Kempner et al., 2003; Owers et al., 2014) argumentaram que ela teve sua componente gasosa arrancada durante a colisão o que caracteriza A2034S&N como um sistema totalmente dissociativo.

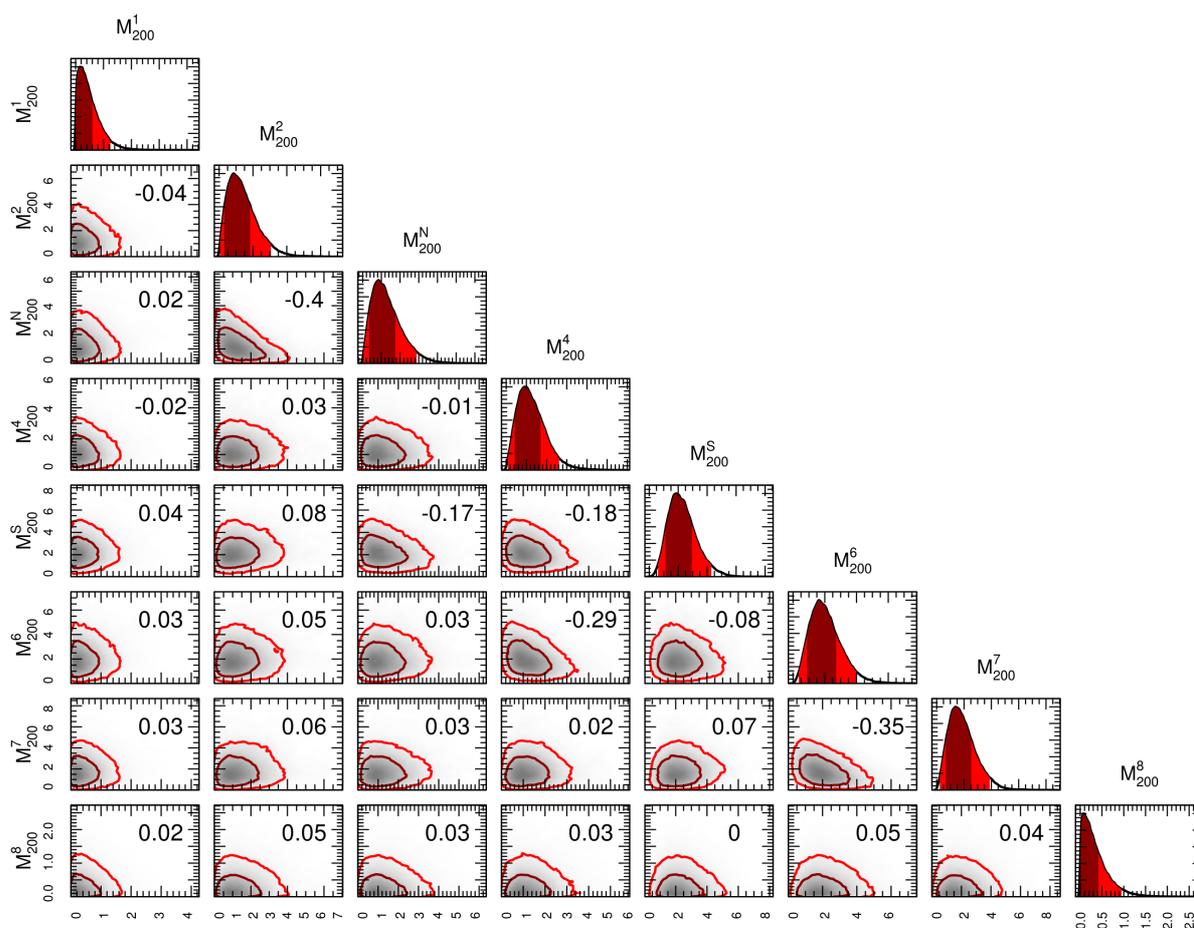


Figura 4.16: Posteriores das massas modeladas em nossa abordagem bayesiana. Na *diagonal* estão os posteriores individuais de cada massa marginalizados pelas demais. No triângulo inferior são mostradas as correlações de Pearson dois a dois.

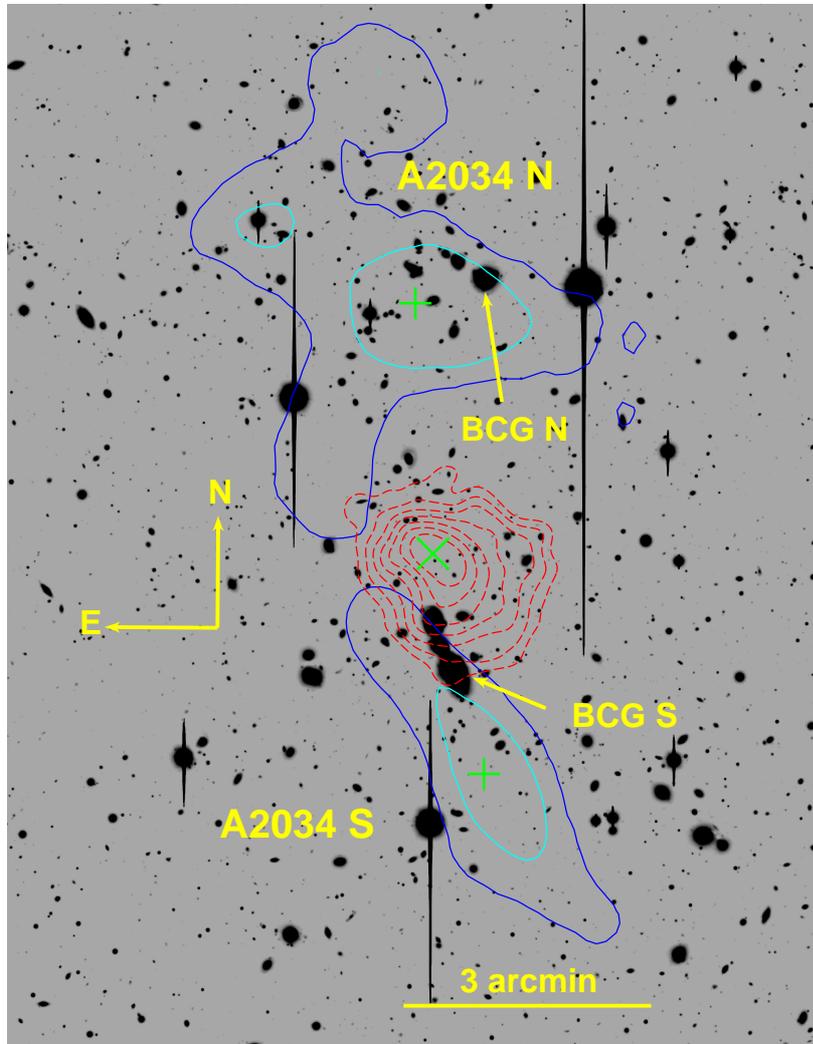


Figura 4.17: Imagem R_C sobreposta aos contornos mais brilhantes da distribuição da emissão em R-X do ICM (vermelho) mapeadas pelo Chandra e associados ao subaglomerado A2034S. Em ciano e azul estão representados os intervalos de confiança de respectivamente 1σ e 2σ da posição dos picos de massa determinados via *bootstrapping* com 10^4 reamostragens. A posição do pico de emissão em R-X está destacado por um “X” enquanto que a posição dos picos de massa detectados na região aparecem como um “+”. Ambas a BCGs são compatíveis com a posição do pico de massa identificado por nosso algoritmo, sendo 1σ para a BCG N e 2σ para a BCG S. O pico de R-X por sua vez está deslocado de 91 ± 1 arcsec da BCG S e 168^{+46}_{-40} arcsec do pico de massa sul.

4.4 Análise dinâmica

Após o estudo da distribuição da massa voltamos nossa atenção para a análise com a qual pretendemos caracterizar dinamicamente o sistema A2034S&N e em particular investigar sua relação com as estruturas vizinhas situadas na parte oeste do campo. Apesar dos dados espectroscópicos provenientes do NED cobrirem praticamente toda a imagem, vamos considerar apenas as galáxias contidas na região retangular definida na Fig. 4.5 onde estão concentradas nossas medidas de *redshift* provenientes do Gemini (de fato as máscaras apresentadas na Fig. 4.2 foram pensadas para cobrir as regiões com maior densidade de galáxias da sequência vermelha).

Nossa amostra de galáxias é apresentada na Fig. 4.18 com destaque às 106 galáxias membro obtidas após a aplicação do 3σ -clip. Este conjunto possui $\bar{z} = 0.1135$ e $\sigma/(1+z) = 1086 \text{ km s}^{-1}$.

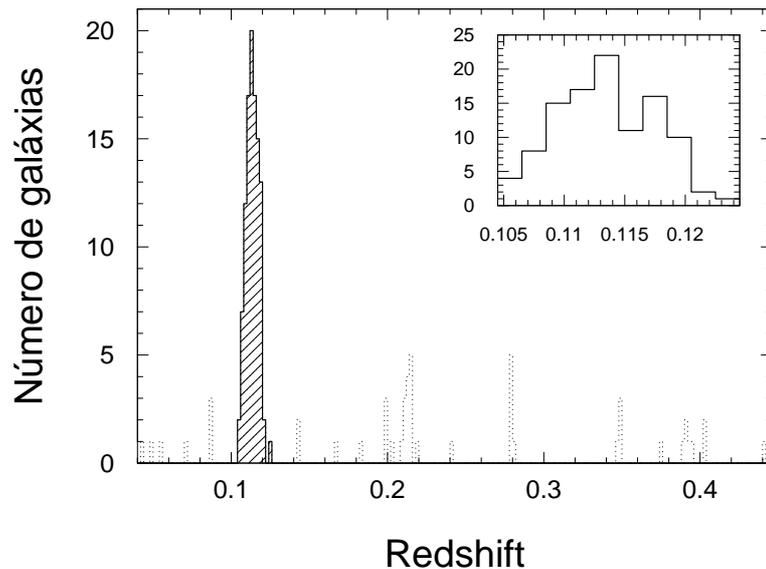


Figura 4.18: Distribuição de *redshifts* na região de interesse de A2034 (Fig. 4.5). Para maior clareza foram removidas dez galáxias distribuídas aleatoriamente a partir de $z > 0.45$. A amostra de galáxias membro foi selecionada a partir do 3σ -clip e aparece *hachurada* e com destaque no canto superior direito da figura. As 106 galáxias possuem $\bar{z} = 0.1135$ e $\sigma/(1+z) = 1086 \text{ km s}^{-1}$.

Nota-se na Fig. 4.18 uma concentração de 14 galáxias localizadas em $0.2082 \leq z \leq 0.2145$ apresentando $\bar{z} = 0.2134(5)$ e $\sigma/1+z = 568 \text{ km s}^{-1}$ cuja gaussianidade não pode ser descartada dentro de 99% ($p\text{-value} = 0.22$). Olhando sua distribuição espacial na Fig. 4.19

notamos que elas não se encontram aleatoriamente distribuídas e formam um conjunto razoavelmente concentrado ao norte do campo, próximo a região do pico de massa #2 (Fig. 4.13). Entretanto, devido ao baixo número de objetos, não temos subsídios suficientes para correlacionar tais galáxias ao referido pico de massa.

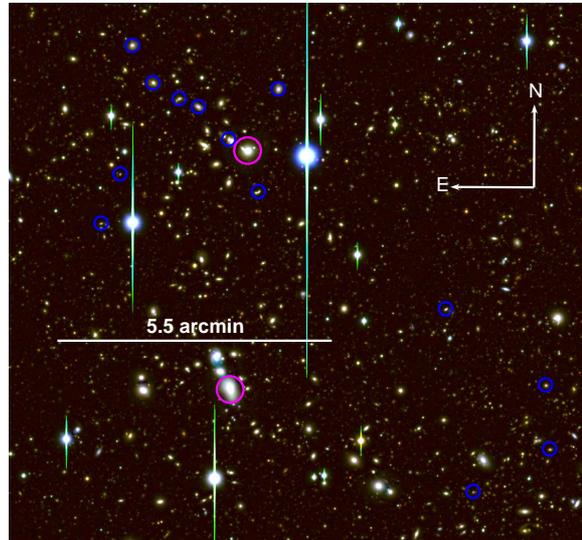


Figura 4.19: Disposição espacial das 14 galáxias identificadas como um provável grupo de fundo no campo de A2034 (círculos azuis). A maioria delas está concentrada na região norte do campo onde identificamos um pico de massa (#2 na Fig. 4.13) vizinho a A2034N. Contudo, a relação entre as galáxias e a concentração de massa não é clara. As BCGs aparecem indicadas como círculos magenta.

A distribuição das galáxias membro é consistente dentro de um nível de confiança de 99% com uma curva Gaussiana segundo o teste de Anderson-Darling (p -value = 0.16). De fato, a estatística BIC (Cap. 2) do 1D-MCLUST favorece a manutenção da unidade do conjunto em detrimento a separação em $k > 1$ subgrupos (BIC = {859, 849, 836} decrescendo para $k = \{1, 2, 3\}$ respectivamente). A aplicação do teste DS (Eqs. 2.103 e 2.104) argumenta em favor da não presença de subestruturas relevantes no campo com $\Delta = 118$ para um p -value igual a 0.27 (baseado em 10^4 reamostragens). O resultado gráfico pode ser visto na Fig. 4.20.

O fato da distribuição de *redshifts* não apresentar sinal de multimodalidade é um indício de que as estruturas A2034S&N (e outras porventura existentes) estão separadas de uma pequena distância em relação ao plano do céu. Neste caso se faz necessário o uso da distribuição espacial projetada das galáxias para identificação das estruturas no campo selecionado. À amostra das galáxias da sequência vermelha (Seç. 4.3.1) foram adicionadas os

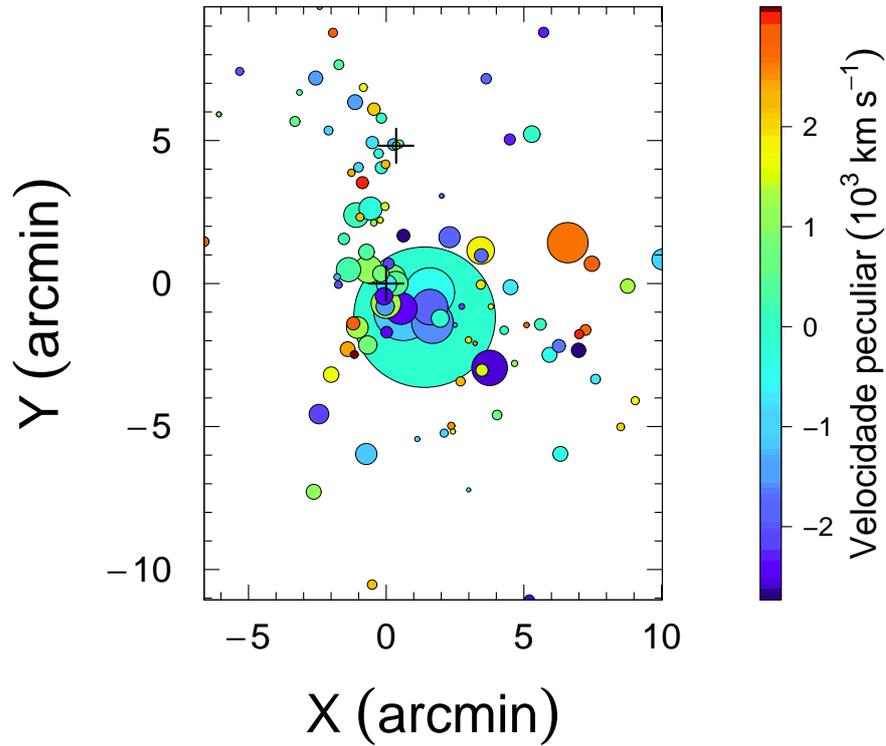


Figura 4.20: Gráfico de bolhas do teste DS aplicado às 106 galáxias membro de A2034. O resultado mostra que a distribuição é livre de subestruturas dentro de 99% c.l. ($\Delta/N = 1.1$). Os círculos indicam a posição das galáxias e seu raio é proporcional ao desvio dinâmico local (e^{δ_i} , Eq. 2.103) medido com relação aos 10 vizinhos. A escala de cores está relacionada ao valor da velocidade peculiar ($v_{\text{pec}} = v_i - \bar{v}$). As BCGs S e N estão indicadas por “+”.

membros espectroscópicos que não estavam previamente contidas totalizando 622 galáxias.

A aplicação dos diferentes métodos do 2D-MCLUST não traz, em um primeiro momento, resultados consistentes entre si como podemos conferir na Tab. 4.4 e na Fig. 4.21. Apesar da melhor estatística BIC ser reportada para a divisão em $k = 4$, a divisão em quatro grupos não é capaz de recuperar as três estruturas que aparecem em destaque nos mapas de densidade e luminosidade (Figs. 4.5 e 4.6) ao contrário do que ocorre para $k = 5$ ou $k = 6$. De fato, a diferença visual entre as Figs. 4.21b e 4.21c se dá apenas na classificação das regiões de menor densidade no campo que eventualmente podem ser subestruturas relacionadas a alguma das regiões mais densas (A2034S, A2034N e A2034W). Deste modo descartamos a solução para quatro componentes e adotamos a divisão em $k = 5$ subgrupos como hipótese de trabalho.

A aplicação dos diferentes métodos do 2D-MCLUST (Cap. 2) apresentou resultados

Tabela 4.4 - Estatísticas do 2D-MCLUST para os três melhores indicadores BIC.

k	Método	BIC
4	EVI	-2406
5	EVI	-2417
6	EEI	-2417

consistentes entre si como podemos observar através da medida da separação radial $\delta v/(1+z)$ entre os grupos identificados com as estruturas A2034S e A2034N. Os valores obtidos entre os métodos, apresentados na Fig. 4.24, são todos compatíveis dentro do intervalo de 1σ com o valor fiducial $\delta v/(1+z) = 403 \pm 228 \text{ km s}^{-1}$. Na Fig. 4.23 apresentamos a distribuição do *redshifts* dos três principais grupos identificados pelo 2D-MCLUST.

O *redshift* médio da estrutura A2034W identificada pelo 2D-MCLUST é mostrado na Fig. 4.24 onde novamente notamos que o resultado é robusto. Na Tab. 4.5 resumizamos os resultados da análise dinâmica em A2034. Dos 106 dados de *redshifts* a disposição, apenas 9 não aparecem vinculados às três estruturas dinâmicas identificadas.

Tabela 4.5 - Dinâmica de A2034S, A2034N e A2034W obtidas através do teste 2D-MCLUST.

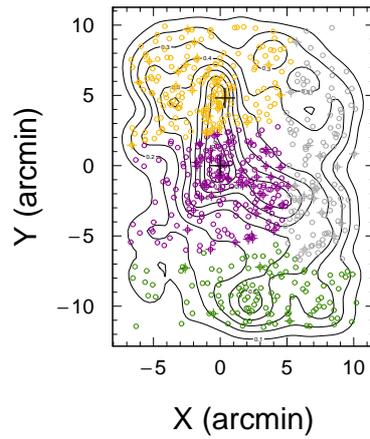
	A2034S	A2034N	A2034W
Membros	45	30	22
\bar{z}	0.1128(5)	0.1143(5)	0.1143(8)
$\sigma_v/(1+z)$ (km s ⁻¹)	921	829	1061

Com relação ao 2D-PAM os resultados são compatíveis com o 2D-MCLUST dentro de 68% c.l. A segunda melhor estatística do modelo também sugere a divisão em cinco componentes^[3] com as seguintes características: a estrutura A2034S possui $\bar{z}_S = 0.1124(5)$ e $\sigma_S/(1+z) = 950 \text{ km s}^{-1}$ para seus 38 membros, A2034N tem $\bar{z}_N = 0.1144(6)$ e $\sigma_N/(1+z) = 937 \text{ km s}^{-1}$ para seus 25 componentes e A2034W $\bar{z}_W = 0.1144(6)$ e $\sigma_S/(1+z) = 1122 \text{ km s}^{-1}$ para seus 35 membros. A diferença entre A2034S&N é de $537 \pm 243 \text{ km s}^{-1}$. Preferimos entretanto considerar os resultados do 2D-MCLUST como representativos devido à maior complexidade do algoritmo e opções de configuração (métodos de parametrização da matriz de covariância). O uso do 2D-PAM, entretanto, nos permitiu

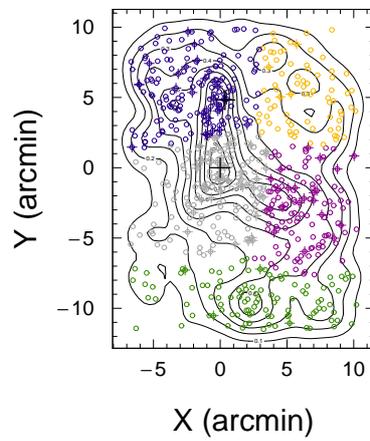
³ a melhor estatística sugere $k = 2$, inverossímil

averiguar que nossos resultados são robustos com relação às diferentes técnicas e métodos empregados.

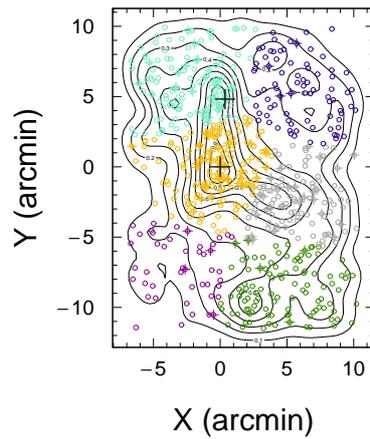
A aplicação do 3D-MCLUST não trouxe nenhuma luz ao problema já que sua melhor estatística (robusta entre os diferentes métodos) sugere a não divisão da amostra ($k = 1$).



(a)



(b)



(c)

Figura 4.21: Galáxias da sequência vermelha adicionadas dos membros espectroscópicos classificadas segundo os diferentes métodos do 2D-MCLUST. Sobrepostas a elas estão os contornos de sua densidade espacial projetada linearmente separados. (a) Resultado do método “EVI” para $k = 4$ grupos, que mostrou o melhor BIC. (b) Segundo resultado apresentado pelo método “EVI” agora com cinco componentes. (c) Terceira opção com o método “EEI” para seis componentes. As BCGs estão identificadas com o sinal “+”.

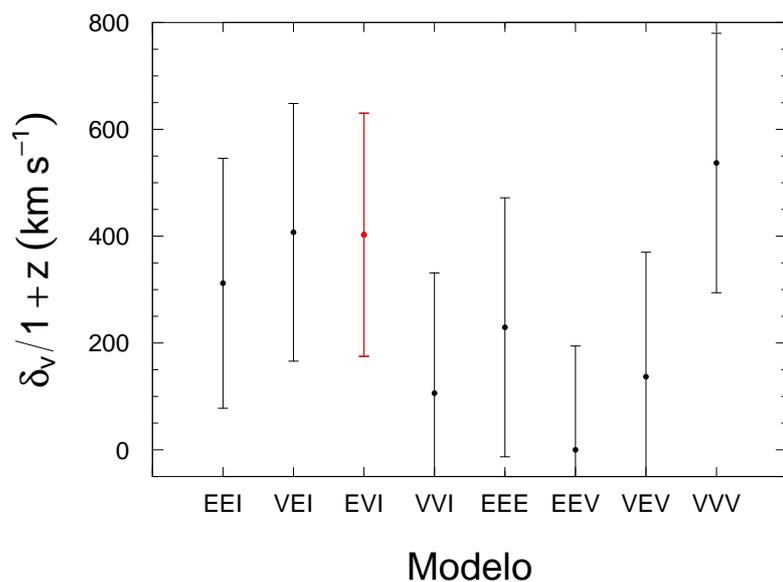


Figura 4.22: Separação radial entre as estruturas A2034N e A2034S obtidas a partir dos diferentes métodos do 2D-MCLUST aplicados para $k = 5$. Os resultados são todos compatíveis entre si dentro de um nível de confiança de 68 % (1σ). Destacado em *vermelho* está o resultado do método “EVI” que retornou a melhor estatística BIC.

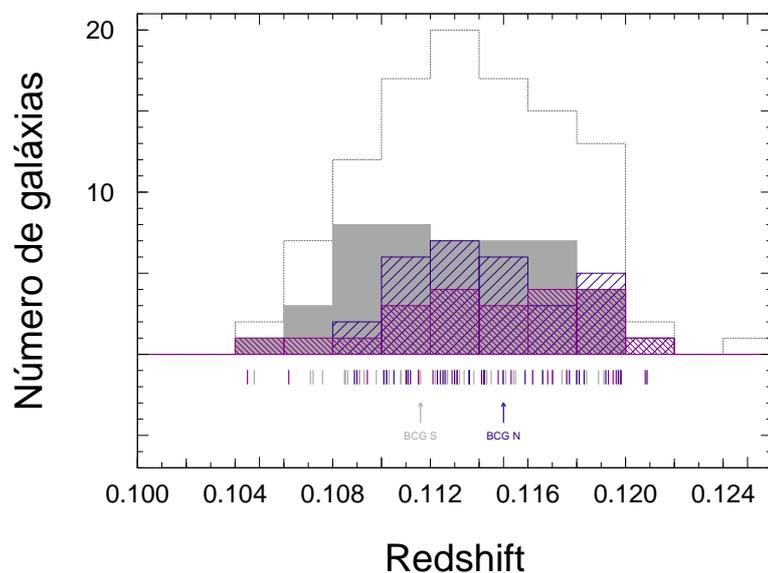


Figura 4.23: Distribuição das 106 galáxias da amostra inicial com destaque aos grupos identificados pelo 2D-MCLUST como A2034S (*cinza*), A2034N (*azul*) e A2034W (*roxo*). As setas indicam a localização das BCGs. Apenas 9 galáxias não foram classificadas em nenhum dos três grupos principais.

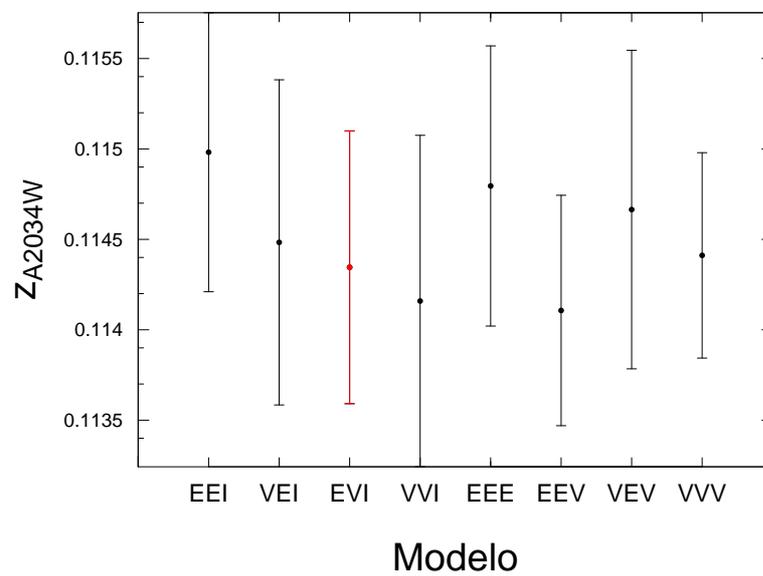


Figura 4.24: Comparação entre o *redshift* da estrutura dinâmica A2034W obtido entre os diferentes métodos do 2D-MCLUST. Todos são consistente dentro de 1σ com o valor fiducial do método “EVI” em *vermelho*, $\bar{z} = 0.1143(8)$ e $\sigma = 1061 \text{ km s}^{-1}$.

4.5 Modelo da dinâmica de dois corpos

A modelagem da dinâmica dos dois corpos envolvidos na colisão nos fornece informações além do momento em que o sistema foi observado. Na Tab. 4.6 são apresentados os parâmetros de entrada no modelo apresentado por Dawson (2013) obtidos através das análises apresentadas nos capítulos anteriores. As incertezas correspondem ao valor da maior barra de erro dentro de 1σ .

Tabela 4.6 - Parâmetros de entrada do modelo de dois corpos. A separação espacial projetada d_{proj} corresponde a distância entre os picos de massa.

Parâmetro	Valor	Erro	Unidade
M_{200}^S	2.19	1.07	$10^{14} M_{\odot}$
M_{200}^N	1.17	0.77	$10^{14} M_{\odot}$
z_S	0.1128	0.0005	–
z_N	0.1143	0.0005	–
d_{proj}	727	142	kpc

Um dos principais resultados de nossa análise dinâmica apresentada no capítulo anterior é a obtenção da diferença de velocidade na linha de visada entre as estruturas A2034S e A2034N, $\delta v/(1+z) = 403 \pm 228 \text{ km s}^{-1}$. Esta medida pode ser combinada com a estimativa da componente da velocidade no plano do céu entre os correspondentes halos de matéria escura (v_{plano}) para a obtenção do ângulo de colisão θ (Fig. 2.13 e Eq. 3.9). Dada a impossibilidade de se medir diretamente v_{plano} podemos estimar seu valor baseado na medida da velocidade de propagação da onda de choque obtida por Owers et al. (2014) (Seç. 4.1) e levando em consideração que este representa apenas uma fração da velocidade relativa entre os halos (e.g. Springel e Farrar, 2007; Machado et al., 2015). Neste sentido adotamos como estimativa uma distribuição uniforme com $v_{\text{plano}} = 1000 \pm 500 \text{ km s}^{-1}$. O ângulo resultante, $\theta = 22^\circ \pm 13^\circ$, aponta que o sistema está se movimentando muito próximo ao plano do céu fortalecendo os indícios anteriores tais como a morfologia em R-X (visualização de descontinuidade na distribuição), separação mensurável entre a BCG e o pico em R-X e a gaussianidade da amostra de galáxias. Para o modelo de dois corpos consideramos, de maneira conservadora, que o ângulo pode estar uniformemente distribuído entre 0° e 35° .

O resultado do modelo com a mediana de cada grandeza é apresentado na Tab. 4.7. As

2.5×10^5 realizações mostram que a colisão entre A2034S & A2034N ocorreu há $0.59^{+0.16}_{-0.23}$ Gano com uma velocidade relativa de 1710^{+269}_{-313} km s⁻¹ medida no ponto de máxima aproximação. Atualmente o sistema é observado com uma separação espacial de $0.80^{+0.14}_{-0.15}$ Mpc e velocidade relativa de 962^{+466}_{-520} km s⁻¹. No apogeu, a separação esperada é de $1.29^{+0.49}_{-0.63}$ Mpc.

Tabela 4.7 - Parâmetros de saída do modelo de dois corpos, sendo θ o ângulo entre o eixo de colisão e o plano do céu, $d_{3D}(t_{obs})$ a distância 3D observada, $d_{3D_{max}}$ a máxima distância de afastamento, $v_{3D}(t_{obs})$ a velocidade 3D relativa observada, $v_{3D}(t_{col})$ a velocidade 3D relativa no ponto de colisão, $v_{3D_{max}}$ a velocidade de queda livre do sistema, TSC_0 o tempo decorrido deste o ponto de colisão no caso de um sistema em afastamento, TSC_1 o tempo decorrido desde a colisão no caso se um sistema em aproximação, T é o período entre duas colisões e P a probabilidade de se observar o sistema.

Parâmetro	Mediana	68 % c.l.
θ grau	22	17 – 35
$d_{3D}(t_{obs})$ (Mpc)	0.80	0.65 – 0.94
$d_{3D_{max}}$ (Mpc)	1.29	0.66 – 1.78
$v_{3D}(t_{obs})$ (km s ⁻¹)	962	442 – 1428
$v_{3D}(t_{col})$ (km s ⁻¹)	1710	1397 – 1979
$v_{3D_{max}}$ (km s ⁻¹)	2319	2089 – 2578
TSC_0 (Gano)	0.59	0.36 – 0.75
TSC_1 (Gano)	2.63	0.98 – 3.32
T (Gano)	3.25	1.80 – 3.92
P %	36	0 – 49

No caso da solução válida para o movimento de aproximação, o sistema teria colidido há $2.63^{+0.69}_{-1.65}$ Gano com período entre colisões de $3.25^{+0.67}_{-1.45}$ Gano. Como apenas 11.5% das realizações possuem TSC_1 maior que a idade do Universo, o cenário em que A2034S&N são vistos se aproximando para um novo encontro não pode ser descartado. Entretanto, outros vínculos observacionais podem ser usados para favorecer um dos cenários em detrimento ao outro como veremos na [Seç. 4.6.1](#).

Por fim, apresentamos na [Tab. 4.8](#) a correlação de Pearson entre os parâmetros de entrada e os calculados pelo modelo. Na [Fig. 4.25](#) são apresentados os posteriores de algumas grandezas obtidas pelo modelo. Em resumo, os parâmetros de entrada e saída independentes estão fracamente correlacionados.

Tabela 4.8 - Correlação entre os principais parâmetros de entrada e saída do modelo de dois corpos. A incerteza é no coeficiente de correlação de Pearson é $\sim 2 \times 10^{-3}$

	M_{200}^S	M_{200}^N	z_S	z_N	d_{proj}	θ
$v_{3D}(t_{\text{obs}})$	0.161	0.108	-0.441	0.443	-0.064	-0.312
$d_{3D}(t_{\text{obs}})$	-0.009	-0.001	-0.054	0.056	0.956	0.304
$v_{3D}(t_{\text{col}})$	0.368	0.091	-0.393	0.395	0.294	-0.215
$v_{3D_{\text{max}}}$	0.864	0.415	-0.068	0.067	0.016	-0.077
$d_{3D_{\text{max}}}$	-0.001	0.002	-0.005	0.008	0.004	-0.009
TSC_0	-0.216	-0.101	0.362	-0.364	0.472	0.342
TSC_1	-0.001	0.002	0.000	0.004	0.001	-0.002
T	-0.001	0.002	0.000	0.004	0.001	-0.002
P	0.065	0.035	0.452	-0.455	0.020	0.243

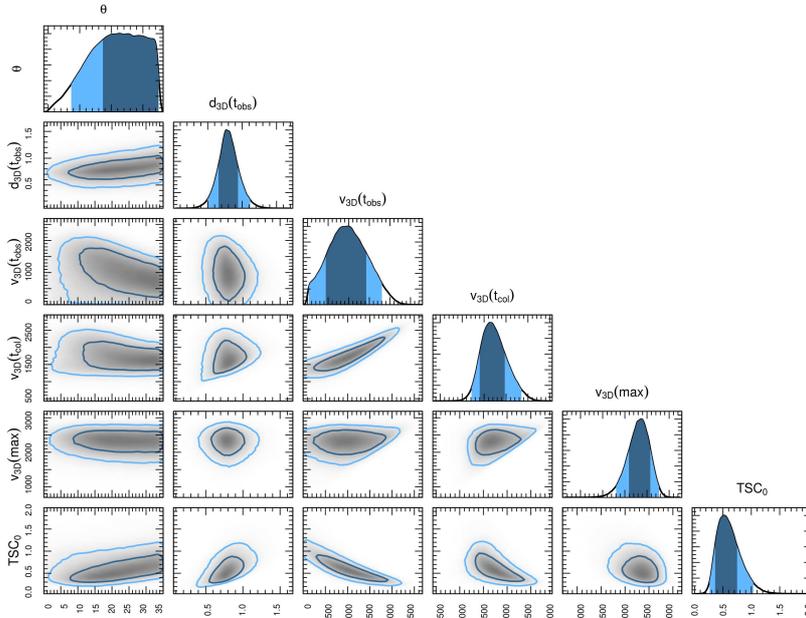


Figura 4.25: Posteriores de θ , $d_{3D}(t_{\text{obs}})$, $v_{3D}(t_{\text{obs}})$, $v_{3D}(t_{\text{col}})$ e TSC_0 marginalizados sobre as demais grandezas e comparados um a um. Os intervalos de confiança de 68% e 95% estão indicados respectivamente em *azul escuro* e *azul claro*.

4.6 Discussão

4.6.1 A fusão entre A2034S & A2034N

Apresentamos o estudo por lentes gravitacionais fracas do aglomerado A2034 baseado em três imagens profundas do campo. Tal característica nos permitiu selecionar as galáxias

membro da sequência vermelha de maneira mais acurada que trabalhos anteriores (Okabe e Umetsu, 2008; van Weeren et al., 2011; Owers et al., 2014) atingindo o limite fraco de $R_C = 22.5$. Ambos os mapas de densidade e luminosidade mostram o campo formado por três concentrações principais de galáxias sendo duas alinhadas com o eixo norte-sul e a outra a oeste do campo. As primeiras estão relacionadas à duas BCGs enquanto que não se observa galáxia dominante na última.

Nosso mapa da distribuição de massa mostra um campo com várias estruturas porém duas concentrações de massa podem ser relacionadas de maneira inequívoca às BCGs devido à sua proximidade. De fato, ambas BCGs são coincidentes com os respectivos picos de massa dentro de 1σ em A2034S e 2σ em A2034N. A massa total do sistema A2034S&N é de $3.54_{-1.26}^{+0.95} \times 10^{14} M_\odot$ com uma razão $M_S/M_N = 1.8_{-1.4}^{+1.0}$ que caracteriza o sistema como um *major merger* ou ainda um *semi-major merger* dentro das barras de incertezas (Cap. 1). Segundo nosso modelo, a estrutura sul aparece como a de maior massa ($M_{200}^S = 2.19_{-1.07}^{+0.75} \times 10^{14} M_\odot$) em 77.5% das realizações MCMC. Já A2034N possui massa de $M_{200}^N = 1.17_{-0.83}^{+0.59} \times 10^{14} M_\odot$. Ambos subaglomerados estão separados de 727_{-142}^{+131} kpc.

Os resultados de nossa análise apresentam uma leve tensão com o trabalho de Okabe e Umetsu (2008) cuja reprodução de seu mapa de massa é mostrada na Fig. 4.26. Seus resultados mostram a existência de duas concentrações de massa com similar significância (regiões C e S) na região próxima à BCG S. O critério de escolha da estrutura C se deu por sua concordância espacial com o pico em R-X ao passo que S foi relacionada à região com excesso de emissão em R-X. Com relação a A2034N os resultados coincidem com os nossos, onde a concentração de massa aparece à esquerda da BCG N.

A configuração bimodal em A2034S não é reproduzida em nossos dados independentemente do fator de suavização (ICF) utilizado na confecção do mapa de massa (Fig. 4.27). Entretanto convém aqui destacar duas características diferenciais de nosso estudo: (i) a maior profundidade de nossos dados em relação a Okabe e Umetsu (2008) (2.78 h contra 0.8 h) apesar da melhor qualidade do *seeing* dos outros autores (0.63 arcsec contra 1.21 arcsec aqui) e (ii) seleção das galáxias de fundo mais criteriosa, baseada no diagrama de cores e com limite brilhante de $R_C \geq 22.5$ ao passo que Okabe e Umetsu (2008) consideraram como galáxias de fundo aquelas com $R_C > 19$ e fora da sequência vermelha selecionada pelo diagrama cor-magnitude.

Podemos classificar A2034S&N como um sistema dissociativo já que, dentro da precisão

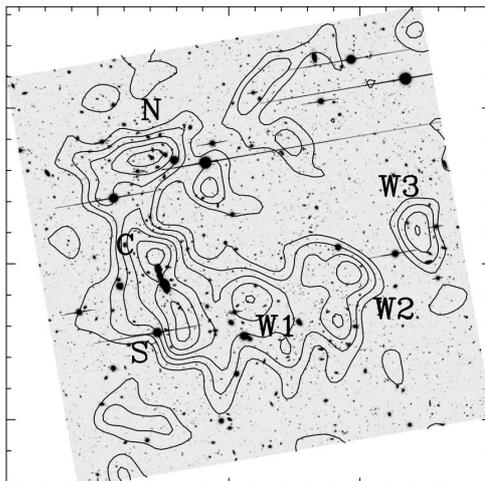


Figura 4.26: Resultado da reconstrução de massa de Okabe e Umetsu (2008) na região central ($\sim 18.5 \times 18.5$ arcmin) de A2034. As estruturas C e N foram respectivamente identificadas como A2034S e A2034N. Abaixo da BCG S a estrutura S foi qualitativamente relacionada com o excesso de emissão em R-X na região.

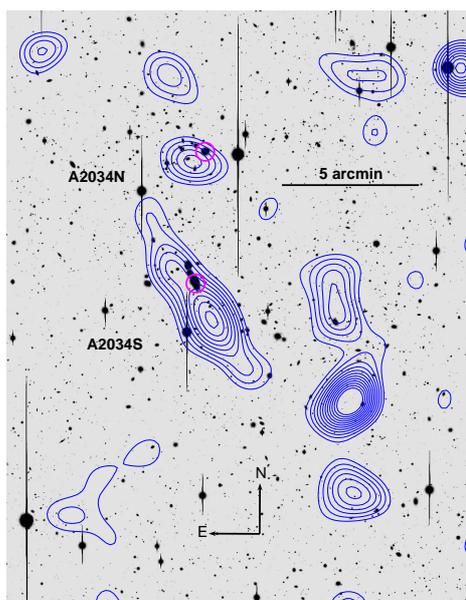


Figura 4.27: Mapa de massa suavizado com filtro gaussiano de 80 arcsec, o menor valor para o qual o LENSENT2 apresenta convergência. A aparência geral do mapa é idêntica àquele apresentado na Fig. 4.12 com destaque à estrutura A2034S que ainda se apresenta como uma única concentração de massa localizada abaixo da BCG S.

de nosso mapa de massa, o pico de A2034S está distante 168_{-40}^{+46} arcsec do pico de emissão em R-X que por sua vez está afastado de 91 ± 1 arcsec da respectiva BCG. Em A2034N estudos anteriores (Kempner et al., 2003; Owers et al., 2014) mostraram que seu gás foi arrancado durante a colisão de modo que não podemos identificar nenhuma concentração relacionada

a este subaglomerado. Esta configuração portanto remete ao caso do famoso aglomerado Bala onde o gás das duas componentes aparece deslocado em relação a distribuição em massa.

O conjunto de galáxias classificadas como membros espectroscópicos segue uma distribuição gaussiana indicando que as estruturas se encontram muito próximas em relação ao plano do céu e, neste caso, a informação de *redshift* sozinha não contribui para a identificação dos membros de cada subaglomerado. A separação foi então realizada a partir da distribuição espacial projetada das galáxias da sequência vermelha. A análise dinâmica mostrou que o sistema A2034S&N está separado de $\delta v/(1+z) = 403 \pm 228 \text{ km s}^{-1}$ em relação a linha de visada. Combinando este valor com uma estimativa da velocidade relativa entre os halos no plano do céu encontramos que o ângulo formado pelo eixo de colisão e o plano do céu é de $\theta = 22^\circ \pm 13^\circ$.

Partindo dos posteriores das massas e das relações de escala de [Biviano et al. \(2006\)](#) estimamos o valor teórico esperado para a dispersão de velocidades de A2034S&N antes da colisão assumindo que não houve perda de massa durante a mesma. A comparação com os valores medidos nos fornece um indicativo do efeito dinâmico causado pelo evento colisional. As dispersões de velocidade na linha de visada calculadas foram $675_{-96}^{+97} \text{ km s}^{-1}$ para A2034S e $548_{-117}^{+122} \text{ km s}^{-1}$ para A2034N que levam a fatores de incremento $f \equiv \sigma_{\text{obs}}/\sigma_{\text{pre}}$, de $f_S = 1.37_{-0.31}^{+0.25}$ e $f_N = 1.51_{-0.48}^{+0.36}$. Já a probabilidade da ocorrência de $f \leq 1$ é de apenas $\sim 7\%$ para ambas estruturas. Segundo [Pinkney et al. \(1996\)](#) estes altos fatores remetem a estruturas cuja colisão se deu a menos de 1 Gano indicando que A2034S&N formam um sistema jovem.

Apesar do modelo de dois corpos não descartar como solução o cenário em que os subaglomerados estão em movimento de aproximação, alguns indícios observacionais favorecem o cenário de que os mesmo se encaminham para o apogeu de suas órbitas. A primeira evidência é a observação da descontinuidade na superfície de R-X (uma frente de choque segundo [Owers et al., 2014](#)) cuja idade é estimada em ~ 0.3 Gano. O fator de incremento na dispersão de velocidades também é compatível com uma sistema mais jovem que a idade estimada para o sistema em aproximação ($2.63_{-1.65}^{+0.69}$ Gano). Nestes termos, nossos resultados indicam que A2034S&N são vistos $0.59_{-0.23}^{+0.16}$ Gano após o ponto de máxima aproximação.

4.6.2 Estimativa da seção de choque de auto interação da matéria escura

A medida da massa do subaglomerado A2034N os permite calcular um limite superior correspondente para a seção de choque de auto interação da matéria escura (Eq. 1.76). Entretanto, o valor obtido $\sigma/m < 14.0 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ é bastante superior ao reportado e.g. no aglomerado A1758 e em outros sistemas (Cap. 3).

4.6.3 A estrutura A2034W

Ambos os mapas de densidade (Fig. 4.5) e luminosidade (Fig. 4.6) das galáxias da sequência vermelha mostram a presença de uma possível estrutura situada a sudoeste de A2034S a qual convencionamos chamar A2034W. Em nossa análise dinâmica, baseada na distribuição 2D das galáxias membro, A2034W foi caracterizada por $\bar{z} = 0.1143(8)$ e $\sigma/(1+z) = 1061 \text{ km s}^{-1}$ a partir de seus 22 membros com informação de *redshift* disponível. Entretanto, nosso mapa de massa detecta a presença de duas concentrações relacionadas à A2034W, o pico #4 e #6 como podemos ver na Fig. 4.28.

Os contornos de densidade das galáxias da sequência vermelha correspondentes a A2034W se situam entre as estruturas #4 e #6 se sobrepondo aos contornos de confiança de seus picos. Não é possível, dentro da abordagem aqui utilizada, afirmar qual das duas concentrações de massa está relacionada a A2034W. A hipótese de que A2034W não tenha uma correspondente em matéria escura, ainda que possível, é pouco plausível.

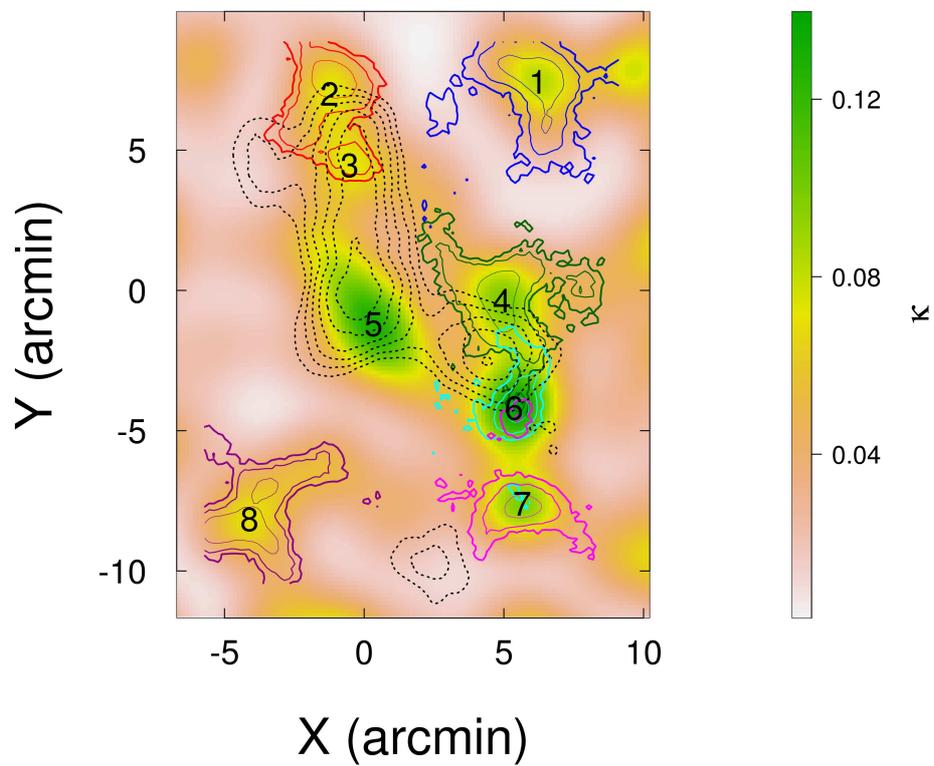


Figura 4.28: Mapa da convergência sobreposto aos contornos de confiança de 1, 2 e 3σ na posição dos picos de massa #1, #2, #4, #6, #7 e #8. As linhas *pontilhadas* mostram os contornos de densidade das galáxias da sequência vermelha (Fig. 4.5). A correspondência da estrutura A3376W aos picos de massa mais próximos (#4 e #6) não é óbvia.

O aglomerado Abell 3376

5.1 Introdução

O aglomerado de galáxias Abell 3376, localizado em $z = 0.046$ (Struble e Rood, 1999), foi inicialmente classificado como um aglomerado rico e bimodal com a presença de duas galáxias brilhantes (BCGs) separadas por ~ 970 kpc (Machado e Lima Neto, 2013).

Observações em R-X do satélite ROSAT (Ebeling et al., 1996) e mais recentemente do XMM-Newton (Flin e Krywult, 2006) mostraram que seu ICM é bastante perturbado, possuindo uma morfologia estendida semelhante a de um “cometa”. Seu eixo principal está alinhado ao segmento que une as duas BCGs e a cauda aponta na direção da mais brilhante delas. Sua luminosidade em R-X é $L_{X[0.5-2.0keV]} = 5.72 \times 10^{43}$ erg s⁻¹ (Parekh et al., 2015). Baseado nas observações em R-X do telescópio Suzaku Akamatsu et al. (2012) estimaram o número de Mach do choque em $\mathcal{M} = 2.91 \pm 0.91$ que corresponde a $v_{\text{choque}} < 2000$ km s⁻¹. Tanto o perfil de temperatura quanto o de brilho superficial apresentam queda abrupta na periferia (~ 1.5 Mpc do centro do aglomerado) sugerindo que este sistema é bastante jovem, já que seu ICM ainda apresenta as marcas do choque que ocorrera há 0.32 Gano.

Outra evidência de que A3376 é observado num estágio pós colisional vem da detecção de emissão em rádio difusa na periferia do aglomerado (*radio relics*, Bagchi et al., 2006; Kale et al., 2012) que segundo George et al. (2015) seriam resultado da propagação das ondas de choque ocorridas há ~ 0.37 Gano no ICM, sendo atualmente vistos com separação de ~ 2 Mpc e medindo ~ 1 Mpc cada. Os autores também estimaram que a velocidade de propagação deste choques é compatível com aquela determinada por Akamatsu et al. (2012) em R-X.

Baseado na distribuição espacial das galáxias no campo de A3376, [Ramella et al. \(2007\)](#) encontraram duas estruturas relacionadas a cada uma das BCGs, além de uma terceira (e nova) localizada ao norte do campo porém na borda de sua imagem ($34' \times 34'$) obtida na *Wide Field Image* (WFI) do telescópio MPG/ESO. [Durret et al. \(2013\)](#) mostraram que a função de luminosidade das galáxias na banda B está claramente perturbada, num cenário condizente com o esperado para um sistema em fusão. Utilizando 213 *redshifts*, sendo 120 deles compatíveis com a localização do aglomerado, esses autores não conseguiram identificar as estruturas reportadas por [Ramella et al. \(2007\)](#) utilizando o método de [Serna e Gerbal \(1996\)](#).

Simulações hidrodinâmicas foram realizadas por [Machado e Lima Neto \(2013\)](#) tendo como vínculo a morfologia, a temperatura e a luminosidade em R-X observadas. Na ausência de estudos baseados em lentes gravitacionais fracas, a massa do virial foi estimada em $M_{vir} \approx 5 \times 10^{14} M_{\odot}$ ([Girardi et al., 1998](#)) através da medida da dispersão de velocidades das galáxias e as BCGs foram consideradas coincidentes com os centros de massa de cada subaglomerado. O cenário proposto é de um *minor merger* ocorrido há 0.5 Gano com pequeno parâmetro de impacto $b \lesssim 150$ kpc e razão de massa entre 1:8 e 1:6. O eixo principal do movimento estaria a 40° em relação ao plano do céu.

O campo do aglomerado A3376 observado neste trabalho é apresentado na Fig. 5.1. Nossas análises permitiram confirmar a existência de uma nova estrutura situada ao norte do sistema em fusão entre os subaglomerados que aqui convencionamos chamar respectivamente de A3376W & A3376E. Neste contexto, denominamos como A3376N a nova estrutura cuja localização é compatível com aquela apresentada em [Ramella et al. \(2007\)](#) e que pode ser identificada na distribuição espacial das galáxias da sequência vermelha (Seç. 5.3), no mapa da distribuição de massa total (Seç. 5.3) e nos dados de *redshifts* (Seç. 5.4) de A3376.

Este trabalho apresenta a primeira análise por lentes gravitacionais fracas de A3376 para a qual contamos com imagens de campo grande nas bandas $g'r'i'$ que serão descritas na Sec. 5.2. Os resultados da análise por lentes gravitacionais fracas são apresentados na Sec. 5.3. A análise dinâmica baseada nos dados de *redshifts* obtidos no *NASA Extragalactic Database* (NED) será abordada na Sec. 5.4 seguida da descrição da modelagem do movimento de dois corpos na Sec. 5.5. Por fim, na Sec. 5.6, apresentamos a discussão dos resultados à luz do processo de fusão entre as estruturas do aglomerado A3376.

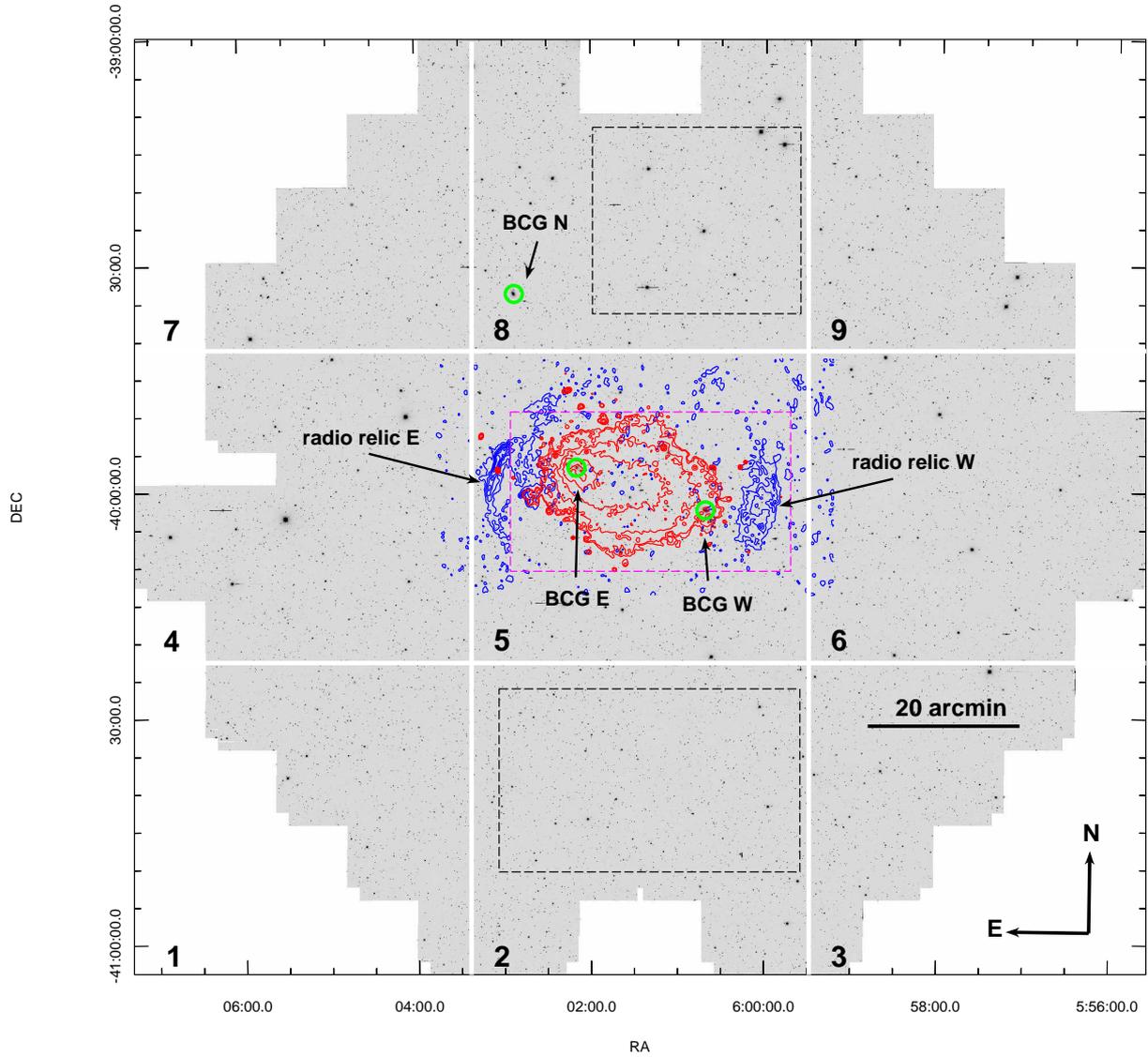


Figura 5.1: Imagem do aglomerado A3376 ($z = 0.046$) na banda r' obtida com a DECam do telescópio Blanco sobreposta aos contornos de emissão em raios X do telescópio XMM (*vermelho*) e contornos lineares das emissões em rádio medidas pelo observatório VLA (*azul*). As BCGs estão destacadas com círculos *verdes*. A emissão em R-X do aglomerado tem uma morfologia semelhante a de um cometa, cujo eixo principal está aproximadamente alinhado ao segmento imaginário que une as BCGs W & E e a cauda na direção da mais brilhante delas. Na periferia do aglomerado observamos a existência duas emissões difusas em rádio não associadas a nenhuma fonte puntual, os *radio relics*. Para maior destaque, foi aplicada uma máscara sobre as fontes mais brilhantes para destacar os *relics* intrinsecamente fracos. Por ser muito grande ($\sim 2.2 \text{ deg}^2$), a imagem total foi dividida em nove quadros para a análise por lentes gravitacionais fracas. Os retângulos *tracejados* mostram as regiões de campo utilizadas na subtração estatística para determinação das galáxias da sequência vermelha do aglomerado (Seç. 5.3): em *magenta* a região central com predominância das galáxias membro do aglomerado e em *preto* a região onde se espera uma maior contribuição relativa das de campo.

Tabela 5.1 - Características das observações do aglomerado A3376.

Banda	Tempo de exposição (h)	Seeing (arcsec)	PZ
g'	0.88	1.20	31.64(5)
r'	1.66	1.20	31.85(5)
i'	0.55	1.16	31.95(4)

A Cosmologia adotada neste capítulo é a seguinte: $\Omega_m = 0.27$, $\Omega_\Lambda = 0.73$ e $H_0 = 70$ km s⁻¹ Mpc⁻¹. No *redshift* médio do aglomerado, $\bar{z} = 0.046$, temos a escala de 1 arcsec = 0.9045 kpc, a idade do Universo de 13.2 Gano e a distância de diâmetro angular de 186.4 Mpc.

5.2 Imageamento: calibração e confecção dos catálogos fotométricos

A *Dark Energy Camera* (DECAM) do telescópio de 4 m Blanco possui um grande campo de visão de ~ 2.2 graus quadrados que a torna ideal para obtenção de imagens destinadas ao estudo por lentes gravitacionais fracas. Em especial, no caso do aglomerado A3376, este campo grande é essencial para mapearmos por completo suas estruturas já que em virtude de o sistema estar localizado em um baixo *redshift*, ele ocupa uma maior área projetada no céu.

As imagens nas bandas $g'r'i'$ (vide Tab. 5.1 para maiores informações) foram observadas em modo clássico em 1° de fevereiro de 2013 no programa aceito através do sistema de troca de tempo como o telescópio SOAR (*Proposal ID*: 2013B-0627, PI: Gastão B. Lima-Neto). Posteriormente, as imagens foram reduzidas e calibradas astrometricamente pela equipe de apoio do telescópio (maiores detalhes acerca do processo podem ser encontradas em [Valdes et al., 2014](#)).

A calibração fotométrica foi feita através da equação

$$PZ = m_0^{cal} + k'X + k''cor + 2.5 \log \left[\frac{t_{ciencia}}{t_{padrao}} \right], \quad (5.1)$$

onde PZ é o ponto zero da escala AB de magnitudes que almejamos obter, m_0^{cal} é uma constante de calibração, k' é o coeficiente de extinção de primeira ordem, X é a massa de ar, k'' é o coeficiente de extinção de segunda ordem, $t_{ciencia}$ é o tempo de exposição das imagens (Tab. 5.1) e t_{padrao} é a exposição do campo de estrelas padrão que no nosso

caso foi de 15 segundos. Como estimativa da *cor* utilizamos os índices $i' - r'$ e $g' - r'$ de galáxias de morfologia *Sab* localizadas em $z \sim 0.8$ ($i' - r' = 0.63$ e $g' - r' = 1.64$, Fukugita et al., 1995). O termo de extinção de segunda ordem foi obtido através de ajuste linear dos três primeiros membros da equação 5.1 para os dados dos campos de padrões observados no início e final da noite comparados com o catálogo fotométrico calibrado do SDSS (Adelman-McCarthy e et al., 2011). Em virtude da noite de observação não ter sido fotométrica, utilizamos os coeficientes de extinção de primeira ordem k' medidos pela equipe de apoio do telescópio quando da tomada de dados para o *Dark Energy Survey*.

Após o registro conjunto das imagens, os catálogos fotométricos foram feitos através do programa SExtractor (Bertin e Arnouts, 1996) em modo duplo a partir da banda de detecção r' , a mais profunda de nossa amostra. As galáxias foram selecionadas seguindo o mesmo processo descrito na Seç. 3.2.1 sendo que os objetos mais fracos que $r' = 19$ foram classificados como galáxias se $\text{FWHM} > 1.24$ arcsec. Como critério adicional selecionamos apenas galáxias com erro na magnitude menor que $\sigma_{r'} = 0.1$ de forma a melhorar a precisão da medida de sua forma na análise por lentes gravitacionais fracas que será descrita a seguir.

5.3 Análise por lentes gravitacionais fracas

5.3.1 Identificação das galáxias da sequência vermelha

A determinação do *locus* ocupado pelas galáxias da sequência vermelha do aglomerado (e.g. Dressler, 1980) no espaço de cores foi feita através da subtração estatística da densidade de galáxias no espaço de cores $r' - i' \times g' - r'$ considerando aquelas localizadas em duas regiões distintas da imagem de A3376 (ver Fig. 5.1): a região retangular *magenta* compreende a parte central de A3376 onde esperamos haver predominância das galáxias membro enquanto que as duas regiões *pretas* estão suficientemente afastadas de modo que é esperado que a contribuição das galáxias do aglomerado seja praticamente desprezível^[1]. Esta conjectura é corroborada pela Fig. 5.2 que mostra um excesso de objetos brilhantes na região central em comparação com a periferia da imagem. Baseados nisto, adotamos $r' = 19.5$ como limite fraco de magnitudes das galáxias da sequência vermelha de A3376.

Ao final, foram identificadas 294 galáxias com cores compatíveis com o *locus* encontrado

¹ A densidade de galáxias no espaço de cores é dada pela razão entre o número de galáxias num dado *bin* normalizada pela área total da região espacial de onde ela provem.

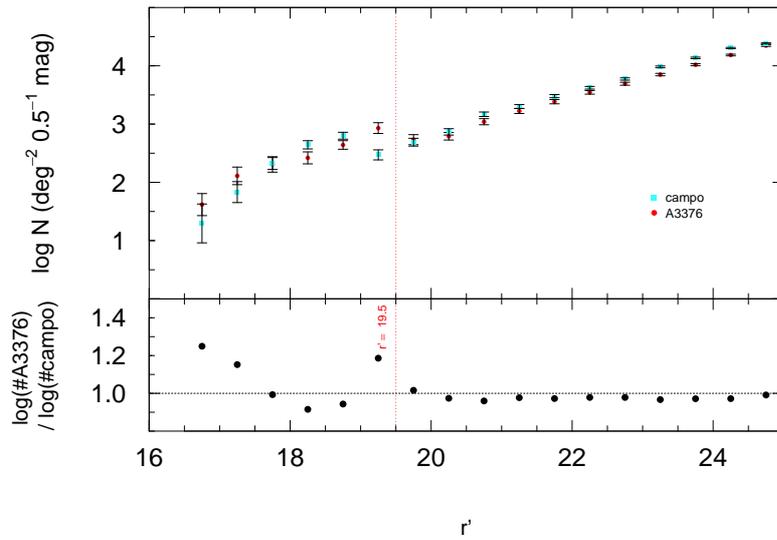


Figura 5.2: Comparação entre ao logaritmo das contagens nas duas regiões do campo (retângulos tracejados pretos na Fig. 5.1) e na região do aglomerado (área magenta na mesma figura). As galáxias do aglomerado predominam até $r' = 19.5$ (linha vermelha) que foi considerado nosso limite fraco para detecção das galáxias da sequência vermelha.

(quadrilátero destacado na Fig. 5.3a) e $r' \leq 19.5$ doravante membros da sequência vermelha (Fig. 5.3b). Sua distribuição espacial projetada bem como o mapa de luminosidade podem ser vistos respectivamente na Fig. 5.4 e na Fig. 5.5.

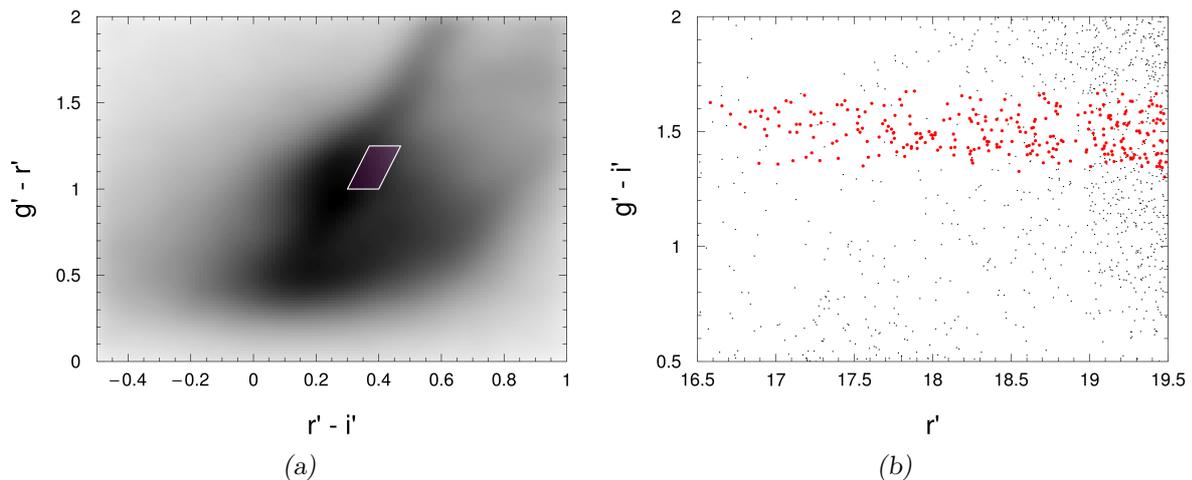


Figura 5.3: (a). Diagrama de cores das galáxias selecionadas no catálogo de A3376 com destaque ao locus ocupado pelas galáxias da sequência vermelha identificadas através de subtração estatística. Em (b) temos o diagrama cor \times magnitude com destaque para os 294 membros da sequência vermelha localizados dentro do locus e mais brilhantes que $r' = 19.5$.

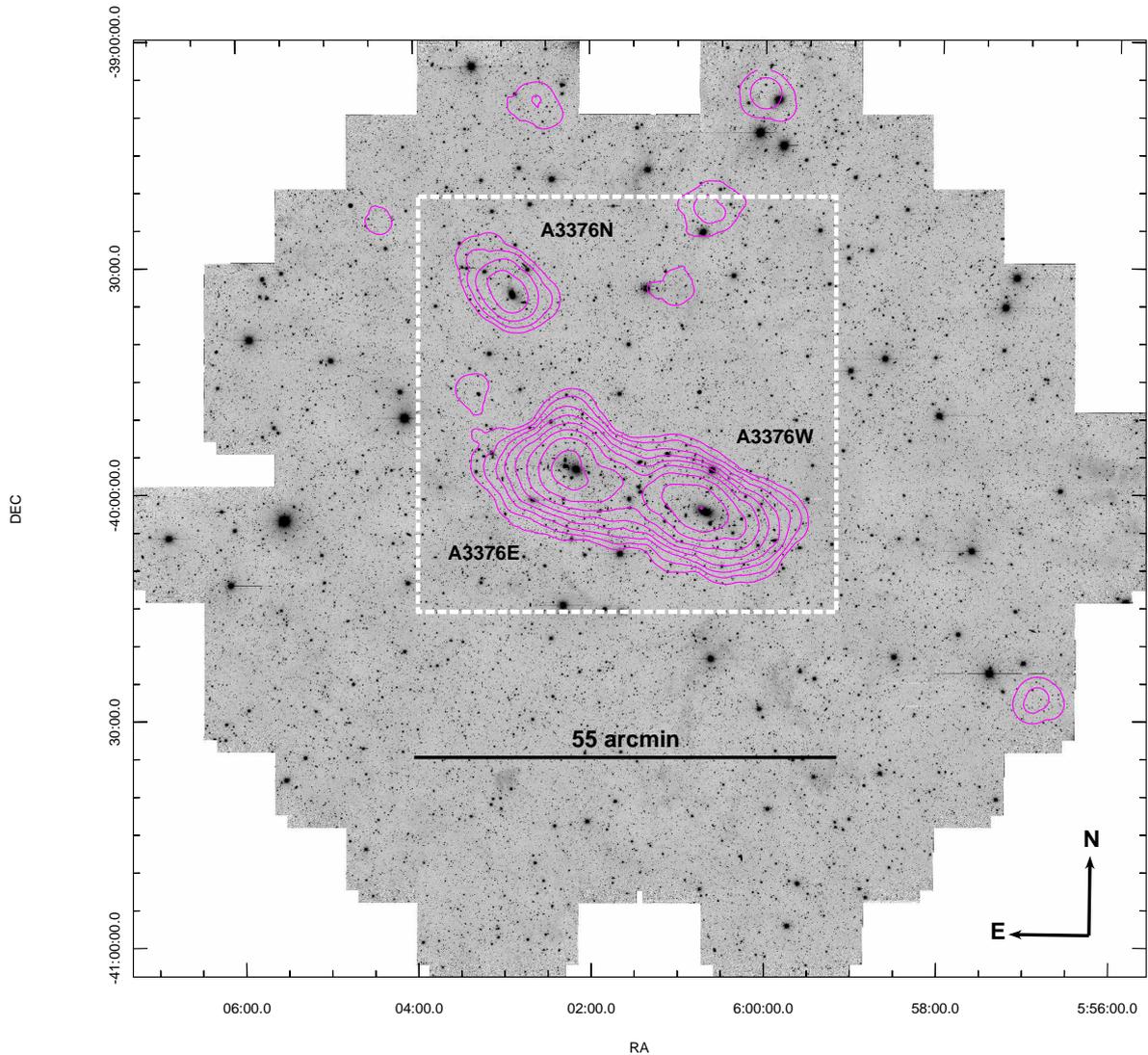


Figura 5.4: Contornos logarítmicos (*magenta*) da densidade espacial projetada das galáxias da sequência vermelha calculados com o *kernel* de Epanechnikov. O *retângulo* que limita a região mais densamente povoada pelas galáxias membros engloba, além da estrutura principal bimodal, uma região localizada ao norte que possui galáxias com propriedades fotométricas compatíveis com as da sequência vermelha de A3376. As análises apresentadas a seguir (lentes e dinâmica) permitirão atestar sua pertinência ao sistema A3376.

Notável nas Figs. 5.4 e 5.5 é a aparente natureza trimodal de A3376 num cenário coerente com o sugerido por Ramella et al. (2007). A candidata a nova estrutura, que convençamos chamar A3376N, está centrada em uma galáxia vermelha brilhante localizada a ~ 25 arcmin (~ 1.4 Mpc) da BCG E. Comparada ao que chamaremos a partir de agora de estrutura principal, a nova componente é menos destacada que A3376W e A3376E e estas duas por sua vez se apresentam como uma estrutura claramente bimodal centrada aproximadamente nas respectivas BCGs. Com base nos mapas apresentados foi definida

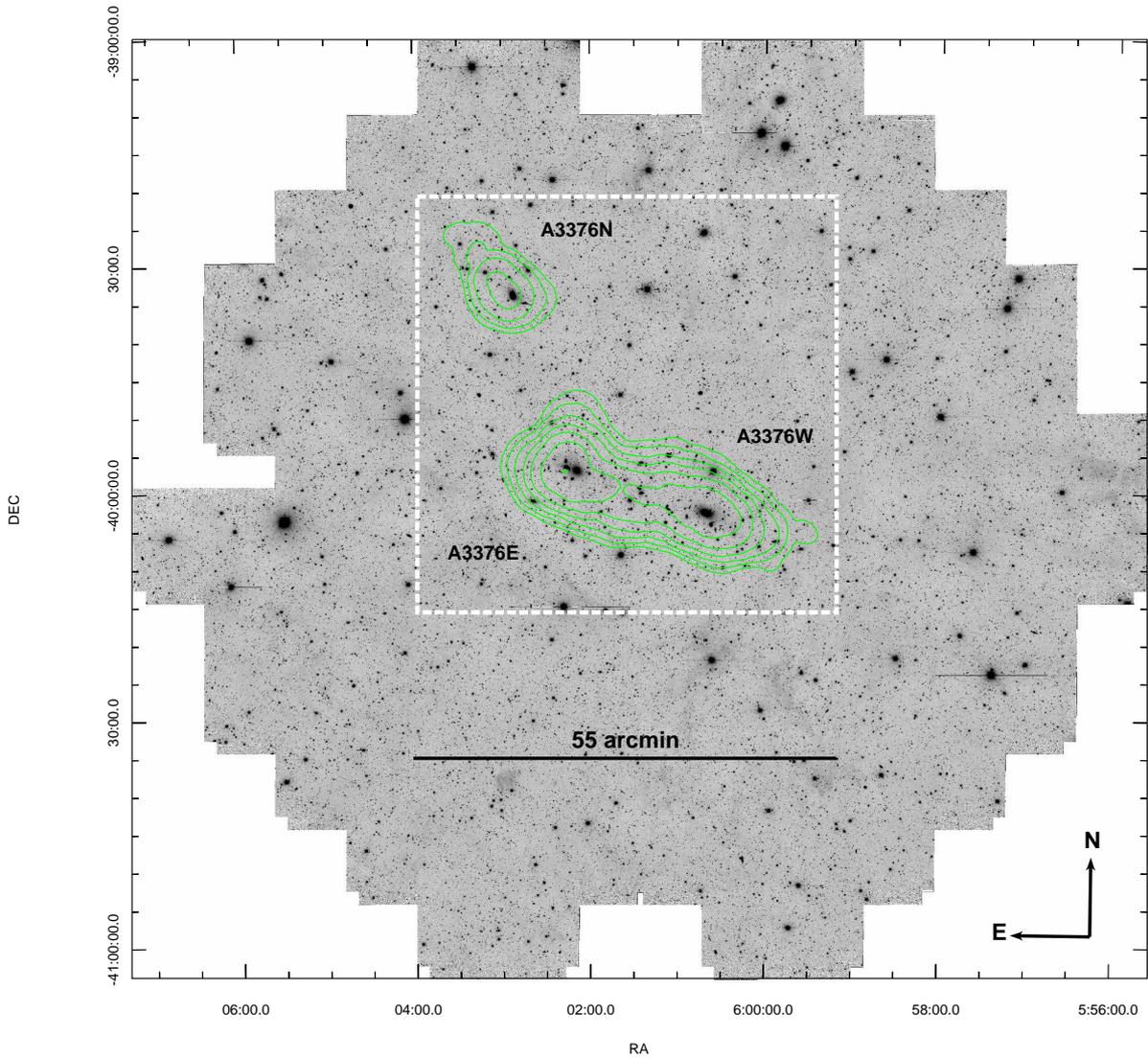


Figura 5.5: Contornos logarítmicos (verde) da distribuição de luminosidade r' das galáxias da sequência vermelha calculados com o *kernel* de Epanechnikov. O mapa guarda grande semelhança com a densidade espacial projetada sendo que cada uma das três estruturas está aproximadamente centrada numa galáxia vermelha brilhante. O retângulo é o mesmo definido no mapa de densidade.

uma região quadrada de 55×55 arcmin onde concentraremos os esforços na investigação de estruturas correspondentes na distribuição de massa.

5.3.2 Medida da PSF e correção da forma das galáxias de fundo

Em imagens muito grandes como as da DECam podem ocorrer variações expressivas no valor da PSF especialmente nas regiões mais afastadas do centro da imagem. Este efeito está ilustrado na Fig. 5.6, cujos quadros seguem a mesma disposição apresentada

na Fig. 5.1. Visando garantir a acurácia na determinação da forma dos objetos, a medida e correção pela PSF foi feita individualmente para cada um dos nove quadros (44×41 arcmin cada) tendo como base estrelas brilhantes e não saturadas (ver Fig. 5.6).

Uma peculiaridade instrumental da DECam é o fato de sua PSF também ser levemente dependente da magnitude observada, de modo que quanto mais brilhante o objeto maior sua PSF. Este efeito é anisotrópico devido ao alinhamento preferencial das cargas elétricas na direção de leitura do CCD (Antilogus et al., 2014; Melchior et al., 2015). A origem deste fenômeno é atribuída ao acúmulo de carga nos pixels que altera o campo elétrico na região, criando um força de repulsão que cresce linearmente com a quantidade acumulada de carga (Antilogus et al., 2014). Como ainda não há, nesta data, uma correção nativa para este problema, foi levada em consideração também a dependência com a magnitude na modelagem da PSF.

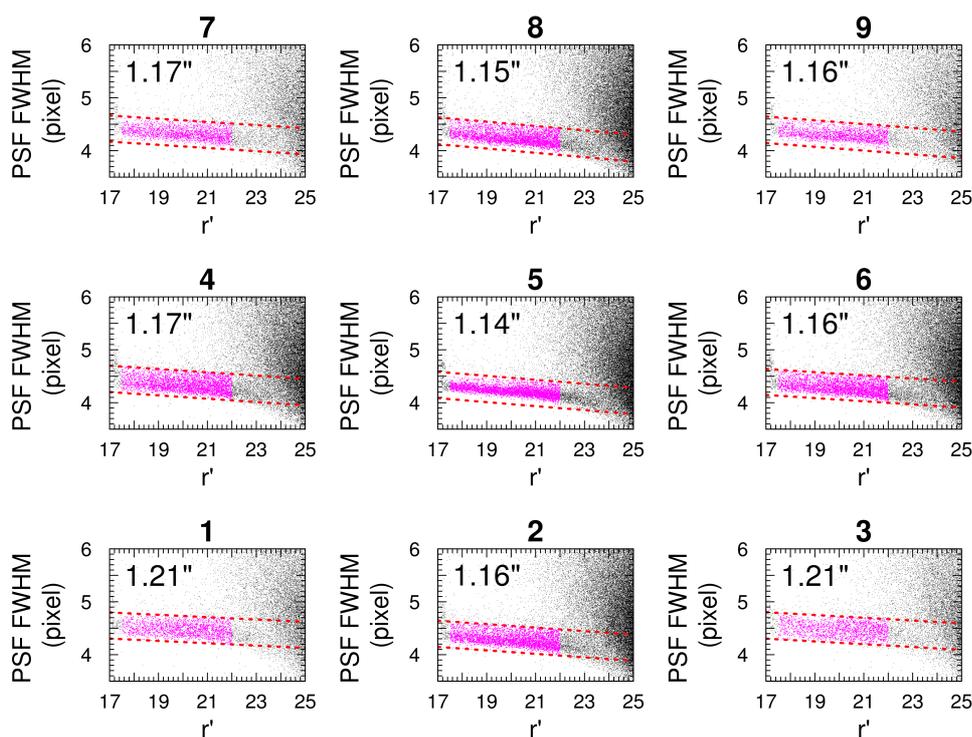


Figura 5.6: Seleção de estrelas brilhantes e não saturadas para medida e correção da PSF em cada um dos quadros da imagem de A3376. Em *vermelho* estão as linhas limítrofes de cada amostra limitada também em $17.5 \leq r' \leq 22$ (*magenta*). O valor em destaque nos gráficos é a PSF FWHM que foi tomada como a média das estrelas selecionadas. Note que a sequência de estrelas selecionadas não é paralela ao eixo das abscissas mas possui um coeficiente angular devido à peculiar dependência PSF \times magnitude observada na DECam. Foram selecionadas ~ 1700 nos quadros 1, 3, 7 e 9 (cantos) e ~ 3500 nos demais.

De posse da medida individual da PSF das estrelas selecionadas (programa IM2SHAPE, Seç. 2.1.9), a expressão analítica da PSF foi obtida através da interpolação destes valores utilizando a rotina TPS (Nychka et al., 2014) dentro do ambiente R. Os parâmetros da PSF (FWHM, e_1 e e_2) foram modelados como função conjunta da posição (x, y) e da magnitude r' a partir das medidas discretas de cada estrela. Dados discrepantes que pudessem influenciar o resultado final foram removidos repetindo-se o processo de interpolação por três vezes com a remoção dos 10% piores resíduos ao final de cada iteração. A Fig. 5.7 mostra que, como resultado, a interpolação produziu transições suaves entre as curvas de nível de e_1 e e_2 , assim como para a FWHM. Na Fig. 5.8 podemos notar que, independentemente da distribuição inicial das elipticidades e_1 e e_2 , a interpolação da PSF foi bem sucedida na medida que os conjuntos dos resíduos são todos compatíveis com zero e possuem pequeno espalhamento. Já a Fig. 5.9, mostra os valores de e_1 e e_2 originalmente medidos nas estrelas e os valores resultante após o processo de *clipping*.

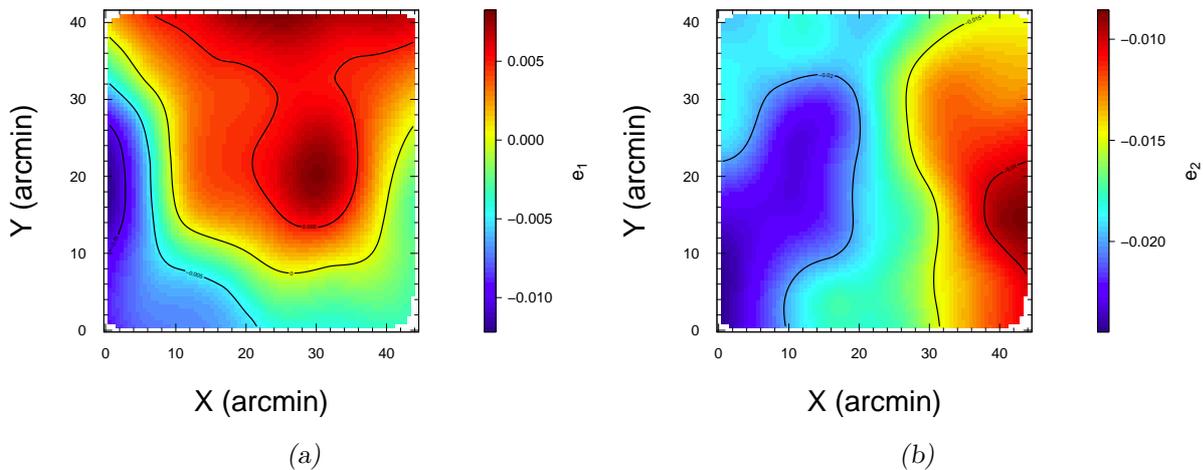


Figura 5.7: Interpolação de e_1 e e_2 na região do quadro #5 através da rotina TPS. Assim como ocorreu na modelagem da FWHM, a suavidade na transição entre as curvas de nível apresentadas é um indicador da qualidade do ajuste.

5.3.3 Reconstrução da distribuição de massa

A medida da deformação geométrica sofrida pelas galáxias de fundo é usada para a determinação da massa que atuou como lente gravitacional. Neste sentido, para o sucesso da técnica de lentes gravitacionais fracas, se faz necessária uma seleção minuciosa da amostra

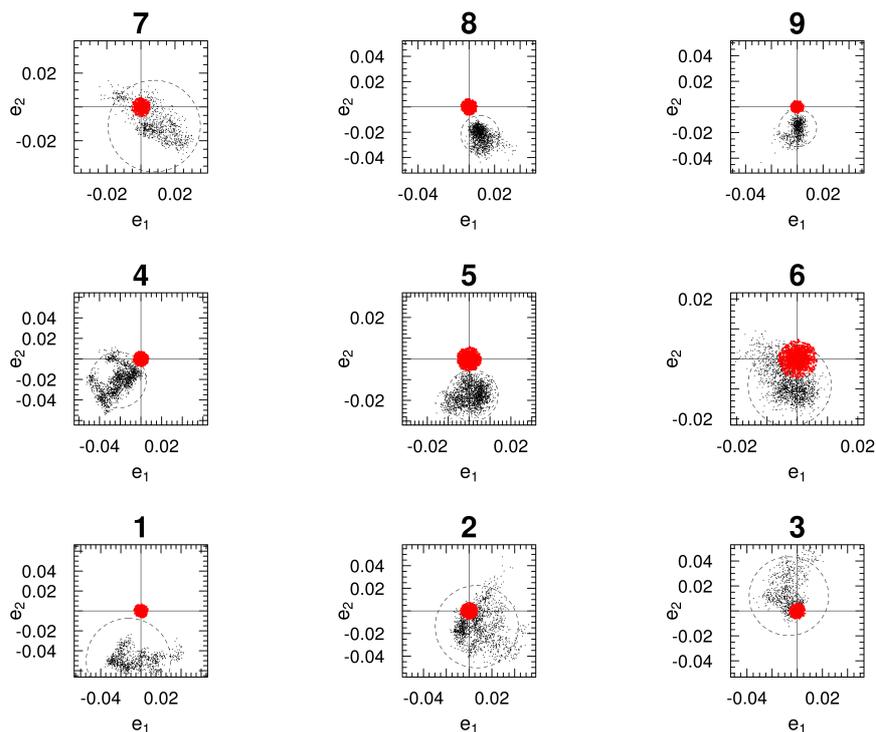


Figura 5.8: Distribuição inicial de e_1 e e_2 (pontos pretos) medidos pelo programa IM2SHAPE nas estrelas selecionadas em cada um dos nove quadros do campo da DECam. Em vermelho são apresentados os resíduos do processo iterativo para quantificar a PSF. Estes possuem boa concordância com zero independentemente da amplitude do espalhamento dos dados iniciais. Os círculos tracejados englobam 95 % dos dados.

evitando ao máximo a contaminação pelas galáxias de frente e do aglomerado. Entretanto, por A3376 estar localizado em um baixo *redshift*, é esperado que a razão entre essas populações favoreça as galáxias de fundo. De fato, analisando dados do levantamento profundo do céu CFHTLS^[2], apenas 639 galáxias nesse intervalo de magnitudes (ou 0.14 % da amostra total) estão situadas em *redshift* menor que $z = 0.046$ tornando desprezível a contaminação da amostra pelas galáxias de frente. Baseado nisto optamos por não definir um *locus* específico no espaço de cores para as galáxias de frente, considerando como candidatas à população de fundo todas aquelas fora do *locus* da sequência vermelha (*quadrilátero* destacado na Fig. 5.3a) e com $r' \geq 21$.

A partir da expressão analítica (Seç. 5.3.2), calculou-se o valor dos parâmetros da PSF que foram usados para deconvoluir as imagens de cada uma das galáxias de fundo. Estas últimas foram modeladas como a soma de duas gaussianas pelo IM2SHAPE. Após

² <http://www.cfht.hawaii.edu/Science/CFHTLS/>

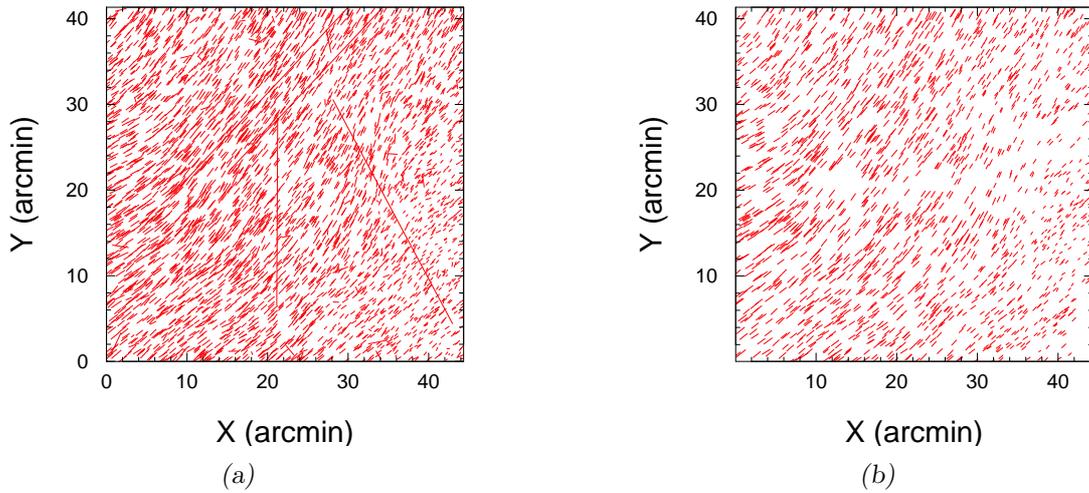


Figura 5.9: (a) Medida da PSF com base nos valores de e_1 e e_2 das 3793 estrelas selecionadas no quadro #5. (b) PSF das 1959 restantes após o processo de *clipping*. Os segmentos de reta tem comprimento proporcional a $e = (e_1^2 + e_2^2)^{1/2}$ e inclinação de $\theta = 0.5 \times \arctan(e_2/e_1)$.

a modelagem e deconvolução da PSF foram removidas todas as galáxias com erro na elipticidade σ_e maior que 0.2 e aquelas cuja incerteza na determinação de sua posição foi maior que 5 pixels (1.35 arcsec).

A escolha do limite para as galáxias de fundo mais fracas foi pensada de modo a maximizar a razão sinal/ruído do efeito de lentes fracas na região próxima às BCGs, onde é maior a probabilidade da detecção de concentrações de massa relacionadas ao aglomerado (conforme mostrado nos mapas de densidade e luminosidade das galáxias da sequência vermelha, Seç. 5.3.1). Foram consideradas amostras com cortes feitos em $r'_{max} = \{24, 24.5, 25, 25.5\}$ que tiveram seus mapas de S/R construídos através da estatística de massa de abertura (Cap. 2). A região central da imagem de A3376 (*retângulo* destacado nas Figs. 5.4 e 5.5) foi dividida em 150×150 bins (~ 300 arcsec² cada) e o S/R de cada um deles foi medido a partir das galáxias de fundo contidas dentro de um raio $R \leq 13$ arcmin (Tab 2.1). A partir do mapa final, os picos foram identificados dentro de uma janela circular de $R = 2.5$ arcmin, cuja medida é da ordem do tamanho da menor das estruturas (A3376N) no mapa de densidade de galáxias (Fig. 5.4).

Os resultados apresentados na Tab. 5.2 e na sequência de imagens da Fig. 5.10 mostram que o corte em $r'_{max} = 24.5$ maximiza a detecção das candidatas a estruturas de A3376. Enquanto as regiões de A3376W e A3376N são sempre detectadas aproximadamente na

Tabela 5.2 - Significância (em unidades de σ) da detecção dos picos das estruturas de A3376 para diversos cortes do limite fraco da magnitude das galáxias de fundo. A densidade espacial de galáxias Σ é calculada dentro do quadro central #5.

r'_{max}	Σ (gal arcmin ⁻²)	\mathcal{S} A3376W	\mathcal{S} A3376E	\mathcal{S} A3376N
25.5	14.5	1.60	2.34	0.41
25	14.5	1.62	2.37	0.50
24.5	12.3	2.80	2.01	1.76
24	9.1	2.42	0.76	0.85

mesma posição, A3376E muda ligeiramente de posição na amostra com $r'_{max} = 24$ sugerindo que ela seja multimodal e/ou esteja acompanhada de estruturas de fundo bastante próximas. Em virtude do baixo *redshift* do aglomerado e do alto *seeing* da imagem r' (Tab 5.1), o sinal de maneira geral é fraco e o campo bastante ruidoso, como podemos notar na Fig. 5.10. A comparação com a amostra do CFHTLS permitiu encontrar a densidade crítica de $\Sigma_{cr} = 9.6 \times 10^9 M_{\odot} \text{ kpc}^{-2}$, de acordo com a equação 2.43.

A distribuição da massa na região central de A3376, obtida através do programa LENS-ENT2 (Cap. 2), é apresentada na Fig. 5.11. As galáxias de fundo foram analisados em um *grid* de 512×512 bins e suavizadas por um filtro gaussiano de base $\sigma = 160$ arcsec que mostrou o melhor compromisso entre sinal e ruído. Há uma boa concordância com o mapa de S/R da Fig. 5.10, com as concentrações de massa estando localizadas nas regiões de maior S/R e ambos os mapas mostrando a presença de muitas estruturas no campo. Como visto na Seq. 2.1, o baixo *redshift* ao mesmo tempo que dilui o sinal intrínseco do aglomerado A3376, permite que estruturas localizadas em *redshifts* mais altos apareçam como um sinal espúrio no mapa de massa. Sendo assim, o critério adotado para a identificação das concentrações de massa relacionadas às estruturas de A3376 foi o de maior proximidade a cada BCG.

5.3.4 Modelagem das lentes

A presença de diversas estruturas no campo traz um fator adicional de dificuldade para a determinação das massas dos subaglomerados de A3376. Para contornar este problema, identificamos as contribuições de massa mais relevantes e realizamos o modelamento conjunto com as estruturas de interesse previamente identificadas. A quantidade e sig-

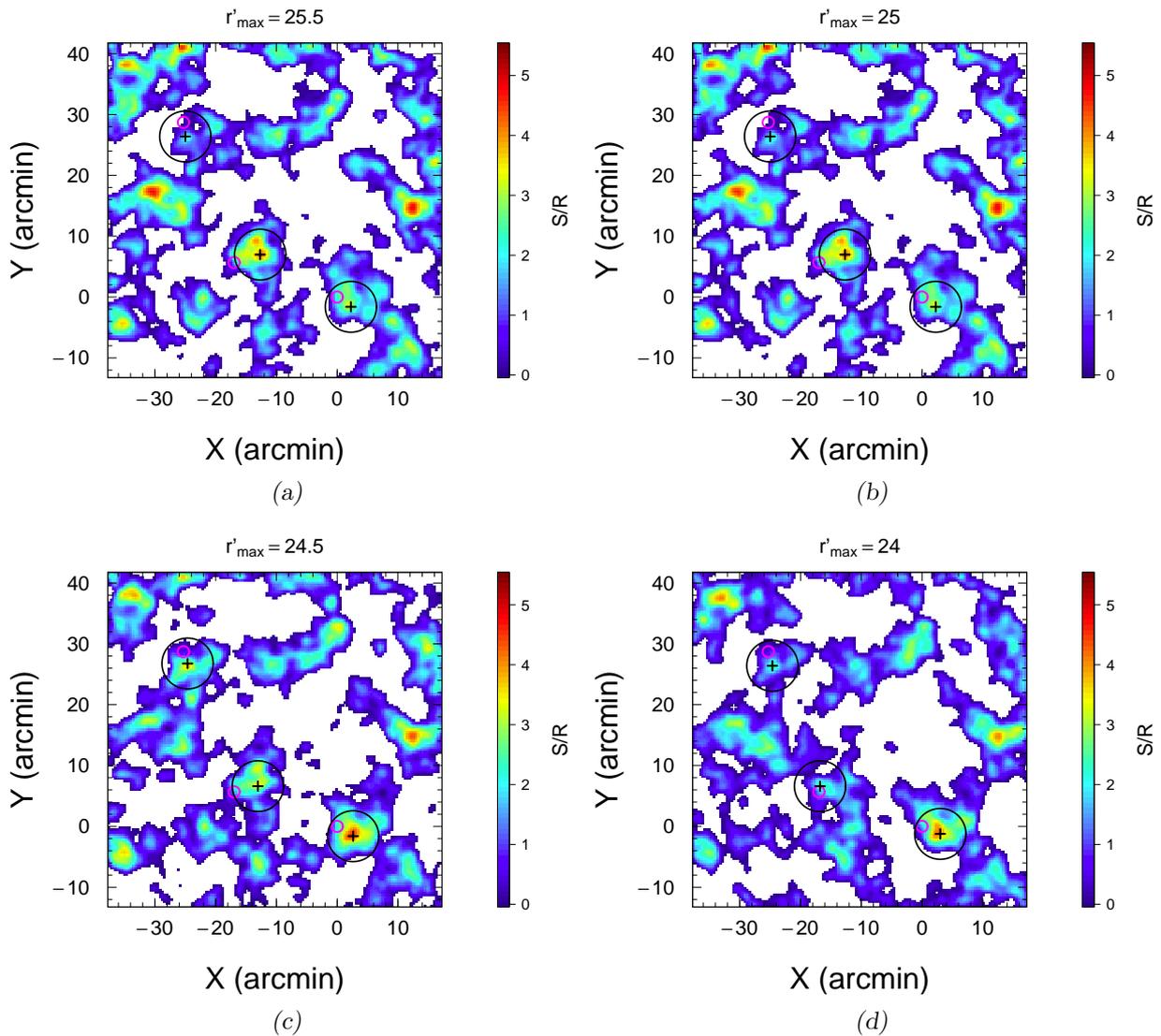


Figura 5.10: Sequência de mapas de sinal/ruído (S/N) da região central de A3376 para galáxias de fundo com $r' \geq 21$ e limite fraco (a) $r' \leq 25.5$, (b) $r' \leq 25$, (c) $r' \leq 24.5$ e (d) $r' \leq 24$. Os picos, identificados com “+”, foram detectados a partir de aberturas (círculos pretos) de raio 2.5 arcmin. As BCGs são identificados como círculos magenta. As regiões em branco possuem S/R negativo.

nificância dos picos identificados na distribuição de massa estão intimamente relacionados ao tamanho da janela circular utilizada. Após o teste de diferentes raios de abertura, adotamos $R = 2.8$ arcmin (~ 152 kpc) o que permitiu que dois dos três subaglomerados fossem identificados com $\mathcal{S} > 3\sigma$. Adicionalmente, adotamos como limite inferior para detecção a significância do pico menos pronunciado, $\mathcal{S}_E = 1.6\sigma$ (neste caso, A3376E). Os 13 picos identificados neste processo são mostrados na Fig. 5.12.

A medida das massas foi feita a partir da modelagem conjunta dos 13 perfis NFW cujo

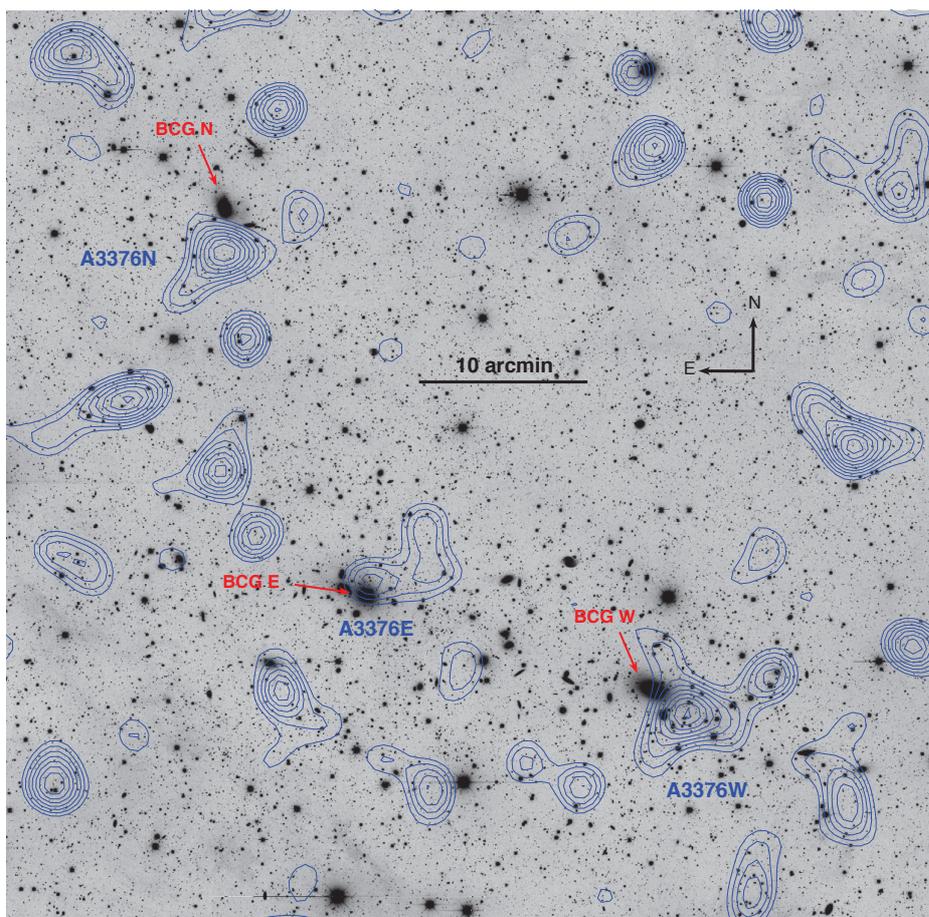


Figura 5.11: Mapa da distribuição de massa na região de A3376 obtido pelo LENSENT2 sobreposto à parte central da imagem r' . Os contornos em azul representam $\kappa \in [0.05 : 0.15]$ espaçados de 0.01. As estruturas principais A3376W & A3376E foram identificadas como aquelas mais próximas das respectivas BCGs representadas por círculos na cor magenta. A nova estrutura previamente identificada nos mapas de densidade e luminosidade possui uma concentração de massa relacionada a ela a qual denominamos A3376N.

único parâmetro livre foi a massa de cada estrutura. O cisalhamento cartesiano efetivo

$$g_i = \sum_{k=1}^{13} g_i^k, \quad i \in \{1, 2\}, \quad (5.2)$$

foi comparado com as medidas de e_1 e e_2 das galáxias de fundo contidas na região central da imagem através da função χ^2 ,

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{N_{\text{objetos}}} \sum_{i=1}^2 \frac{(g_i - e_{i,j})^2}{\sigma_{\text{int}}^2 + \sigma_{\text{obs},j}^2}, \quad (5.3)$$

sendo $\sigma_{\text{obs},j}$ a medida do erro na medida das elipticidade e $\sigma_{\text{int}} = 0.35$ (Caps. 3 e 4).

O parâmetro de concentração foi fixado através da relação apresentada por Duffy et al. (2008) (Eq. 3.7).

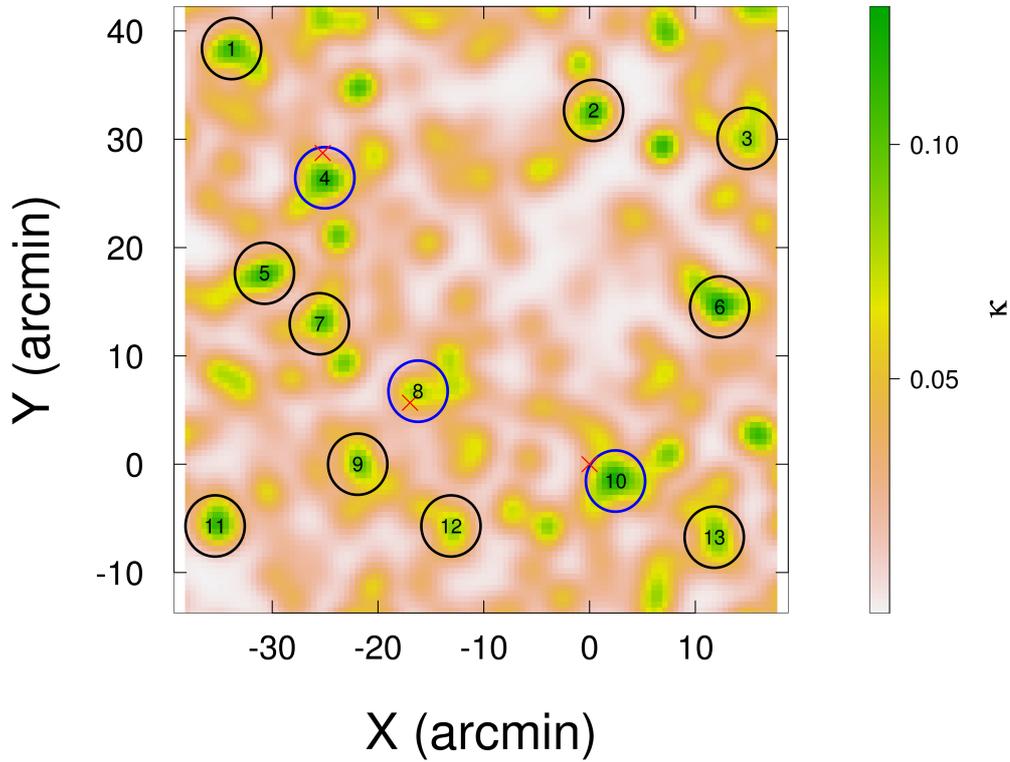


Figura 5.12: Identificação dos picos mais relevantes na região central do campo de A3376. Todas as concentrações de massa foram detectadas dentro de uma janela circular de raio $R = 2.8$ arcmin e com significância $\mathcal{S} \geq 1.6\sigma$. Os subaglomerados A3376W, A3376E e A3376N correspondem respectivamente aos picos #10, #8 e #4 destacados em azul. As BGCs estão representadas como “X”.

Sob a ótica bayesiana o posterior do problema, que é probabilidade da ocorrência dos parâmetros do modelo dadas as medidas, é escrito como

$$\mathcal{P}(M|\text{dados}) \propto \mathcal{L}(\text{dados}|M) \times \Pi(M), \quad (5.4)$$

onde adotamos o prior uniforme $0 < M \leq 8 \times 10^{15} M_{\odot}$ para acelerar o tempo necessário para a convergência do modelo e

$$\ln \mathcal{L} \propto -\frac{\chi^2}{2}. \quad (5.5)$$

5.3.5 Resultados

Para o mapeamento do posterior da Eq. 5.4 fizemos novamente o uso das cadeias de Markov e método de Monte Carlo (MCMC, pacote MCMCMETROP1R). Construímos quatro cadeias de 1×10^5 elementos cada (geradas a partir de diferentes sementes) além

Tabela 5.3 - Valores da mediana dos posteriores marginalizados da massa dos subaglomerados de A3376. A incerteza corresponde a um intervalo de confiança de 68% medido na cadeia MCMC final.

Subaglomerado	M_{200} ($10^{14} M_{\odot}$)
A3376W	$3.01^{+1.27}_{-1.73}$
A3376E	$0.92^{+0.45}_{-0.76}$
A3376N	$1.38^{+0.68}_{-1.05}$

de permitir 10^4 iterações iniciais de *burn-in* para garantir a convergência. Deste modo, a cadeia final combinada de 4×10^5 elementos apresentou convergência ($R \sim 1$ dentro de 68% c.l.) para todos os 13 parâmetros mapeados.

A massa de cada subaglomerado foi obtida marginalizando-a sobre os demais parâmetros do modelo e estimando a mediana da distribuição resultante. As medidas são apresentadas na Tab. 5.3. Os posteriores marginalizados das massas da estrutura principal A3376W&E são mostrados na Fig. 5.13.

Para o sistema em colisão, as massas individuais obtidas foram de $M_{200}^W = 3.01^{+1.27}_{-1.73} \times 10^{14} M_{\odot}$ e $M_{200}^E = 0.92^{+0.45}_{-0.76} \times 10^{14} M_{\odot}$. Já sua massa total, correspondente à soma das duas, foi estimada em $M_{200}^{W+E} = 4.10^{+1.45}_{-1.84} \times 10^{14} M_{\odot}$ (Fig. 5.14). Investigamos também a possibilidade, dentro das incertezas, de a estrutura A3376E ser a de maior massa. Os resultados, apresentados na Fig. 5.14, mostram que em apenas 9% das realizações MCMC esta afirmação é verdadeira. Por fim, a estrutura ao norte do campo teve sua massa estimada em $M_{200}^N = 1.38^{+0.68}_{-1.05} \times 10^{14} M_{\odot}$.

Assim como no Cap. 4, a existência de inúmeras concentrações de massa nos impediu de adotar o modelo mais geral com os centros de cada lente sendo parâmetros livres (e.g. Cap. 3). Neste caso, a determinação da significância na posição dos picos de massa foi feita a partir de 10^4 reamostragens das galáxias de fundo com possibilidade de repetição (*bootstrapping*) e reconstrução do mapa de massa. Em cada reamostragem era localizado o pico de massa mais próximo aos previamente identificados. O resultado apresentado na Fig. 5.15 mostra que as posições das BCGs (definida por seus centros) são coincidentes com o pico da distribuição de massa dentro de 2σ (95 % c.l.) em A3376E e A3376W. Mais precisamente, BGC e pico de massa estão separados de 152^{+26}_{-29} kpc (168^{+28}_{-32} arcsec), 81^{+39}_{-28} kpc (89^{+43}_{-31} arcsec) e 138^{+27}_{-6} kpc (152^{+30}_{-7} arcsec) respectivamente em A3376W, A3376E

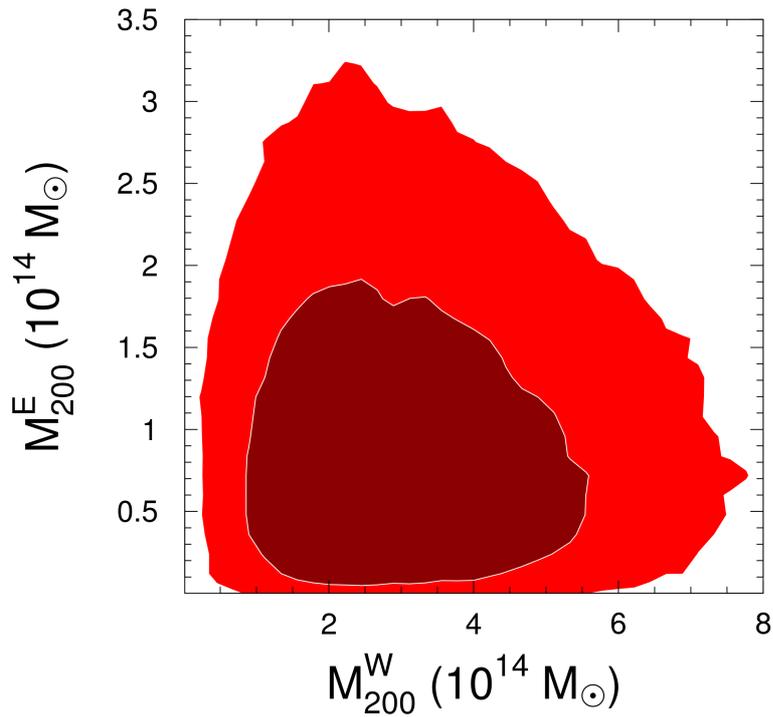


Figura 5.13: Posterior marginalizado das massas das estruturas principais A3376W & A3376E. A região em *vermelho escuro* representa o intervalo de confiança de 68% enquanto que a mais clara corresponde ao intervalo de 95%. O teste de Pearson mostra que praticamente não há correlação entre os parâmetros, com $-0.049(2)$.

e A3376N. Os picos de massa do sistema em colisão estão distantes 1121_{-79}^{+89} kpc um do outro, um pouco mais afastados que as respectivas BCGs (971 kpc). O pico de massa do subaglomerado A3376N está a 1147_{-56}^{+63} kpc do pico de massa em A3376E, considerando a distância projetada.

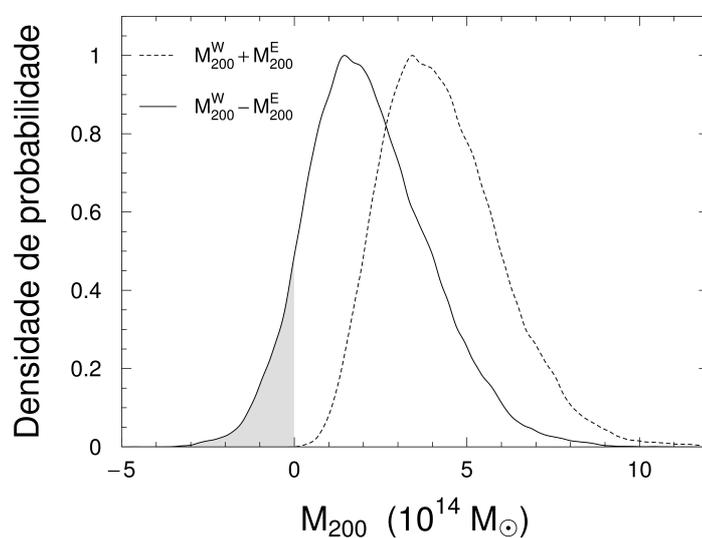


Figura 5.14: Distribuição de probabilidade normalizada da soma (linha *pontilhada*) e da subtração (linha *contínua*) dos posteriores das massas das estruturas em colisão A3376W & A3376E obtidos via MCMC. A massa total é de $M_{200}^{W+E} = 4.10^{+1.45}_{-1.84} M_{\odot}$ com uma probabilidade de 91% de A3376W ser a estrutura de maior massa.

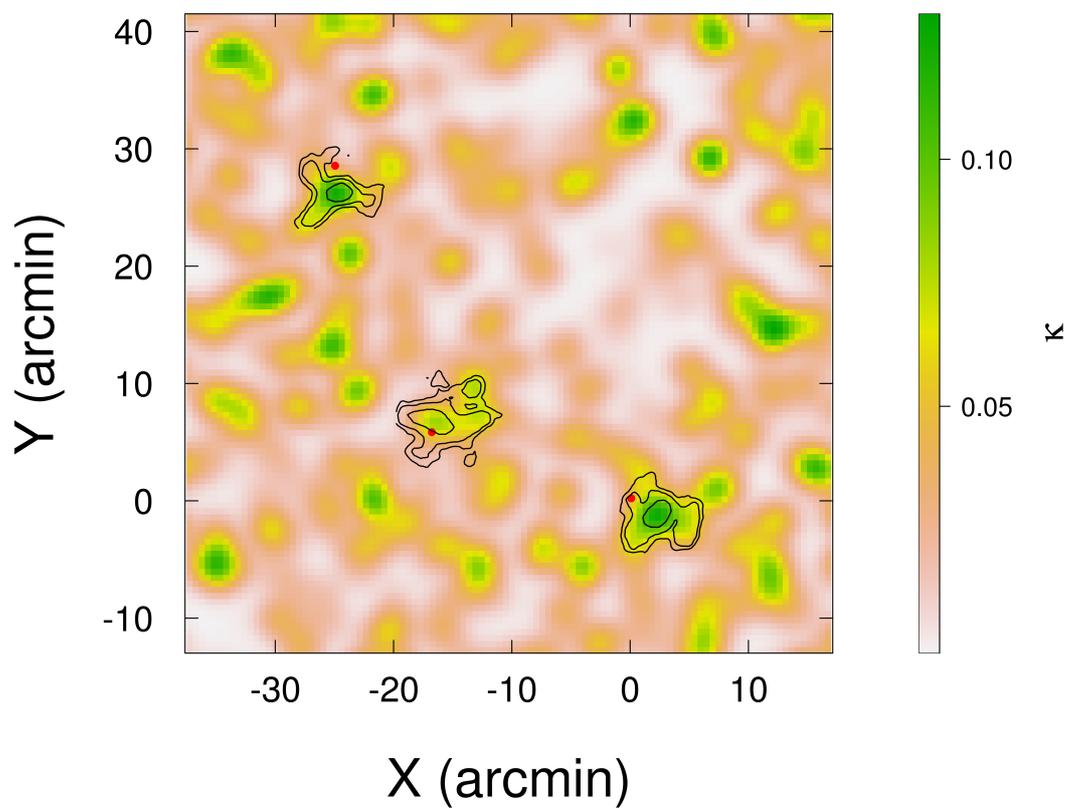


Figura 5.15: Mapa da convergência κ na região central de A3376 sobreposto aos contornos de confiança de 68%, 95% e 99% da posição do pico de massa das estruturas identificadas em A3376. Os pontos *vermelhos* marcam a posição do centro de cada BCG.

Tabela 5.4 - Características das BCGs dos subaglomerados de A3376.

BCG	α (J2000)	δ (J2000)	z
W	06:00:41.1	-40:02:40.3	0.04661
E	06:02:09.7	-39:56:59.8	0.04559
N	06:02:52.9	-39:33:53.8	0.04820

5.4 Análise dinâmica

Para o estudo da dinâmica de A3376, 239 galáxias com informação de *redshift* espectroscópico foram selecionadas no catálogo do NED dentro de um raio $R = 60$ arcmin do centro da imagem (α : 06h01m13.5s, δ : -40d02m17.6s) cobrindo todo o campo da DE-CAM. As galáxias membro espectroscópicas identificadas a partir do método 3σ -clip têm sua distribuição espacial apresentada na Fig. 5.16 e de *redshifts* na Fig. 5.17. Há uma notável semelhança na distribuição espacial das galáxias membro da sequência vermelha (rever Fig. 5.4) com a amostra espectroscópica. Para nos concentrarmos nas estruturas mais proeminentes anteriormente identificadas, selecionamos as galáxias contidas nas regiões mais densas definidas a partir dos círculos *verdes* na Fig. 5.16. Note que apesar de haver uma pequena intersecção entre as regiões de A3376E e A3376N, não há nenhuma galáxia em comum entre elas.

5.4.1 A3376N

A aplicação do método 3σ -clip para a identificação das galáxias membro nos permitiu confirmar que a estrutura A3376N, previamente identificada pela seleção fotométrica da sequência vermelha (Seç. 5.3.1), possui galáxias com *redshifts* compatíveis com o sistema principal em colisão. Deste modo podemos afirmar que o aglomerado A3376 é, na realidade, trimodal. As informações das respectivas BCGs estão sumarizadas na Tab. 5.4.

As 7 galáxias identificadas dentro de $R \leq 10$ arcmin da BCG N mostram que a estrutura possui $\bar{z} = 0.0472(5)$ e $\sigma_v/(1+z) = 414 \text{ km s}^{-1}$. Entretanto, a ausência de observações da emissão em R-X de seu ICM dificulta a realização de maiores considerações acerca de uma possível interação desta estrutura com o sistema em colisão que é o principal foco deste trabalho.

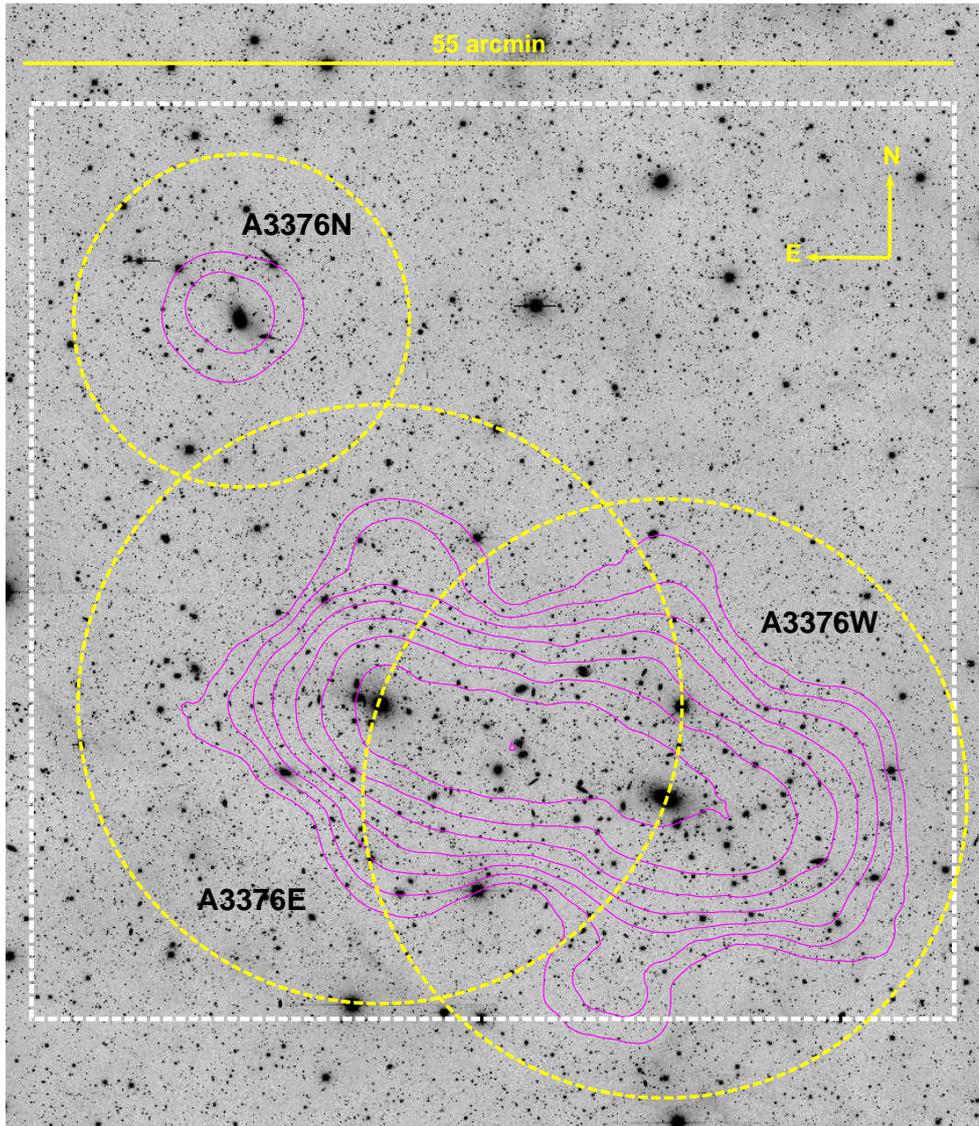


Figura 5.16: Contornos logarítmicos (em *magenta*) da densidade numérica de galáxias selecionadas através do método 3σ -clip aplicado na amostra do NED. Os círculos *verdes* centrados nas BCGs delimitam as regiões densas do campo e que foram consideradas em nossa análise dinâmica: A3376N ($R = 10$ arcmin) e A3376W & A3376E ($R = 18$ arcmin). Das 173 galáxias membros espectroscópicos, 31 delas estão espalhadas pelo campo (fora dos círculos verdes) e não foram consideradas em nossas análises.

5.4.2 A3376W & A3376E

A amostra fiducial de galáxias membro do sistema em colisão foi selecionada dentro de duas regiões de raio $R \leq 18$ arcmin centradas nas BCGs W & E cuja distribuição pode ser vista em destaque na Fig. 5.17. São ao todo 135 galáxias com $\bar{z} = 0.0461(3)$ e $\sigma_v/(1+z) = 835 \text{ km s}^{-1}$ cuja distribuição é gaussiana dentro de 99 % c.l. (p -value = 0.49) de acordo com o teste de Anderson-Darling. Segundo o teste DS (Eqs. 2.103 e 2.104), apresentado

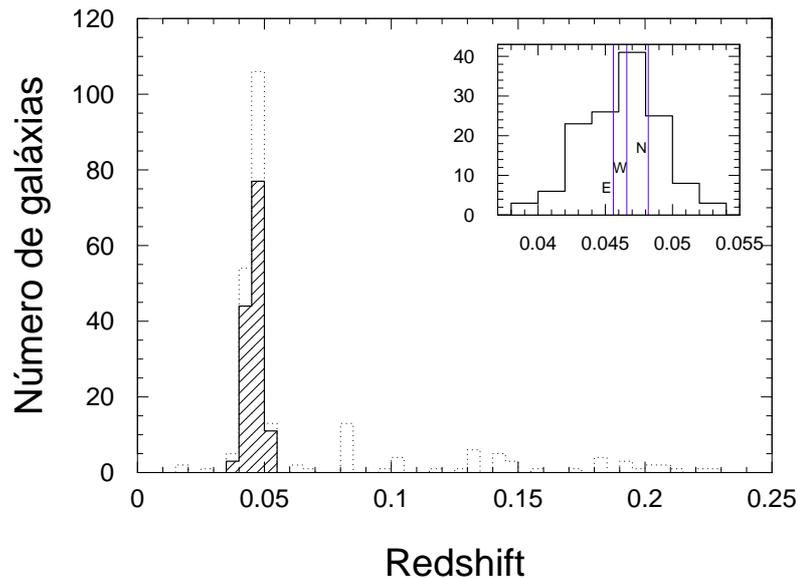


Figura 5.17: Distribuição dos 239 *redshifts* localizados no campo da DECam disponíveis no NED (linha *pontilhada*). Quatro galáxias com $z > 0.25$ foram excluídas para dar maior clareza ao gráfico. Em destaque, as 135 galáxias membro do sistema em fusão A3376W & A3376E selecionadas dentro de $R \leq 18$ arcmin das respectivas BCGs. Esta amostra apresenta $\bar{z} = 0.0461(3)$ e $\sigma_v/(1+z) = 835 \text{ km s}^{-1}$. A título de ilustração, as linhas verticais indicam a posição de cada BCG.

na Fig. 5.18, esta amostra é livre de subestruturas com 99% c.l. ($p\text{-value} = 0.53$).

A aplicação dos testes unidimensionais não traz nenhuma luz à identificação da contrapartida em *redshifts* das estruturas A3376W & A3376E. Tanto o 1D-PAM quanto o 1D-MCLUST retornam grupos espacialmente coincidentes (5.19b), já que os algoritmos acabam por identificar dois grupos o mais separado possível no espaço de *redshifts* (5.19a). De fato, a estatística BIC final do 1D-MCLUST favorece a distribuição unimodal em detrimento ao particionamento em $k = 2$ grupos (segundo melhor modelo), com $\Delta\text{BIC} = 8$ (conforme Seq. 2.2.2.2).

A ausência de, ao menos, bimodalidade destoa do cenário apresentado pelos mapas de R-X (Fig. 5.1), densidade (Fig. 5.4) e luminosidade (Fig. 5.5) e é um indicativo de que apenas uma pequena fração do movimento esteja se dando na direção da linha de visada. Tal situação pode ocorrer tanto no caso do eixo de colisão estar bem próximo ao plano do céu quanto para um sistema próximo do ponto de retorno. Neste cenário, a aplicação dos testes bidimensionais 2D-PAM e 2D-MCLUST com a inclusão a posteriori da informação dinâmica (*redshift*), se mostra mais útil para a investigação deste sistema.

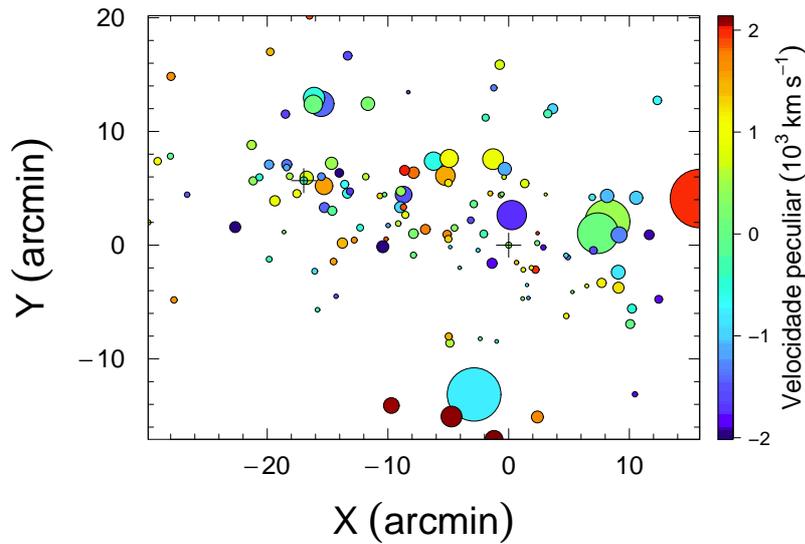


Figura 5.18: Resultado do teste de Dressler-Shectman (DS) aplicado às 135 galáxias membro do sistema em fusão. Não há indicação da presença de subestruturas com 99% c.l. ($\Delta/N = 1.06$). As posições das galáxias são indicadas por círculos cujo raio é proporcional a e^{δ_i} (Eq. 2.103) que quantifica os desvios locais medidos para 11 vizinhos em relação aos valores globais da velocidade média e dispersão de velocidades. A escala de cores indica a velocidade peculiar ($v_{pec} = v_i - \bar{v}$) e o “+” indica a posição das BCGs.

A amostra foi constituída por: (i) galáxias da sequência vermelha (Seç. 5.3.1) dentro de $R \leq 18$ arcmin a partir das BCGs e (ii) galáxias membro com *redshift* conhecido e que inicialmente não estavam contidas em (i). No total, foram selecionadas 192 galáxias sendo 70% delas membros espectroscópicos.

A melhor estatística BIC^[3] do 2D-MCLUST foi apontada pelo método “EEI” (Tab. 5.5) e indica a divisão em dois grupos que podem ser diretamente relacionados aos subaglomerados em fusão, como pode ser visto na Fig. 5.20. A hipótese nula de gaussianidade não pode ser descartada dentro de 99% c.l. para a distribuição de velocidades dos grupos correlacionados à A3376W & A3376E cujas características são mostradas na Tab. 5.6. Estes resultados são robustos em relação aos métodos utilizados pelo 2D-MCLUST e indicam que as estruturas colisionais possuem pequena separação na linha de visada $\delta_v/(1+z) = 181 \pm 147$ km s⁻¹ (ver Fig. 5.21a). Para o 2D-PAM a separação encontrada, $\delta_v/(1+z) = 21 \pm 144$ km s⁻¹, é compatível com o resultado do 2D-MCLUST dentro de 1σ .

Nos sistemas cuja passagem pericêntrica se deu recentemente pode ocorrer algum grau

³ entre todos os métodos aplicados para $k \in \{1 : 9\}$

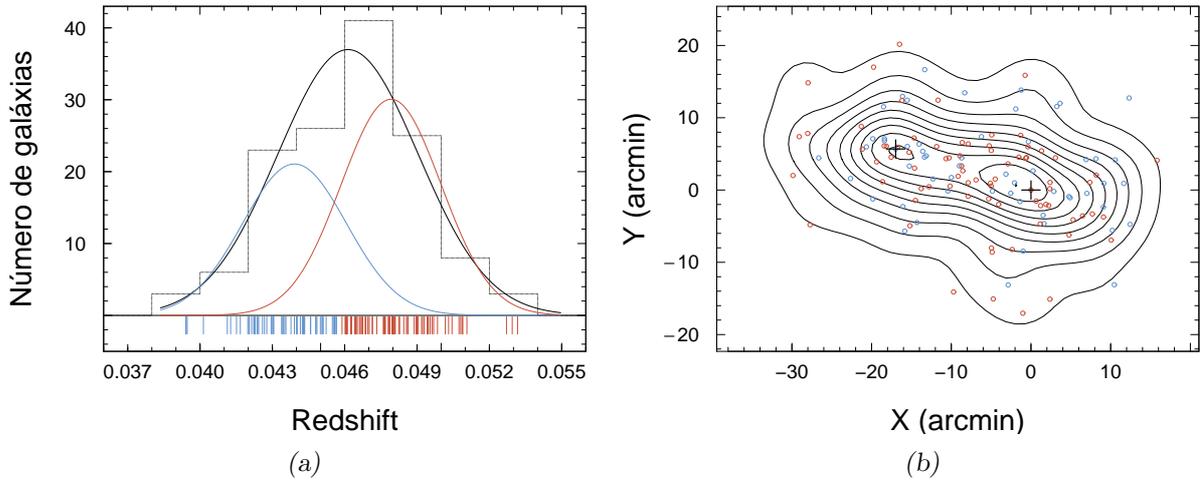


Figura 5.19: Resultado da análise usando o 1D-MCLUST. Em (a) vemos a distribuição de *redshifts* (linha *preta pontilhada*) e a curva gaussiana que melhor a descreve (linha *preta contínua*). Em *vermelho* e *azul* estão os grupos identificados pelo 1D-MCLUST cuja distribuição espacial é mostrada em (b) onde para efeito de comparação estão as curvas de nível lineares da distribuição das galáxias vermelhas do aglomerado (Seç. 5.3.1) adicionadas das galáxias membro espectroscopicamente confirmadas. Para o 1D-PAM os resultados são equivalentes. As BCGs são indicadas pelo “+”.

de sobreposição espacial entre as estruturas, adicionando uma maior complexidade na tarefa de identificar o correto subaglomerado hospedeiro de cada galáxia. Para verificar a consistência dos resultados anteriores com este cenário, refizemos a análise do 2D-MCLUST considerando apenas regiões mais próximas a cada BGC dentro de $R \leq 8$ arcmin, onde se espera haver o predomínio das galáxias do respectivo subaglomerado. Este procedimento resultou em $\delta_v/(1+z) = 230 \pm 169 \text{ km s}^{-1}$, consistente com o resultado original.

A aplicação do 3D-MCLUST não traz melhoria aos resultados anteriores devido à i-

Tabela 5.5 - Estatísticas BIC do 2D-MCLUST para a divisão em k grupos. O valor corresponde ao máximo dentre os métodos utilizados do 2D-MCLUST.

k	Método	BIC
1	EEE	-1097
2	E EI	-1092
3	E EI	-1101
4	VEI	-1111

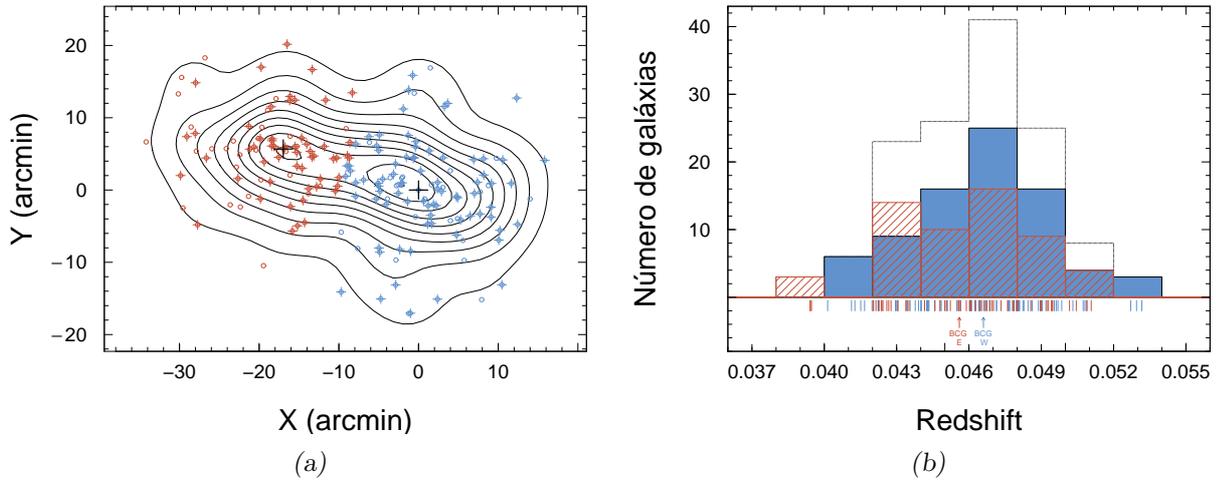


Figura 5.20: Resultado do teste 2D-MCLUST. Em (a) vemos a distribuição espacial das galáxias membro da estrutura em colisão (linha *preta*) onde as BCGs estão representadas por “+”. A melhor estatística BIC ocorre para uma partição em dois grupos que podem ser relacionados à A3376W (*azul*) e A3376E (*vermelho*); a partir daí, foram selecionadas as galáxias com *redshift* disponível para caracterização da dinâmica do sistema, cuja distribuição de *redshifts* é mostrada em (b). Segundo o teste de Anderson-Darling ambos os grupos são gaussianos dentro de 99 % c.l. A separação na linha de visada é de apenas $\delta_v/(1+z) = 181 \pm 147 \text{ km s}^{-1}$. O mesmo procedimento feito pelo 2D-PAM retorna valores comparáveis dentro de 1σ .

Tabela 5.6 - Dinâmica de A3376W & A3376E obtida através do 2D-MCLUST.

	A3376W	A3376E
Membros	79	56
\bar{z}	0.0464(3)	0.0458(4)
$\frac{\sigma_v}{1+z}$ (km s ⁻¹)	815	858

nocuidade do uso simultâneo das posições e *redshifts*. O algoritmo sugere como melhor solução a não partição do conjunto em detrimento à bimodalidade, apesar da estatística final, $\Delta\text{BIC} = 2.4$, não indicar uma superioridade tão pronunciada. Fixando-se $k = 2$, o 3D-MCLUST retorna aproximadamente os mesmos resultados de sua versão 2D para $\delta_v/(1+z)$ entre os modelos diagonais (“EEI”, “VEI”, “EVI” e “VVI”) porém valores ligeiramente maiores (mais ainda compatíveis dentro de 1σ) para os modelos elípticos (Fig. 5.21b). Entretanto, quando se faz a seleção das galáxias mais internas ($R \leq 8$ arcmin a partir das BCGs), os resultados de todos os modelos se tornam equivalentes aos obtidos

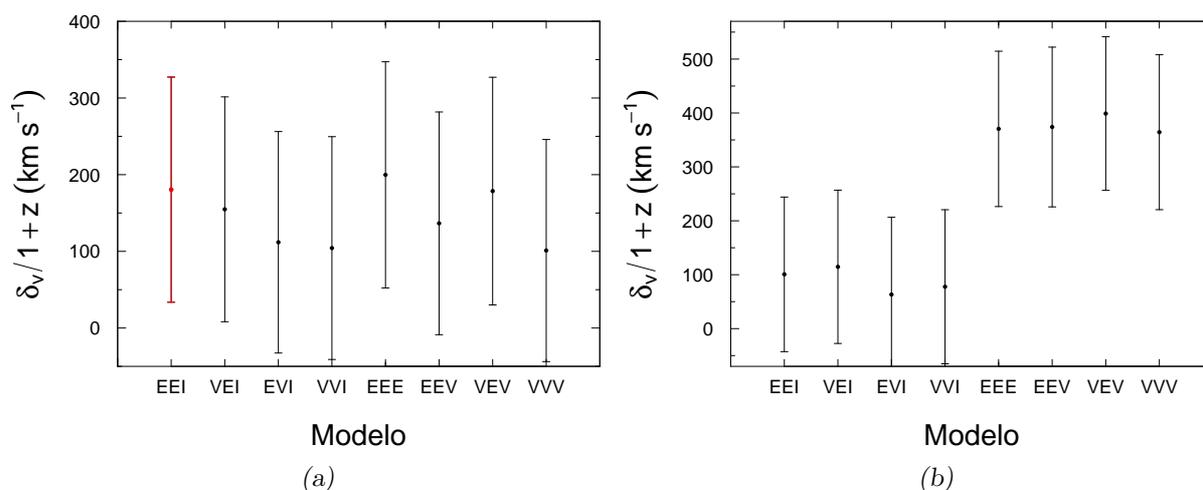


Figura 5.21: (a). A comparação entre a diferença de velocidade na linha de visada $\delta_v/(1+z)$ obtida pelos diferentes métodos empregados pelo 2D-MCLUST para $k = 2$. A inspeção da figura indica que a identificação dos subaglomerados é robusta já que os valores são bastante consistentes entre si. Foi considerado como fiducial o modelo “EEI” (*vermelho*) que é favorecido pela estatística BIC. Em (b) temos a mesma grandeza obtida no 3D-MCLUST onde observamos que os resultados da análise bidimensional são reproduzidos pelos modelos diagonais e marginalmente consistentes dentro de 1σ para os elípticos.

pelo 2D-MCLUST.

5.5 Modelo da dinâmica de dois corpos

5.5.1 A3376W & A3376E

A caracterização realizada do estado atual do sistema permite conjecturar a história do movimento de colisão entre A3376W & A3376E através da aplicação do modelo da dinâmica de movimento de dois corpos (Cap. 2). Os parâmetros de entrada, apresentados na Tab. 5.7, foram reamostrados em 2.5×10^5 realizações.

Tabela 5.7 - Parâmetros de entrada do modelo de dois corpos. A separação espacial projetada d_{proj} corresponde a distância entre os picos de massa.

Parâmetro	Valor	Erro	Unidade
M_{200}^W	4.93	2.18	$10^{14} M_{\odot}$
M_{200}^E	2.02	1.27	$10^{14} M_{\odot}$
z_W	0.0463	0.0004	–
z_E	0.0458	0.0004	–
d_{proj}	1096	66	kpc

Os resultados da análise dinâmica (Seç. 5.4) mostraram que as duas estruturas principais estão muito próximas entre si com relação a linha de visada ($\delta_v/(1+z) = 181 \pm 147$ km s⁻¹), sugerindo, de acordo com a Eq. 3.9, que o evento possa estar ocorrendo próximo ao plano do céu. Apesar desta grandeza não poder ser obtida com os dados que dispomos, seu valor pode ser restringido com base na medida da velocidade de propagação do choque no ICM que, segundo Akamatsu et al. (2012), tem o limite superior $v_{\text{choque}} < 2000$ km s⁻¹. Entretanto, como mostrado por Springel e Farrar (2007) e Machado et al. (2015), a velocidade de propagação das estruturas de matéria escura corresponde a apenas uma fração deste valor. A partir de δv e estimando que v_{plano} possa assumir qualquer valor uniformemente distribuído entre 1000 ± 500 km s⁻¹, a Eq. 3.9 nos leva a um ângulo de fusão de $\theta = 11^\circ \pm 10^\circ$ que corrobora argumento de que a fusão entre A3376W & A3376E esteja ocorrendo praticamente no plano do céu. Para o modelo de dois corpos, entretanto, adotamos de maneira conservadora um prior uniforme para o ângulo que assume θ igualmente provável entre 0° e 20° .

As grandezas mais relevantes obtidas através do modelo de dois corpos são apresentadas

na Tab. 5.8. O valor fiducial corresponde à mediana do respectivo posterior marginalizado sobre as demais grandezas e é acompanhado do intervalo de 68% c.l. É importante destacar, a título de comparação, que o prior aplicado no ângulo permitiu reduzir em $\sim 58\%$ a barra de incerteza na idade do sistema (TSC_0) em comparação com o modelo que assume θ igualmente provável entre 0° e 90° .

Tabela 5.8 - Estimativas dos parâmetros relacionados à Física da colisão entre A3376W & A3376E. θ é o ângulo entre o eixo de colisão e o plano do céu, $d_{3D}(t_{\text{obs}})$ a distância 3D observada, $d_{3D_{\text{max}}}$ a máxima distância de afastamento, $v_{3D}(t_{\text{obs}})$ a velocidade 3D relativa observada, $v_{3D}(t_{\text{col}})$ a velocidade 3D relativa no ponto de colisão, $v_{3D_{\text{max}}}$ a velocidade de queda livre do sistema, TSC_0 o tempo decorrido deste o ponto de colisão no caso de um sistema em afastamento, TSC_1 o tempo decorrido desde a colisão no caso se um sistema em aproximação, T é o período entre duas colisões e P a probabilidade de se observar o sistema.

Parâmetro	Unidade	Mediana	68 % c.l.
θ	grau	11	8 – 19
$d_{3D}(t_{\text{obs}})$	(Mpc)	1.13	1.04 – 1.22
$d_{3D_{\text{max}}}$	(Mpc)	1.43	1.00 – 1.85
$v_{3D}(t_{\text{obs}})$	(km s ⁻¹)	717	0 – 991
$v_{3D}(t_{\text{col}})$	(km s ⁻¹)	1878	1581 – 2121
$v_{3D_{\text{max}}}$	(km s ⁻¹)	2477	2175 – 2829
TSC_0	(Gano)	0.87	0.56 – 1.09
TSC_1	(Gano)	2.54	1.11 – 3.22
T	(Gano)	3.49	2.18 – 4.13
P	%	51	34 – 100

Considerando o cenário em que o sistema se encontra atualmente na configuração de afastamento em relação ao ponto de encontro, os resultados mostram que A3376W&E são observados $0.87_{-0.31}^{+0.22}$ Gano após a passagem pericêntrica. Este valor é, dentro de 99% c.l., compatível com a idade anteriormente apontada por [Akamatsu et al. \(2012\)](#), [Machado e Lima Neto \(2013\)](#) e [George et al. \(2015\)](#) (Seç. 5.1). O encontro se deu com velocidade relativa de 1878_{-297}^{+243} km s⁻¹ que foi reduzida para 717_{-1}^{+274} km s⁻¹ no estágio observado atualmente. Com relação à posição relativa, pode-se afirmar que o sistema está bem próximo do máximo afastamento ($d_{3D_{\text{max}}} = 1.43_{-0.43}^{+0.42}$ Mpc) tendo em vista a posição atual de $d_{3D}(t_{\text{obs}}) = 1.13_{-0.09}^{+0.08}$ Mpc.

O sistema de equações do modelo também permite como solução um cenário em que os dois subaglomerados já atingiram o ponto de máximo afastamento e se encaminham para um novo encontro. Neste contexto, já teriam transcorridos $2.54_{-1.43}^{+0.68}$ Gano do último

encontro que tornará a se repetir dentro de $3.49_{-1.31}^{+0.64}$ Gano contados a partir do último evento similar. Em 90% das realizações, TSC_1 é menor que a idade do Universo no *redshift* do aglomerado, de modo que o modelo não descarta que o sistema esteja sendo visualizado nesta última condição.

Para remover esta degenerescência na interpretação dos resultados, podemos recorrer às simulações numéricas e/ou a medida da posição dos *radio relics* que traçam a localização da frente de onda de choque no ICM. Com respeito às simulações, [Machado e Lima Neto \(2015\)](#) mostraram que a configuração que melhor reproduz a morfologia, temperatura e luminosidade em R-X é aquela de um sistema em afastamento. Por outro lado, a posição atual do choque em relação ao centro de massa do sistema, pode ser escrita como

$$s_i = \frac{M_j}{M_i + M_j} TSC v_{\text{choque}}, \quad (5.6)$$

onde i e j se referem aos subaglomerados, TSC é a idade considerada (TSC_0 ou TSC_1) e v_{choque} é a velocidade de propagação projetada no plano do céu ([Ng et al., 2015](#)). Os posteriores de M e TSC são obtidos diretamente do modelo de [Dawson \(2013\)](#). A velocidade de propagação do choque foi considerada como uniformemente distribuída entre 1600 km s^{-1} e 2600 km s^{-1} , contemplando ambas estimativas observacionais e numéricas (de acordo com a Fig. 4 de [Machado e Lima Neto, 2015](#)). A posição esperada do choque é apresentada na Fig. 5.22.

A posição de ambos os *relics* favorecem o cenário em que os subaglomerados estão se afastando após a passagem pericêntrica. Em relação ao *relic* W, o cenário de afastamento é ~ 2 vezes mais provável (valor central) porém ambos apresentam valores comparáveis dentro da barra de erros estimada da posição do choque. Em contrapartida, a posição medida do *relic* E aponta que o cenário em que o sistema se encaminha para o máximo afastamento é ~ 12 vezes mais provável.

A Tab. 5.9 apresenta a correlação de Pearson observada entre os parâmetros de entrada e saída do modelo de dois corpos e mostra que em geral eles estão fracamente correlacionados. Na Fig. 5.23 apresentamos os posteriores do ângulo, distância, velocidade e idade do sistema onde podemos verificar visualmente alguns dos resultados apresentados na Tab. 5.9.

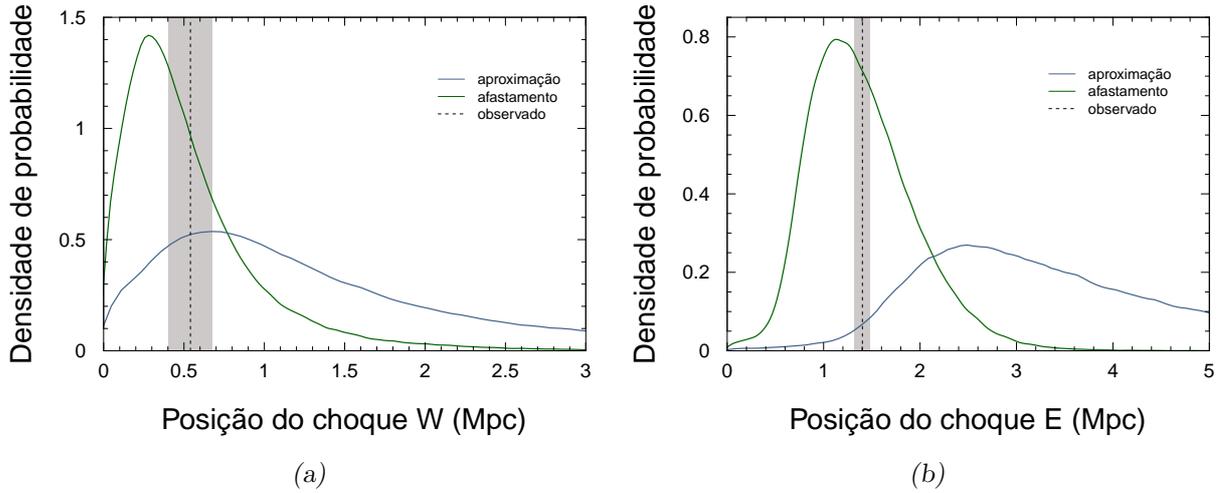


Figura 5.22: Posteriores, calculados a partir do modelo de Dawson (2013), da localização prevista dos *radio relics*. A posição dos *relics* (linha tracejada) corresponde à distância projetada em relação ao centro de massa do sistema A3376W&E. Para a incerteza (área cinza), consideramos como intervalo de 68% c.l. a dimensão do menor eixo das estruturas em rádio. O cenário em que os suglomerados estão em movimento de afastamento após a passagem pericêntrica (linha verde) é sugerido em ambos os *relics* sendo respectivamente ~ 2 e ~ 12 vezes mais provável que o cenário de retorno do ponto de máximo afastamento (linha azul).

Tabela 5.9 - Correlação entre os principais parâmetros de entrada e saída do modelo de dois corpos. A incerteza é $\sim 2 \times 10^{-3}$

	M_{200W}	M_{200E}	z_W	z_E	d_{proj}	θ
$v_{3D}(t_{\text{obs}})$	0.123	0.060	0.296	-0.370	-0.015	-0.351
$d_{3D}(t_{\text{obs}})$	-0.009	0.000	0.041	-0.051	0.959	0.280
$v_{3D}(t_{\text{col}})$	0.455	0.003	0.244	-0.311	0.132	-0.297
$v_{3D_{\text{max}}}$	0.920	0.311	0.025	-0.036	0.007	-0.056
$d_{3D_{\text{max}}}$	-0.003	-0.002	0.001	0.000	-0.003	-0.002
TSC_0	-0.282	-0.085	-0.283	0.364	0.173	0.354
TSC_1	-0.003	-0.002	0.001	0.000	-0.003	-0.002
T	-0.003	-0.002	0.001	0.000	-0.003	-0.002
P	0.052	0.031	-0.299	0.382	0.003	0.326

5.5.2 A3376E & A3376N

A confirmação da pertinência do subaglomerado A3376N nos permite indagar sobre uma possível interação com o sistema em fusão A3376W&E, apesar da ausência de ob-

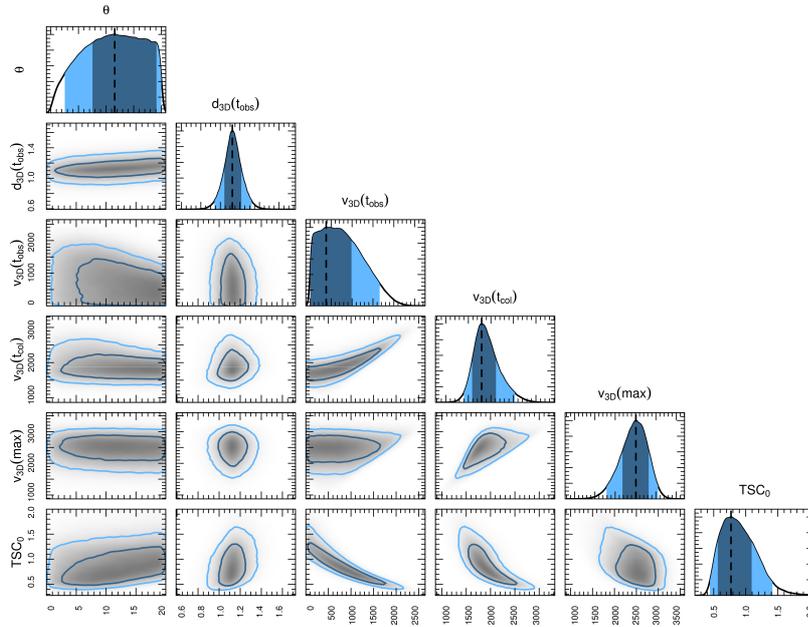


Figura 5.23: Posteriores de θ , $d_{3D}(t_{obs})$, $v_{3D}(t_{obs})$, $v_{3D}(t_{col})$ e TSC_0 marginalizados sobre as demais grandezas e comparados um a um. Temos a indicação do intervalo de confiança de 1σ (azul escuro) e 2σ (azul claro).

servações em outros comprimentos de onda do ICM (e.g. rádio, R-X). Uma abordagem completa do problema requer um modelo e/ou simulação numérica da interação entre os três subaglomerados envolvidos e se encontra além dos objetivos deste trabalho. Como simplificação, desprezamos a participação de A3376W e consideramos somente uma possível interação entre A3376E & A3376N que estão separados de 1147 ± 62 kpc no plano do céu. Utilizamos o modelo de Dawson (2013) modificado (Andrade-Santos et al., 2015) que permite a configuração não-ligada entre os dois subaglomerados (Cap. 2), cuja separação em relação à linha de visada é de $\delta v/(1+z) = 410 \pm 194$ km s⁻¹. Em virtude da ausência de estimativas sobre v_{plano} , o eixo do movimento foi considerado como igualmente provável entre $0 \leq \theta \leq 90$ graus.

Das 2.5×10^5 realizações MCMC, 34.4% delas corresponderam ao modelo de dois corpos não ligados. Nesta configuração, há uma clara preferência do modelo para o movimento ao longo do plano do céu, com $\theta = 4.6^{+4.5}_{-4.6}$ graus.

As soluções ligadas não fornecem vínculo para a posição do eixo θ do movimento. Também não conseguimos distinguir qual cenário (aproximação ou afastamento) é preferível. Em um número relativamente alto de realizações ligadas ($\sim 34\%$), $TSC_1 = 4.84^{+2.0}_{-3.1}$

Gano é maior que a idade do Universo no *redshift* do aglomerado, sugerindo uma preferência (ainda que não baseada em critérios estatísticos) ao cenário de afastamento. Neste caso, a passagem pericêntrica teria se dado com velocidade $v_{3D}(t_{col}) = 1849_{-226}^{+234}$ km s⁻¹ há $TSC_0 = 1.54_{-0.97}^{+0.81}$ Gano. O ponto máximo da órbita corresponde a $d_{3D_{max}} = 2.68_{-1.57}^{+1.35}$ Gano.

5.6 Discussão

5.6.1 A3376N

Os mapas de luminosidade e densidade espacial projetada das galáxias da sequência vermelha apresentam indícios da presença de mais uma estrutura no campo de A3376, assim como sugerido por [Ramella et al. \(2007\)](#). Nossa análise dinâmica permitiu confirmar sua pertinência ao aglomerado A3376 que é, portanto, trimodal. O subaglomerado A3376N, como convencionamos chamar, está localizado em $\bar{z} = 0.0472$ possuindo $\sigma/(1+z) = 414$ km s⁻¹ e massa de $1.38_{-1.05}^{+0.68} \times 10^{14} M_{\odot}$. Sua BCG tem uma separação projetada de 1331 kpc em relação à BCG de A3376E, o subaglomerado mais próximo. Entretanto, atentamos para a pouca quantidade de dados disponíveis na determinação dos parâmetros dinâmicos (apenas sete galáxias com *redshift*).

A ausência de observações em R-X e rádio mapeando o gás entre A3376N e A3376W&E nos impede de fazer maiores conjecturas acerca da interação entre os sistemas (e.g. [David e Kempner, 2004](#)). Numa situação idealizada de interação entre A3376N e A3376E, 34% das realizações MCMC do modelo de dois corpos corresponderam a um sistema não-ligado.

5.6.2 Fusão entre A3376W & A3376E

O baixo *redshift* no qual está localizado A3376 torna intrínsecamente tênue seu sinal de lentes gravitacionais fracas fazendo com que estruturas do campo provavelmente localizadas em *redshifts* mais altos tenham maiores S/R tornando ruidosa a determinação das massas. Esse problema foi minimizado, entretanto, com uma manipulação da amostra de galáxias de fundo. A eficiência da lente é proporcional a Σ_{cr}^{-1} , conforme a Eq. 2.42. Na Fig. 5.24 mostramos que, por exemplo, alterando o *redshift* da fonte de 1.2 para 0.9, mantemos o sinal de uma lente em $z = 0.046$ praticamente inalterado enquanto que reduzimos os de lentes situadas em $z > 0.2$.

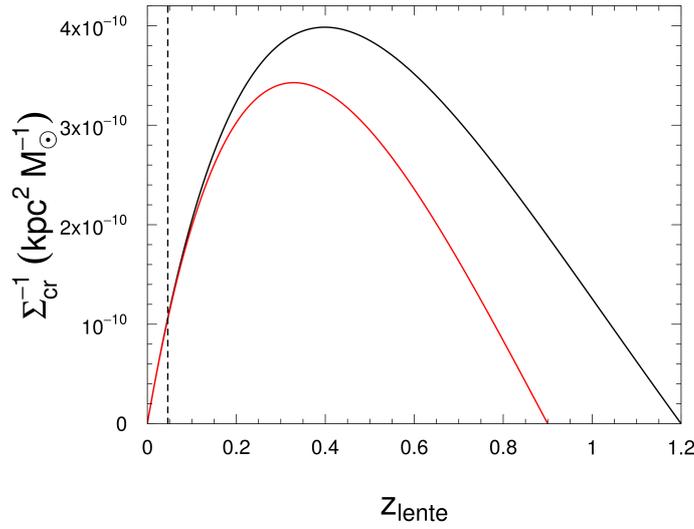


Figura 5.24: Σ_{cr}^{-1} em função do *redshift* do aglomerado que atua como lente. Na linha *preta* as galáxias de fundo estão fixas em $z = 1.2$ enquanto que a linha *vermelha* ilustra o caso em que elas estão mais próximas, em $z = 0.9$. Enquanto que para uma estrutura localizada no mesmo *redshift* de A3376 ($\bar{z} = 0.046$, linha *tracejada*) o sinal praticamente não se altera, o corte das galáxias de fundo mais distantes reduz o sinal de estruturas localizadas em maiores *redshifts*.

A massa total do sistema em colisão é $4.10_{-1.84}^{+1.45} \times 10^{14} M_{\odot}$ com razão $M_W/M_E = 3.3_{-3.0}^{+2.0}$. Este valor é, dentro de 68% c.l., compatível a estimativa de Girardi et al. (1998) baseada na dispersão de velocidade das galáxias (Seç. 5.1). As massas individuais de cada subaglomerados são $M_{200}^W = 3.01_{-1.73}^{+1.27} \times 10^{14} M_{\odot}$ e $M_{200}^E = 0.92_{-0.76}^{+0.45} \times 10^{14} M_{\odot}$, com 91% de probabilidade de A3376W ter mais massa que A3376E.

É sabido que logo após o evento de colisão entre aglomerados as respectivas BCGs podem não permanecer em repouso com relação ao poço de potencial do aglomerado (em geral equivalente ao centro de massa da estrutura, e.g. Guo et al., 2015) violando momentaneamente o paradigma da galáxia central (em inglês CGP, van den Bosch et al., 2005) o que pode explicar a aparente separação espacial da BCG N com o respectivo pico de massa. Contudo, estudos mais recentes (e.g Guo et al., 2015), mostram que em geral este desvio é mais acentuado no espaço de velocidades do que no espaço real o que endossa nosso critério de identificação das concentrações de massa relacionadas aos subaglomerados.

A morfologia em R-X de A3376W&E revela apenas uma concentração relacionada ao subaglomerado A3376E, como podemos ver na Fig. 5.25. Nota-se que, aparentemente, a BCG E é uma fonte puntual (AGN) que deve ser desconsiderada para a determinação do

pico em emissão de R-X (“X” na Fig. 5.25). Dentro de 95% c.l., as posições de massa, BCG e R-X são compatíveis entre si. Já o subaglomerado A3376W aparenta ter tido seu gás arrancado, numa configuração que nos permite classificar o sistema A3376W&E como dissociativo (e.g. Dawson, 2013). Segundo Machado e Lima Neto (2015) este cenário ocorre devido a colisão do ICM mais denso de A3376E com a distribuição extensa do gás de A3376W, numa razão de densidade de 4:1.

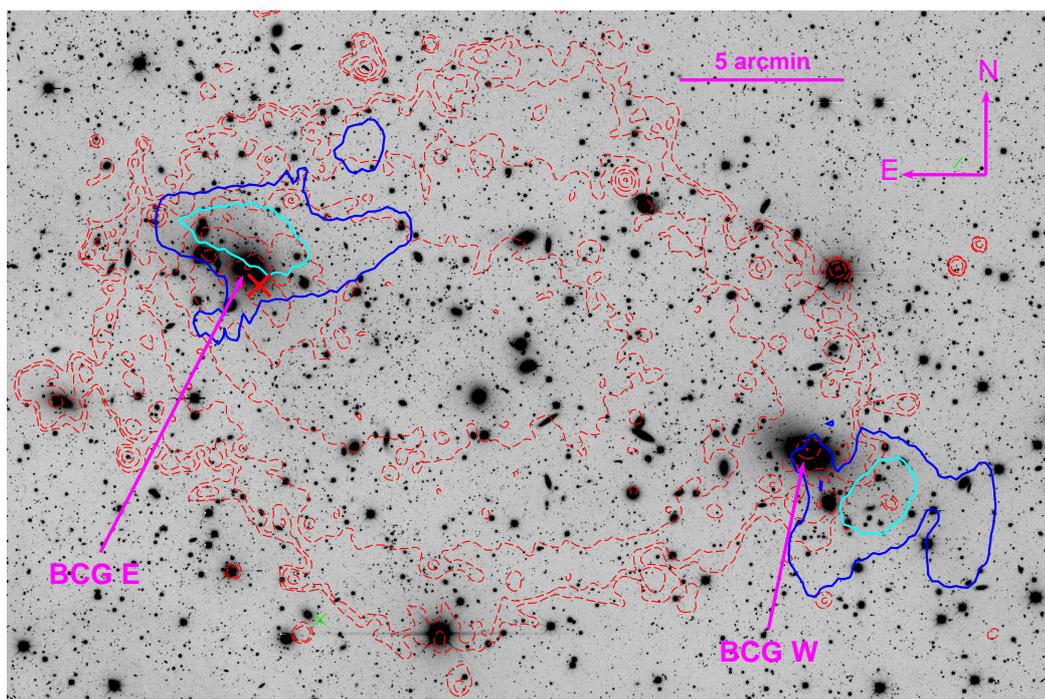


Figura 5.25: Comparação entre a distribuição do ICM (*vermelho*) e a posição do centro da distribuição de massa (68% c.l. *ciano* e 95% c.l. *azul*) dos subaglomerados em colisão A3376W&E. A distribuição de R-X é unimodal com um pico (“X”) relacionado ao subaglomerado A3376E que é espacialmente coincidente com a BCG E e o pico de massa, dentro de 95% c.l.

A análise dinâmica mostrou que os subaglomerados possuem uma pequena separação em relação à linha de visada com $\delta_v/(1+z) = 181 \pm 147 \text{ km s}^{-1}$. O modelo da dinâmica de dois corpos mostrou que A3376 é visto ~ 0.8 Gano após a passagem pericêntrica, o que é consistente com as estimativas baseadas no estudo do choque em R-X (Akamatsu et al., 2012), simulação hidrodinâmica (Machado e Lima Neto, 2013) e observações dos *radio relics* (George et al., 2015). Como o modelo prevê conservação de energia e periodicidade do movimento, é de se esperar que a idade estimada por ele seja numericamente maior que estimativas baseadas em outros observáveis. Apesar de as medidas de massa apresentarem

barras de incertezas altas, testes mostraram que se elas fossem reduzidas em 90% isto não teria implicações significativas na idade estimada (Dawson, 2013). A aplicação de priores baseados em outros observáveis (e.g. incremento na temperatura em R-X e/ou observação dos *radio relics*) podem fazer com que modelo retorne valores mais restritivos tanto da idade quanto dos demais parâmetros.

A medida das massas nos permite estimar o efeito da colisão na dinâmica das galáxias. Seguindo o procedimento descrito no Cap. 3, determinamos o fator de incremento na dispersão de velocidades dos subaglomerados. Os valores encontrados foram 750_{-128}^{+134} km s⁻¹ e 505_{-121}^{+125} km s⁻¹ respectivamente para A3376W e A3376E que se traduzem nos fatores de incremento, $f \equiv \sigma_{\text{obs}}/\sigma_{\text{pre}}$, de $f_W = 1.09_{-0.25}^{+0.19}$ e $f_E = 1.70_{-0.53}^{+0.38}$ (conforme a Tab. 5.6). Ambos são consistentes, dentro das barras de incertezas, com o cenário pós-colisional (Pinkney et al., 1996) já que há uma probabilidade dos fatores serem maiores que a unidade de 66% em A3376W e 98.5% em A3376E.

Nosso trabalho corrobora, ainda que em parte, o cenário proposto pela simulação hidrodinâmica da colisão entre A3376W & A3376E publicada por Machado e Lima Neto (2015). As análises por lentes gravitacionais fracas sugerem a presença de duas grandes concentrações de massa nas proximidades das BCGs W e E que concluímos estar relacionadas a elas. Baseados no modelo da dinâmica de dois corpos, encontramos que A3376W&E é visto $0.87_{-0.31}^{+0.22}$ Gano após a passagem pericêntrica e se dirigindo para o apogeu da órbita. Entretanto, a classificação das galáxias membro aponta para um movimento quase que totalmente desenvolvido próximo ao plano do céu com inclinação de apenas 11 ± 10 graus em relação a linha de visada.

5.6.3 Estimativa da seção de choque de auto interação da matéria escura

A partir da medida da massa do subaglomerado A3376W, encontramos $\sigma/m < 8.68$ cm² g⁻¹, superior ao reportado no aglomerado A1758 (Caps. 3).

Conclusões e perspectivas

Neste trabalho caracterizamos três sistemas de aglomerados de galáxias em fusão utilizando dados no ótico (imageamento e espectroscopia). Estes dados nos permitiram realizar a reconstrução da distribuição da massa e sua medida bem como determinar parâmetros relacionados à dinâmica, como a dispersão de velocidades e separação radial. Por fim, o uso do modelo de dinâmica de dois corpos nos permitiu desenhar a história da colisão entre os subaglomerados envolvidos.

As metodologias de análise por lentes gravitacionais fracas variaram de acordo com a força do sinal provido pelos aglomerados da nossa amostra. A1758N, por estar localizado em um *redshift* intermediário ($\bar{z} = 0.278$) e ter massa relativamente maior, apresentou o maior sinal de modo que pudemos aplicar um modelo de distribuição menos restritivo, onde a massa e o centro de cada subaglomerado foram considerados parâmetros livres do modelo. Tal sinal também nos permitiu testar o uso conjunto do viés de magnificação em nossas análises. Entretanto, o mesmo atuou fracamente na redução das barras de incertezas da massa em comparação com as medidas baseadas na distorção causada pela lente nas galáxias de fundo.

Já o aglomerado A2034 e especialmente A3376, por estarem em um baixo *redshift* (respectivamente $\bar{z} = 0.113$ e $\bar{z} = 0.046$), aparecem no mapa de massa acompanhados da presença outras estruturas possivelmente localizadas em mais alto *redshift*. Este fato trouxe maiores dificuldades para a caracterização das lentes e impossibilitou a modelagem conjunta dos centros das distribuições de massa. Além disso foi necessária a modelagem simultânea dos picos de massa mais relevantes presentes no campo. A alternativa encontrada para a determinação da incerteza na posição dos centros da distribuição de massa, neste caso, foi realizar um grande numero de reamostragens das galáxias de fundo (1×10^4)

com a identificação em cada uma delas dos picos de massa mais próximos daqueles presentes nos dados “originais”. Este procedimento resultou em contornos de confiança menos precisos em relação à modelagem conjunta dos centros aplicada em A1758N.

Todos os sistemas analisados foram classificados como dissociativos, porém cada um apresentou uma particularidade: enquanto os dois subaglomerados de A2034 tiveram seu gás “arrancado”, em A1758N e A3376 este evento ocorreu em apenas uma das estruturas. Não é clara, contudo, a condição para ocorrência de dissociação parcial ou total. Enquanto A1758NW (maior massa) retém seu gás um cenário similar acontece em A3376E, que tem a menor massa do sistema em fusão. Uma pista pode vir das simulações hidrodinâmicas das fusões. Em [Machado et al. \(2015\)](#) mostramos que a configuração observada em A1758NE pode ser reproduzida pela colisão de dois subaglomerados de igual massa porém concentrações do gás intra-aglomerado ligeiramente diferentes. Em relação a A3376, [Machado e Lima Neto \(2013\)](#) reproduziram a morfologia observada em R-X a partir da colisão entre subaglomerados com razão 1:6 da densidade central do gás, sendo A3376E o mais denso.

Nossa análise dinâmica mostrou que as fusões aqui apresentadas estão ocorrendo muito próximas em relação ao plano do céu, com inclinação máxima de 45° , considerando o limite superior do intervalo de confiança de 68%. Entretanto, a ineficácia dos testes estatísticos em detectar a presença dos subaglomerados no espaço de *redshifts* nos faz crer que este limite seja bem menor. De fato, os valores centrais das distribuições apontam para $\theta = 27^\circ$ no caso de A1758N, $\theta = 22^\circ$ em A2034 e $\theta = 11^\circ$ em A3376. Tal proximidade com o plano do céu torna estes sistemas excelentes para a detecção e estudo das assinaturas observacionais do processo de fusão, em especial aquelas geradas pela interação dos gases intra-aglomerado (e.g. choques e *radio relics*).

Pode-se indagar sobre a utilização das BCGs como indicadoras da separação radial δv entre os subaglomerados. Na Tab. 6.1 estão compilados os valores de $\delta v/(1+z)$ juntamente com estimativa da separação obtida das velocidades radiais das BCGs. Em virtude da grande barra de incertezas ambas estimativas são compatíveis, a exceção de A2034. Porém, conforme já mencionado, é esperado que a BCG não esteja em repouso com relação à velocidade peculiar do subaglomerado como se observa em estruturas em equilíbrio. Isto pode contribuir para enviesar uma possível estimativa do ângulo do eixo de fusão a partir das velocidades das BCGs unicamente.

Partindo da classificação das galáxias membro, obtivemos a dispersão de velocidades

Tabela 6.1 - Comparação entre as estimativas da separação radial dos subaglomerados

Aglomerado	$\delta v/(1+z)$ (km s ⁻¹)	$\Delta v_{\text{BCGs}}/(1+z)$ (km s ⁻¹)
A1758N	432±275	364±122
A2034	403±228	916±141
A3376	181±147	292±141

$\sigma/(1+z)$ de cada subaglomerado. Conjuntamente com a estimativa teórica de σ baseada na massa de cada estrutura, pudemos estimar o efeito dinâmico da colisão sobre as galáxias membro comparando os valores antes (σ_{pre}) e depois (σ_{obs}) da colisão. Os resultados são apresentados na Fig. 6.1 em função da porcentagem percorrida da órbita total, contada a partir da passagem pericêntrica.

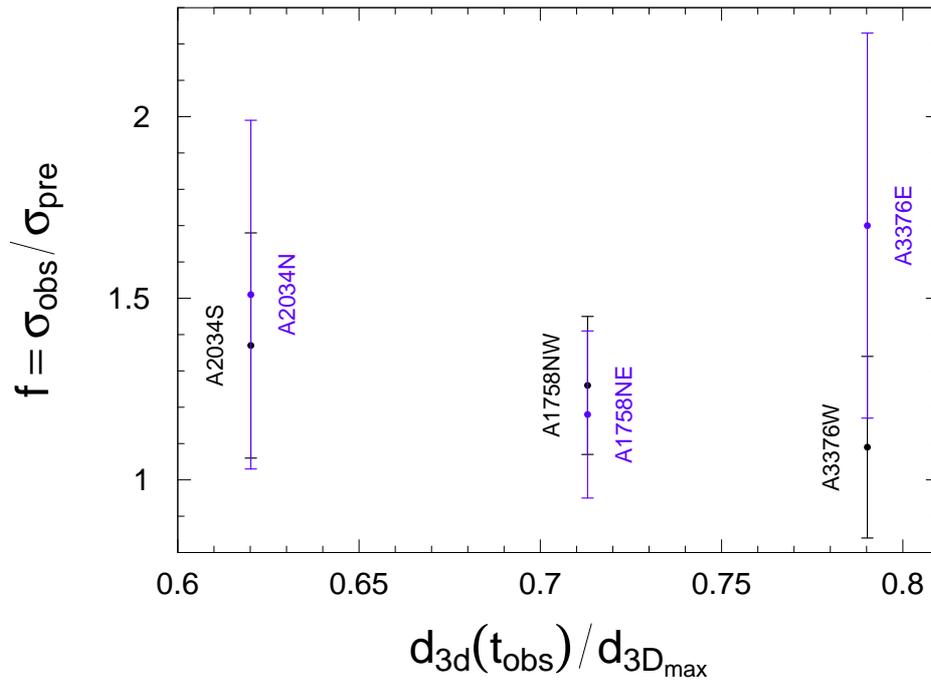


Figura 6.1: Fator de incremento $f = \sigma_{\text{obs}}/\sigma_{\text{pre}}$ na dispersão de velocidades dos subaglomerados em fusão identificados neste trabalho em função da % da órbita percorrida de acordo com os resultados do modelo de Dawson (2013). Em preto são indicados os subaglomerados de maior massa em casa sistema.

Para a maioria dos subaglomerados o fator de incremento f é maior que 1 dentro de 68% c.l. Os subaglomerados de maior massa apresentam uma forte anti-correlação (com coeficiente de -0.98) sugerindo, como esperado, que f diminua conforme o sistema se

encaminha para o ponto de máximo afastamento. Por outro lado, os sistemas de menor massa estão fracamente correlacionados (coeficiente igual a 0.31). Por fim, deve-se ressaltar que esta análise deve ser feita com parcimônia, já que o fator de incremento depende tanto da posição do eixo de colisão em relação ao plano do céu quanto da razão de massa do sistema (Pinkney et al., 1996). Um estudo mais detalhado que o apresentado por Pinkney et al. (1996) pode ser feito para caracterizar melhor a evolução de f de modo que esta grandeza possa vir ser usada como indicador da idade do sistema e um prior para eliminação da degenerescência dos resultados do modelo de Dawson (2013) (condição de afastamento e aproximação).

O estudo de aglomerados de galáxias em fusão provê um excelente laboratório astrofísico para o estudo da matéria escura e seu possível caráter auto-interagente. Baseados em princípios básicos, nossas análises por lentes de A1758N resultaram em limites coerentes de σ/m com estudos anteriores usando a mesma metodologia aqui apresentada. Entretanto, para os aglomerados A2034 e A3376, os resultados encontrados são bastante superiores àqueles reportados na literatura.

Nossos resultados apontam ainda que a distribuição de matéria escura, traçada por lentes gravitacionais fracas, e a distribuição de galáxias são compatíveis entre si, dentro das incertezas e metodologias empregadas neste trabalho. Isto dificulta o teste de modelos que se prontificam a estimar limites para σ/m a partir da detecção de uma possível e tênue separação espacial entre a distribuição de galáxias e a de matéria escura (e.g. Harvey et al., 2015).

O modelo da dinâmica de dois corpos de Dawson (2013) prevê um movimento periódico entre os subaglomerados já que ele descreve um sistema conservativo. Entretanto, durante a colisão, parte da energia inicial dos subaglomerados é transferida ao gás e às galáxias (e.g. Feretti et al., 2002) o que causa, entre outros efeitos, o fator de incremento na dispersão de velocidades. Deste modo, é necessária uma descrição quantitativa do balanço de energia entre as componentes do sistema colisional (matéria escura, galáxias e gás intra-aglomerado) durante o processo de colisão através de modelos analíticos e simulações numéricas.

A continuidade deste trabalho se dará na investigação das assinaturas observacionais do processo de fusão no ótico. Pretendemos, a partir de simulações numéricas, caracterizar o efeito dinâmico causado pela colisão na distribuição das galáxias das estruturas envolvidas. A quantificação deste processo nos permitirá ter um indicador para julgar a degenerescência

do modelo de dois corpos, já que é esperado que sistemas que já tenha atingindo o ápice da órbita tenham menor incremento na dispersão de velocidades em relação aos que se encaminham para este estágio.

Pretendemos conjuntamente, investigar o balanço energético do sistema em colisão. O entendimento mais detalhado da Física da colisão, no que diz respeito ao entendimento dos processos de troca de energia entre as componentes, pode ser implementado no modelo da dinâmica de dois corpos, permitindo uma melhor descrição do processo completo de fusão entre estruturas binárias.

Referências Bibliográficas

- Abazajian K. N., Adelman-McCarthy J. K., Agüeros M. A., Allam S. S., Allende Prieto C., An D., Anderson K. S. J., Anderson S. F., Annis J., Bahcall N. A., et al. The Seventh Data Release of the Sloan Digital Sky Survey, *ApJS*, 2009, vol. 182, p. 543
- Abell G. O., The Distribution of Rich Clusters of Galaxies., *ApJS*, 1958, vol. 3, p. 211
- Adelman-McCarthy J. K., et al. VizieR Online Data Catalog: The SDSS Photometric Catalog, Release 8 (Adelman-McCarthy+, 2011), *VizieR Online Data Catalog*, 2011, vol. 2306
- Akamatsu H., Takizawa M., Nakazawa K., Fukazawa Y., Ishisaki Y., Ohashi T., X-Ray View of the Shock Front in the Merging Cluster Abell 3376 with Suzaku, *PASJ*, 2012, vol. 64
- Alam S., Albareti F. D., Allende Prieto C., Anders F., Anderson S. F., Anderton T., Andrews B. H., Armengaud E., Aubourg É., Bailey S., et al. The Eleventh and Twelfth Data Releases of the Sloan Digital Sky Survey: Final Data from SDSS-III, *ApJS*, 2015, vol. 219, p. 12
- Andrade-Santos F., Jones C., Forman W. R., Murray S. S., Kraft R. P., Vikhlinin A., van Weeren R. J., Nulsen P. E. J., David L. P., Dawson W. A., Arnaud M., Pointecouteau E., Pratt G. W., Melin J.-B., Chandra and Xmm-Newton Observations of the Bimodal Planck SZ-Detected Cluster Plckg345.40-39.34 (A3716) with High and Low Entropy Subcluster Cores, *ApJ*, 2015, vol. 803, p. 108

- Antilogus P., Astier P., Doherty P., Guyonnet A., Regnault N., The brighter-fatter effect and pixel correlations in CCD sensors, *Journal of Instrumentation*, 2014, vol. 9, p. C03048
- Bagchi J., Durret F., Neto G. B. L., Paul S., Giant Ringlike Radio Structures Around Galaxy Cluster Abell 3376, *Science*, 2006, vol. 314, p. 791
- Banfield J. D., Raftery A. E., Model-based Gaussian and non-Gaussian clustering, *Biometrics*, 1993, vol. 49, p. 803
- Beers T. C., Geller M. J., Huchra J. P., Galaxy clusters with multiple components. I - The dynamics of Abell 98, *ApJ*, 1982, vol. 257, p. 23
- Bertin E., Arnouts S., SExtractor: Software for source extraction., *A&AS*, 1996, vol. 117, p. 393
- Biviano A., Murante G., Borgani S., Diaferio A., Dolag K., Girardi M., On the efficiency and reliability of cluster mass estimates based on member galaxies, *A&A*, 2006, vol. 456, p. 23
- Boschin W., Girardi M., Barrena R., Nonino M., Abell 1758N from an optical point of view: new insights on a merging cluster with diffuse radio emission, *A&A*, 2012, vol. 540, p. A43
- Bradač M., Allen S. W., Treu T., Ebeling H., Massey R., Morris R. G., von der Linden A., Applegate D., Revealing the Properties of Dark Matter in the Merging Cluster MACS J0025.4-1222, *ApJ*, 2008, vol. 687, p. 959
- Bridle S., Shawe-Taylor J., Amara A., Applegate D., Balan Berge J. S. T., Bernstein G., Dahle H., Erben T., Gill M., Heavens A., Heymans C., High F. W., Hoekstra H. e. a., Handbook for the GREAT08 Challenge: An image analysis competition for cosmological lensing, *Annals of Applied Statistics*, 2009, vol. 3, p. 6
- Bridle S. L., Hobson M. P., Lasenby A. N., Saunders R., A maximum-entropy method for reconstructing the projected mass distribution of gravitational lenses, *MNRAS*, 1998, vol. 299, p. 895

- Bridle S. L., Kneib J.-P., Bardeau S., Gull S. F., Bayesian Galaxy Shape Estimation. In *The Shapes of Galaxies and their Dark Halos*, 2002, p. 38
- Bryan G. L., Norman M. L., Statistical Properties of X-Ray Clusters: Analytic and Numerical Comparisons, *ApJ*, 1998, vol. 495, p. 80
- Carlberg R. G., Yee H. K. C., Ellingson E., The Average Mass and Light Profiles of Galaxy Clusters, *ApJ*, 1997, vol. 478, p. 462
- Cassano R., Ettori S., Giacintucci S., Brunetti G., Markevitch M., Venturi T., Gitti M., On the Connection Between Giant Radio Halos and Cluster Mergers, *ApJ*, 2010, vol. 721, p. L82
- Castejon M., O superaglomerado de galáxias SC0028-001 sob lentes gravitacionais, São Paulo: Universidade de São Paulo - IAG, 2015, Dissertação de Mestrado, 102 p.
- Cavaliere A., Menci N., Tozzi P., Hot gas in clusters of galaxies: the punctuated equilibria model, *MNRAS*, 1999, vol. 308, p. 599
- Celeux G., Govaert G., Gaussian Parsimonious Clustering Models, *Pattern Recognition*, 1995, vol. 28, p. 781
- Chris Fraley Adrian E. Raftery T. B. M., Scrucca L., , 2012 *mclust* Version 4 for R: Normal Mixture Modeling for Model-Based Clustering, Classification and Density Estimation
- Chwolson O., Über eine mögliche Form fiktiver Doppelsterne, *Astronomische Nachrichten*, 1924, vol. 221, p. 329
- Clowe D., Bradač M., Gonzalez A. H., Markevitch M., Randall S. W., Jones C., Zaritsky D., A Direct Empirical Proof of the Existence of Dark Matter, *ApJ*, 2006, vol. 648, p. L109
- Clowe D., Gonzalez A., Markevitch M., Weak-Lensing Mass Reconstruction of the Interacting Cluster 1E 0657-558: Direct Evidence for the Existence of Dark Matter, *ApJ*, 2004, vol. 604, p. 596
- Combes F., Boisse P., Mazure A., Blanchard A., Seymour M., *Galaxies and Cosmology*, 1995, 192

- Cypriano E. S., Sodré Jr. L., Kneib J.-P., Campusano L. E., Weak-Lensing Mass Distributions for 24 X-Ray Abell Clusters, *ApJ*, 2004, vol. 613, p. 95
- Dahle H., Kaiser N., Irgens R. J., Lilje P. B., Maddox S. J., Weak Gravitational Lensing by a Sample of X-Ray Luminous Clusters of Galaxies. I. The Data Set, *ApJS*, 2002, vol. 139, p. 313
- David L. P., Forman W., Jones C., ROSAT PSPC Observations of the Richest ($R \geq 2$) ACO Clusters, *ApJ*, 1999, vol. 519, p. 533
- David L. P., Kempner J., Chandra and XMM-Newton Observations of the Double Cluster A1758, *ApJ*, 2004, vol. 613, p. 831
- Dawson W. A., The Dynamics of Merging Clusters: A Monte Carlo Solution Applied to the Bullet and Musket Ball Clusters, *ApJ*, 2013, vol. 772, p. 131
- de Blok W. J. G., The Core-Cusp Problem, *Advances in Astronomy*, 2010, vol. 2010, p. 5
- Dempster A. P., Laird N. M., Rubin D. B., Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 1977, vol. 39, p. 1
- Dietrich J. P., Böhnert A., Lombardi M., Hilbert S., Hartlap J., The origin of peak-offsets in weak-lensing maps, *MNRAS*, 2012, vol. 419, p. 3547
- Dressler A., Galaxy morphology in rich clusters - Implications for the formation and evolution of galaxies, *ApJ*, 1980, vol. 236, p. 351
- Dressler A., Shectman S. A., Evidence for substructure in rich clusters of galaxies from radial-velocity measurements, *AJ*, 1988, vol. 95, p. 985
- Dubinski J., Carlberg R. G., The structure of cold dark matter halos, *ApJ*, 1991, vol. 378, p. 496
- Duffy A. R., Schaye J., Kay S. T., Dalla Vecchia C., Dark matter halo concentrations in the Wilkinson Microwave Anisotropy Probe year 5 cosmology, *MNRAS*, 2008, vol. 390, p. L64
- Durret F., Laganá T. F., Haider M., The merging cluster Abell 1758 revisited: multi-wavelength observations and numerical simulations, *A&A*, 2011, vol. 529, p. A38

- Durret F., Perrot C., Lima Neto G. B., Adami C., Bertin E., Bagchi J., The merging cluster of galaxies Abell 3376: an optical view, *A&A*, 2013, vol. 560, p. A78
- Dyson F. W., Eddington A. S., Davidson C., A Determination of the Deflection of Light by the Sun's Gravitational Field, from Observations Made at the Total Eclipse of May 29, 1919, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A*, 1920, vol. 220, p. 291
- Ebeling H., Voges W., Bohringer H., Edge A. C., Huchra J. P., Briel U. G., Properties of the X-ray-brightest Abell-type clusters of galaxies (XBACs) from ROSAT All-Sky Survey data - I. The sample, *MNRAS*, 1996, vol. 281, p. 799
- Einstein A., Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie, *Annalen der Physik*, 1916, vol. 354, p. 769
- Einstein A., Lens-Like Action of a Star by the Deviation of Light in the Gravitational Field, *Science*, 1936, vol. 84, p. 506
- Erar B., Mixture model cluster analysis under different covariance structures using information complexity, Knoxville: University of Tennessee, 2011, Dissertação de Mestrado, 88 p.
- Feretti L., Gioia I. M., Giovannini G., eds., 2002 Merging Processes in Galaxy Clusters vol. 272 of *Astrophysics and Space Science Library*
- Flin P., Krywult J., Substructures in Abell clusters of galaxies, *A&A*, 2006, vol. 450, p. 9
- Fukugita M., Shimasaku K., Ichikawa T., Galaxy Colors in Various Photometric Band Systems, *PASP*, 1995, vol. 107, p. 945
- Gebhardt W., Notas de aula, 2010
- Geller M. J., Diaferio A., Rines K. J., Serra A. L., Measuring the Mass Distribution in Galaxy Clusters, *ApJ*, 2013, vol. 764, p. 58
- George L. T., Dwarakanath K. S., Johnston-Hollitt M., Hurley-Walker N., Hindson L., Kapińska A. D., Tingay S. J., Bell M., Callingham J. R., For B.-Q., Hancock P. J., Lenc E., McKinley B., Morgan J., Offringa A. e. a., An analysis of the halo and relic radio

- emission from Abell 3376 from Murchison Widefield Array observations, *MNRAS*, 2015, vol. 451, p. 4207
- Giovannini G., Bonafede A., Feretti L., Govoni F., Murgia M., Ferrari F., Monti G., Radio halos in nearby ($z < 0.4$) clusters of galaxies, *A&A*, 2009, vol. 507, p. 1257
- Girardi M., Giuricin G., Mardirossian F., Mezzetti M., Boschin W., Optical Mass Estimates of Galaxy Clusters, *ApJ*, 1998, vol. 505, p. 74
- Golovich N., Dawson W. A., Wittman D., Ogorean G. A., van Weeren R. J., Bonafede A., MC²: Dynamical Analysis of the Merging Galaxy Cluster MACS J1149.5+2223, ArXiv e-prints, 2016
- Gross J., Ligges U., , 2012 nortest: Tests for Normality
- Guo H., Zheng Z., Zehavi I., Dawson K., Skibba R. A., Tinker J. L., Weinberg D. H., White M., Schneider D. P., Velocity bias from the small-scale clustering of SDSS-III BOSS galaxies, *MNRAS*, 2015, vol. 446, p. 578
- Han J., Kamber M., Pei J., Data Mining: concepts and techniques, 2012
- Harvey D., Massey R., Kitching T., Taylor A., Tittley E., The nongravitational interactions of dark matter in colliding galaxy clusters, *Science*, 2015, vol. 347, p. 1462
- Hetterscheidt M., Erben T., Schneider P., Maoli R., van Waerbeke L., Mellier Y., Searching for galaxy clusters using the aperture mass statistics in 50 VLT fields, *A&A*, 2005, vol. 442, p. 43
- Hoekstra H., Herbonnet R., Muzzin A., Babul A., Mahdavi A., Viola M., Cacciato M., The Canadian Cluster Comparison Project: detailed study of systematics and updated weak lensing masses, ArXiv e-prints, 2015
- Hou A., Parker L. C., Wilman D. J., McGee S. L., Harris W. E., Connelly J. L., Balogh M. L., Mulchaey J. S., Bower R. G., Substructure in the most massive GEEC groups: field-like populations in dynamically active groups, *MNRAS*, 2012, vol. 421, p. 3594
- Hubble E., A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae, *Proceedings of the National Academy of Science*, 1929, vol. 15, p. 168

- Kale R., Dwarakanath K. S., Bagchi J., Paul S., Spectral and polarization study of the double relics in Abell 3376 using the Giant Metrewave Radio Telescope and the Very Large Array, *MNRAS*, 2012, vol. 426, p. 1204
- Kashikawa N., Shimasaku K., Yasuda N., Ajiki M., Akiyama M., Ando H., Aoki K., Doi M., Fujita S. S., Furusawa H., Hayashino T., Iwamuro F., Iye M., Karoji H., et al. K., The Subaru Deep Field: The Optical Imaging Data, *PASJ*, 2004, vol. 56, p. 1011
- Kass R. E., Raftery A. E., Bayes Factors, *Journal of the American Statistical Association*, 1995, vol. 90, p. 773
- Kaufman L., Rousseeuw P., Clustering by means of medoids. North-Holland, 1987
- Kaufman L., Rousseeuw P. J., Finding groups in data : an introduction to cluster analysis. Wiley series in probability and mathematical statistics, Wiley New York, 1990
- Kempner J. C., Sarazin C. L., Radio Halo and Relic Candidates from the Westerbork Northern Sky Survey, *ApJ*, 2001, vol. 548, p. 639
- Kempner J. C., Sarazin C. L., Markevitch M., Chandra Observation of the Merging Cluster A2034, *ApJ*, 2003, vol. 593, p. 291
- Klimov Y. G., The Deflection of Light Rays in the Gravitational Fields of Galaxies, *Soviet Physics Doklady*, 1963, vol. 8, p. 119
- Komsta L., Novomestky F., , 2015 moments: Moments, cumulants, skewness, kurtosis and related tests
- Kravtsov A. V., Borgani S., Formation of Galaxy Clusters, *ARA&A*, 2012, vol. 50, p. 353
- Kuijken K., Weak weak lensing: correcting weak shear measurements accurately for PSF anisotropy, *A&A*, 1999, vol. 352, p. 355
- Kurtz M. J., Mink D. J., RVSAO 2.0: Digital Redshifts and Radial Velocities, *PASP*, 1998, vol. 110, p. 934
- Laplace P. S., Exposition du système du monde., 1795
- Le Delliou M., Marcondes R. J. F., Lima Neto G. B., Abdalla E., Non-virialized clusters for detection of dark energy-dark matter interaction, *MNRAS*, 2015, vol. 453, p. 2

- Liebes S., Gravitational Lenses, *Physical Review*, 1964, vol. 133, p. 835
- Lima Neto G. B., Notas de aula do curso de Astrofísica Extragaláctica, 2016
- Link F., , *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 1936, vol. 202, p. 917
- Lodge O. J., Gravitation and Light, *Nature*, 1919, vol. 104, p. 354
- Lynden-Bell D., Statistical mechanics of violent relaxation in stellar systems, *MNRAS*, 1967, vol. 136, p. 101
- Machado R. E. G., Lima Neto G. B., Simulations of the merging galaxy cluster Abell 3376, *MNRAS*, 2013, vol. 430, p. 3249
- Machado R. E. G., Lima Neto G. B., Simulations of gas sloshing in galaxy cluster Abell 2052, *MNRAS*, 2015, vol. 447, p. 2915
- Machado R. E. G., Monteiro-Oliveira R., Lima Neto G. B., Cypriano E. S., Simulating the shocks in the dissociative galaxy cluster Abell 1758N, *MNRAS*, 2015, vol. 451, p. 3309
- Maechler M., diptest: Hartigan's Dip Test Statistic for Unimodality - Corrected, 2015
- Maechler M., Rousseeuw P., Struyf A., Hubert M., Hornik K., , 2014 *Cluster Analysis Basics and Extensions*
- Marat J. P., Découvertes sur la lumière, 1780
- Markevitch M., Gonzalez A. H., Clowe D., Vikhlinin A., Forman W., Jones C., Murray S., Tucker W., Direct Constraints on the Dark Matter Self-Interaction Cross Section from the Merging Galaxy Cluster 1E 0657-56, *ApJ*, 2004, vol. 606, p. 819
- Martel H., Robichaud F., Barai P., Major Cluster Mergers and the Location of the Brightest Cluster Galaxy, *ApJ*, 2014, vol. 786, p. 79
- Martin A. D., Quinn K. M., Park J. H., MCMCpack: Markov Chain Monte Carlo in R, *Journal of Statistical Software*, 2011, vol. 42, p. 22
- Medezinski E., Broadhurst T., Umetsu K., Oguri M., Rephaeli Y., Benítez N., Detailed cluster mass and light profiles of A1703, A370 and RXJ1347-11 from deep Subaru imaging, *MNRAS*, 2010, vol. 405, p. 257

- Melchior P., Suchyta E., Huff E., Hirsch M., Kacprzak T., Rykoff E., Gruen D., Armstrong R., Bacon D., Bechtol K., Bernstein G. M., Bridle S., Clampitt J., Honscheid K., et al J., Mass and galaxy distributions of four massive galaxy clusters from Dark Energy Survey Science Verification data, *MNRAS*, 2015, vol. 449, p. 2219
- Mellier Y., Probing the Universe with Weak Lensing, *ARA&A*, 1999, vol. 37, p. 127
- Merten J., Coe D., Dupke R., Massey R., Zitrin A., Cypriano E. S., Okabe N., Frye B., Braglia F. G., Jiménez-Teja Y., Benítez N., Broadhurst T., Rhodes J., Meneghetti M., et al. M., Creation of cosmic structure in the complex galaxy cluster merger Abell 2744, *MNRAS*, 2011, vol. 417, p. 333
- Meylan G., Jetzer P., North P., Schneider P., Kochanek C. S., Wambsganss J., eds., 2006 *Gravitational Lensing: Strong, Weak and Micro*
- Milgrom M., A Modification of the Newtonian Dynamics - Implications for Galaxy Systems, *ApJ*, 1983, vol. 270, p. 384
- Mishchenko Y., Ji C.-R., Dark matter phenomenology of high speed galaxy cluster collisions, *ArXiv e-prints*, 2015
- Mo H., van den Bosch F. C., White S., *Galaxy Formation and Evolution*, 2010
- Moivre A. d., *The doctrine of Chances.*, 1738
- Monteiro-Oliveira R., *Aglomerados de galáxias em fusão*, São Paulo: Universidade de São Paulo - IAG, 2011, *Dissertação de Mestrado*, 140 p.
- Monteiro-Oliveira R., Cypriano E. S., Machado R. E. G., Lima Neto G. B., Ribeiro A. L. B., Sodré Jr L., Dupke R. A., The merger history of the complex cluster Abell 1758: a combined weak lensing and spectroscopic view, *ArXiv e-prints*, 2016
- Narayan R., Bartelmann M., *Lectures on Gravitational Lensing*, *ArXiv Astrophysics e-prints*, 1996
- Navarro J. F., Frenk C. S., White S. D. M., The Structure of Cold Dark Matter Halos, *ApJ*, 1996, vol. 462, p. 563

- Navarro J. F., Frenk C. S., White S. D. M., A Universal Density Profile from Hierarchical Clustering, *ApJ*, 1997, vol. 490, p. 493
- Newton I., *Opticks*, 1704
- Ng K. Y., Dawson W. A., Wittman D., Jee M. J., Hughes J. P., Menanteau F., Sifón C., The return of the merging galaxy subclusters of El Gordo?, *MNRAS*, 2015, vol. 453, p. 1531
- Nychka D., Furrer R., Sain S., , 2014 *Fields: Tools for spatial data*
- Okabe N., Umetsu K., Subaru Weak Lensing Study of Seven Merging Clusters: Distributions of Mass and Baryons, *PASJ*, 2008, vol. 60, p. 345
- Osterbrock D. E., Fulbright J. P., Bida T. A., Night-Sky High-Resolution Spectral Atlas of OH Emission Lines for Echelle Spectrograph Wavelength Calibration. II., *PASP*, 1997, vol. 109, p. 614
- Ouchi M., Shimasaku K., Okamura S., Furusawa H., Kashikawa N., Ota K., Doi M., Hamabe M., Kimura M., Komiyama Y., Miyazaki M., Miyazaki S., Nakata F., Sekiguchi M., Yagi M., Yasuda N., Subaru Deep Survey. V. A Census of Lyman Break Galaxies at $z \sim 4$ and 5 in the Subaru Deep Fields: Photometric Properties, *ApJ*, 2004, vol. 611, p. 660
- Owers M. S., Nulsen P. E. J., Couch W. J., Ma C.-J., David L. P., Forman W. R., Hopkins A. M., Jones C., van Weeren R. J., A Merger Shock in A2034, *ApJ*, 2014, vol. 780, p. 163
- Padmanabhan T., *Structure Formation in the Universe*, 1993, 499
- Parekh V., van der Heyden K., Ferrari C., Angus G., Holwerda B., Morphology parameters: substructure identification in X-ray galaxy clusters, *A&A*, 2015, vol. 575, p. A127
- Pearson K., *Contributions to the Mathematical Theory of Evolution*, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1894, vol. 185, p. 71
- Peebles P. J. E., Origin of the Angular Momentum of Galaxies, *ApJ*, 1969, vol. 155, p. 393

-
- Pinkney J., Roettiger K., Burns J. O., Bird C. M., Evaluation of Statistical Tests for Substructure in Clusters of Galaxies, *ApJS*, 1996, vol. 104, p. 1
- Planck Collaboration Ade P. A. R., Aghanim N., Arnaud M., Ashdown M., Aumont J., Baccigalupi C., Banday A. J., Barreiro R. B., Bartlett J. G., et al. Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters, *ArXiv e-prints*, 2015
- Plummer M., Best N., Cowles K., Vines K., CODA: Convergence Diagnosis and Output Analysis for MCMC, *R News*, 2006, vol. 6, p. 7
- Power C., Seeking Observable Imprints of Small-Scale Structure on the Properties of Dark Matter Haloes, *PASA*, 2013, vol. 30, p. e053
- R Core Team, 2014 R: A Language and Environment for Statistical Computing. R Foundation for Statistical Computing Vienna, Austria
- Ragozzine B., Clowe D., Markevitch M., Gonzalez A. H., Bradač M., Weak-lensing Results for the Merging Cluster A1758, *ApJ*, 2012, vol. 744, p. 94
- Ramella M., Biviano A., Pisani A., Varela J., Bettoni D., Couch W. J., D'Onofrio M., Dressler A., Fasano G., Kjørgaard P., Moles M., Pignatelli E., Poggianti B. M., Substructures in WINGS clusters, *A&A*, 2007, vol. 470, p. 39
- Randall S. W., Markevitch M., Clowe D., Gonzalez A. H., Bradač M., Constraints on the Self-Interaction Cross Section of Dark Matter from Numerical Simulations of the Merging Galaxy Cluster 1E 0657-56, *ApJ*, 2008, vol. 679, p. 1173
- Refsdal S., On the possibility of determining Hubble's parameter and the masses of galaxies from the gravitational lens effect, *MNRAS*, 1964a, vol. 128, p. 307
- Refsdal S., The gravitational lens effect, *MNRAS*, 1964b, vol. 128, p. 295
- Renn J., Sauer T., Stachel J., The origin of gravitational lensing: a postscript to Einstein's 1936 Science paper., *Science*, 1997, vol. 275, p. 184
- Reynolds A. P. and Richards G., de la Iglesia B., Rayward-Smith V. J., Clustering Rules: A Comparison of Partitioning and Hierarchical Clustering Algorithms, *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, 2006, vol. 5, p. 475

- Rizza E., Burns J. O., Ledlow M. J., Owen F. N., Voges W., Bliton M., X-ray observations of distant Abell clusters, *MNRAS*, 1998, vol. 301, p. 328
- Sarazin C. L., Mergers, Cosmic Rays, and Nonthermal Processes in Clusters of Galaxies, *Journal of Korean Astronomical Society*, 2004, vol. 37, p. 433
- Schirmer M., Weak gravitational lensing: detection of mass concentrations in wide field data, Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2004, Tese de Doutorado, 129 p.
- Schneider P., Detection of (dark) matter concentrations via weak gravitational lensing, *MNRAS*, 1996, vol. 283, p. 837
- Schneider P., *Extragalactic Astronomy and Cosmology*, 2006
- Schramm T., Kayser R., The complex theory of gravitational lensing. Beltrami equation and cluster lensing., *A&A*, 1995, vol. 299, p. 1
- Schwarz G., Estimating the Dimension of a Model, *The Annals of Statistics*, 1978, vol. 6, p. 461
- Scoville N., The Cosmic Evolution Survey: COSMOS. In *From Z-Machines to ALMA: (Sub)Millimeter Spectroscopy of Galaxies*, vol. 375 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, 2007, p. 166
- Seitz C., Schneider P., Steps towards nonlinear cluster inversion through gravitational distortions. III. Including a redshift distribution of the sources., *A&A*, 1997, vol. 318, p. 687
- Seitz S., Schneider P., Bartelmann M., Entropy-regularized maximum-likelihood cluster mass reconstruction, *A&A*, 1998, vol. 337, p. 325
- Serna A., Gerbal D., Dynamical search for substructures in galaxy clusters. A hierarchical clustering method., *A&A*, 1996, vol. 309, p. 65
- Silverman B. W., *Density estimation for statistics and data analysis*, 1986
- Spinelli P. F., *Weak lensing analysis of galaxy groups*, Munich: Ludwig Maximilian University of Munich, 2011, Tese de Doutorado, 131 p.

- Springel V., Farrar G. R., The speed of the ‘bullet’ in the merging galaxy cluster 1E0657-56, *MNRAS*, 2007, vol. 380, p. 911
- Springel V., White S. D. M., Jenkins A., Frenk C. S., Yoshida N., Gao L., Navarro J., Thacker R., Croton D., Helly J., Peacock J. A., Cole S., Thomas P., Couchman H., Evrard A., Colberg J., Pearce F., Simulations of the formation, evolution and clustering of galaxies and quasars, *Nature*, 2005, vol. 435, p. 629
- Struble M. F., Rood H. J., A Compilation of Redshifts and Velocity Dispersions for ACO Clusters, *ApJS*, 1999, vol. 125, p. 35
- Tonry J., Davis M., A survey of galaxy redshifts. I - Data reduction techniques, *AJ*, 1979, vol. 84, p. 1511
- Umetsu K., Broadhurst T., Zitrin A., Medezinski E., Hsu L.-Y., Cluster Mass Profiles from a Bayesian Analysis of Weak-lensing Distortion and Magnification Measurements: Applications to Subaru Data, *ApJ*, 2011, vol. 729, p. 127
- Valdes F., Gruendl R., DES Project The DECam Community Pipeline. In *Astronomical Data Analysis Software and Systems XXIII* , vol. 485 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, 2014, p. 379
- Valls-Gabaud D., The conceptual origins of gravitational lensing. In *Albert Einstein Century International Conference* , vol. 861 of *American Institute of Physics Conference Series*, 2006, p. 1163
- van den Bosch F. C., Weinmann S. M., Yang X., Mo H. J., Li C., Jing Y. P., The phase-space parameters of the brightest halo galaxies, *MNRAS*, 2005, vol. 361, p. 1203
- van Weeren R. J., Brüggen M., Röttgering H. J. A., Hoeft M., Nuza S. E., Intema H. T., Radio continuum observations of new radio halos and relics from the NVSS and WENSS surveys. Relic orientations, cluster X-ray luminosity, and redshift distributions, *A&A*, 2011, vol. 533, p. A35
- Vogelsberger M., Genel S., Springel V., Torrey P., Sijacki D., Xu D., Snyder G., Nelson D., Hernquist L., Introducing the Illustris Project: simulating the coevolution of dark and visible matter in the Universe, *MNRAS*, 2014, vol. 444, p. 1518

- Walsh D., Carswell R. F., Weymann R. J., 0957 + 561 A, B - Twin quasistellar objects or gravitational lens, *Nature*, 1979, vol. 279, p. 381
- Wambsganss J., *Gravitational Lensing in Astronomy*, *Living Reviews in Relativity*, 1998, vol. 1
- White D. A., Deconvolution of ASCA X-ray data - II. Radial temperature and metallicity profiles for 106 galaxy clusters, *MNRAS*, 2000, vol. 312, p. 663
- Wojtak R., Lokas E. L., Mamon G. A., Gottlöber S., Prada F., Moles M., Interloper treatment in dynamical modelling of galaxy clusters, *A&A*, 2007, vol. 466, p. 437
- Wright C. O., Brainerd T. G., *Gravitational Lensing by NFW Halos*, *ApJ*, 2000, vol. 534, p. 34
- Yagi M., Kashikawa N., Sekiguchi M., Doi M., Yasuda N., Shimasaku K., Okamura S., *Luminosity Functions of 10 Nearby Clusters of Galaxies. I. Data*, *AJ*, 2002, vol. 123, p. 66
- Yahil A., Vidal N. V., *The Velocity Distribution of Galaxies in Clusters*, *ApJ*, 1977, vol. 214, p. 347
- Zwicky F., *Nebulae as Gravitational Lenses*, *Physical Review*, 1937, vol. 51, p. 290

Apêndice

Catálogo de A1758N

Tabela A.1 - Catálogo das velocidades radiais no campo de A1758N. Nas primeiras três colunas temos, respectivamente, o identificador geral das galáxias, o identificador das galáxias membro e o identificador adotado por [Boschin et al. \(2012\)](#), para uma melhor comparação dos objetos em comum. As magnitudes B , R_C and z' são apresentadas nas colunas seguintes. Nas últimas duas colunas são apresentadas as velocidades radiais e suas incertezas em unidades de km s^{-1} . As galáxias marcadas com * e \diamond são respectivamente as BCGs dos subaglomerados A1758NW e A1758NE.

ID	IDm	IDb	α (J2000)	δ (J2000)	B	R_C	z'	v	σ_v
1.	-	-	13:32:51.9	+50:28:02.2	22.23	21.00	20.56	210994.	330.
2.	1.	-	13:32:53.4	+50:28:45.1	21.64	19.58	19.00	81008.	56.
3.	2.	-	13:33:06.1	+50:29:16.4	23.12	21.19	20.71	83395.	329.
4.	3.	-	13:33:03.5	+50:29:08.0	23.02	20.97	20.41	83654.	119.
5.	4.	-	13:32:56.7	+50:29:25.3	23.03	20.81	20.16	83449.	189.
6.	5.	-	13:33:02.9	+50:29:22.9	22.47	20.40	19.84	81707.	191.
7.	6.	-	13:32:46.6	+50:29:27.2	21.30	19.33	18.72	81478.	81.
8.	7.	-	13:32:47.1	+50:29:40.1	21.78	19.55	18.91	83598.	97.
9.	8.	-	13:32:39.8	+50:30:20.9	23.21	21.12	20.62	83617.	264.
10.	9.	-	13:32:52.8	+50:30:26.6	20.72	18.49	17.82	84154.	74.
11.	-	-	13:32:36.8	+50:30:33.0	21.00	18.94	18.53	112353.	306.
12.	10.	-	13:33:10.7	+50:30:22.7	21.36	19.21	18.54	82001.	97.
13.	-	-	13:33:11.0	+50:31:05.0	23.01	21.03	20.40	69930.	101.
14.	11.	-	13:32:52.5	+50:31:29.1	21.74	19.43	18.85	82615.	77.
15.	12.	-	13:32:50.3	+50:31:26.2	22.27	19.96	19.27	85382.	63.

Continua na próxima página

Tabela A.1 – continuação da página anterior

ID	IDm	IDb	α (J2000)	δ (J2000)	B	R_C	z'	v	σ_v
16.	-	-	13:32:50.2	+50:30:53.0	21.96	20.03	19.43	34122.	23.
17.	13.	-	13:32:50.9	+50:30:57.2	22.74	20.73	20.12	83389.	112.
18.	14.	-	13:32:45.1	+50:31:39.6	23.17	21.00	20.32	83501.	135.
19.	15.	-	13:32:58.1	+50:31:35.5	22.87	20.98	20.31	84887.	99.
20.	-	-	13:32:51.4	+50:31:43.9	22.54	20.08	19.64	34191.	23.
21.	16.	-	13:33:07.4	+50:32:10.2	22.31	20.31	19.95	82385.	179.
22.	17.	-	13:32:51.9	+50:32:18.7	22.11	19.96	19.35	81904.	60.
23.	18.	-	13:33:08.4	+50:32:25.4	22.82	20.93	20.52	82113.	330.
24.	19.	-	13:32:46.0	+50:32:34.0	21.68	19.75	19.15	82500.	85.
25.	20.	-	13:32:57.7	+50:32:36.5	23.11	21.05	20.34	83420.	136.
26.	21.	-	13:32:54.4	+50:33:34.2	21.83	19.96	19.29	81817.	108.
27.	22.	-	13:32:56.0	+50:32:49.1	20.57	18.39	17.69	79387.	69.
28.	-	-	13:32:25.8	+50:32:14.2	22.57	20.19	19.45	113112.	330.
29.	23.	-	13:32:39.6	+50:32:30.1	21.78	19.99	19.40	84052.	73.
30.	24.	-	13:32:38.9	+50:32:30.7	21.98	20.91	20.69	84633.	118.
31.	25.	-	13:32:43.2	+50:32:47.0	23.27	21.54	20.92	83537.	202.
32.	-	-	13:32:47.6	+50:32:46.4	21.13	20.44	20.15	45508.	67.
33.	26.	-	13:32:27.4	+50:32:36.9	21.98	19.72	19.00	83210.	118.
34.	27.	-	13:32:50.2	+50:33:21.4	22.23	21.61	21.39	82346.	45.
35.	28.	-	13:32:32.4	+50:33:33.8	23.06	20.91	20.20	85763.	88.
36.	29.	-	13:32:46.8	+50:33:18.3	22.74	20.72	20.06	87006.	78.
37.	-	-	13:32:39.4	+50:33:29.7	22.73	20.50	20.52	20868.	119.
38.	30.	-	13:32:37.0	+50:33:33.2	22.15	20.25	19.71	81647.	69.
39.	31.	-	13:32:32.4	+50:33:49.1	21.60	19.44	18.69	83757.	97.
40.	-	-	13:32:30.8	+50:33:51.1	22.17	20.65	20.18	169659.	316.
41.	-	-	13:32:15.0	+50:33:55.9	22.12	20.74	20.20	30509.	96.
42.	32.	-	13:32:43.6	+50:33:45.3	22.14	20.26	19.69	87050.	77.
43.	33.	-	13:32:39.6	+50:34:00.3	21.65	19.38	18.63	84995.	100.
44.	34.	-	13:32:45.0	+50:34:05.9	21.79	19.56	18.82	86582.	63.

Continua na próxima página

Tabela A.1 – continuação da página anterior

ID	IDm	IDb	α (J2000)	δ (J2000)	B	R_C	z'	v	σ_v
45.	35.	-	13:32:49.0	+50:34:09.3	21.65	19.61	18.94	82313.	53.
46.	-	-	13:32:27.4	+50:34:03.7	21.48	19.29	18.57	113537.	96.
47.	-	-	13:32:41.1	+50:34:44.7	22.24	20.62	19.93	113510.	96.
48.	-	-	13:32:36.9	+50:34:52.4	23.26	21.69	21.06	97987.	68.
49.	36.	-	13:32:46.2	+50:35:08.9	22.15	20.02	19.29	85096.	65.
50.	-	-	13:32:34.8	+50:35:30.3	22.81	21.21	20.63	24198.	121.
51.	37.	-	13:32:38.1	+50:35:19.5	22.17	20.20	19.50	84309.	53.
52.	38.	-	13:32:46.8	+50:35:28.3	22.56	20.51	19.81	85339.	76.
53.	-	-	13:32:33.3	+50:35:29.8	21.63	20.65	20.54	74749.	92.
54.	-	-	13:32:34.9	+50:35:17.2	21.20	18.99	18.25	98316.	76.
55.	39.	-	13:32:35.9	+50:35:26.4	22.34	20.44	19.70	83210.	115.
56.	-	-	13:32:34.0	+50:35:42.8	22.72	21.18	20.56	113711.	181.
57.	-	-	13:32:33.6	+50:35:52.4	23.10	21.52	21.01	4210.	175.
58.	40.	-	13:32:35.0	+50:35:49.5	21.51	19.95	19.38	87509.	369.
59.	-	-	13:32:44.7	+50:36:04.5	20.58	19.90	19.66	53333.	156.
60.	-	-	13:32:41.6	+50:36:08.3	20.96	19.79	19.56	98092.	60.
61.	-	-	13:32:38.2	+50:36:32.9	22.08	21.04	20.68	17764.	113.
62.	41.	-	13:32:36.4	+50:36:50.4	23.12	21.54	20.90	86859.	314.
63.	42.	-	13:32:32.4	+50:37:04.9	23.17	21.41	20.77	86401.	100.
64.	43.	-	13:32:36.7	+50:37:08.6	22.76	21.59	21.23	86542.	30.
65.	-	-	13:33:00.3	+50:27:41.1	22.33	20.72	19.84	34410.	176.
66.	-	-	13:33:13.6	+50:31:11.1	19.79	17.72	17.16	70082.	100.
67.	-	-	13:33:11.3	+50:31:44.2	22.44	21.00	20.46	69950.	65.
68.	-	-	13:32:59.9	+50:33:44.5	21.49	19.77	19.04	49680.	127.
69.	-	2.	13:32:14.6	+50:34:52.3	21.04	19.64	19.06	98743.	590.
70.	-	11.	13:32:19.4	+50:34:11.2	22.47	20.16	19.37	112302.	330.
71.	-	15.	13:32:22.5	+50:35:27.4	21.94	19.76	19.10	98439.	109.
72.	44.	16.	13:32:22.8	+50:36:04.8	22.24	20.16	19.57	85119.	74.
73.	45.	17.	13:32:25.2	+50:34:03.6	20.49	18.29	17.62	82854.	79.

Continua na próxima página

Tabela A.1 – continuação da página anterior

ID	IDm	IDb	α (J2000)	δ (J2000)	B	R_C	z'	v	σ_v
74.	46.	21.	13:32:29.2	+50:34:10.1	21.42	19.46	18.88	83384.	105.
75.	-	24.	13:32:30.2	+50:36:37.3	22.61	20.24	19.51	113605.	61.
76.	47.	25.	13:32:30.2	+50:33:49.2	21.96	19.74	19.06	83042.	118.
77.	-	27.	13:32:31.6	+50:36:17.7	21.54	19.51	18.79	98488.	53.
78.	48.	30.	13:32:32.8	+50:36:04.6	21.98	19.89	19.17	85182.	110.
79.	-	31.	13:32:33.2	+50:34:02.6	22.36	21.26	21.03	187838.	1025.
80.	-	32.	13:32:33.7	+50:31:03.6	21.81	19.79	19.04	112092.	330.
81.	49.	35.	13:32:34.2	+50:33:03.2	21.32	19.26	18.59	87244.	56.
82.	50.	37.	13:32:34.4	+50:33:18.3	20.94	18.78	18.08	84919.	79.
83.	51.	39.	13:32:34.6	+50:31:39.2	22.53	20.25	19.51	84524.	141.
84.	52.	40.	13:32:34.6	+50:33:24.8	21.47	19.22	18.48	81245.	73.
85.	-	46.	13:32:35.7	+50:34:50.1	22.82	20.66	19.89	114055.	97.
86.	53.	48.	13:32:36.4	+50:35:50.7	21.47	20.25	19.73	87377.	108.
87.	54.	51.	13:32:37.5	+50:33:05.8	21.41	19.18	18.41	82414.	73.
88.	55.	53.	13:32:38.3	+50:31:30.4	22.60	20.67	20.11	86371.	63.
89.*	56.	55.	13:32:38.3	+50:33:35.8	19.65	17.41	16.74	83378.	88.
90.	57.	56.	13:32:38.4	+50:31:41.5	22.65	20.59	20.01	85048.	121.
91.	58.	57.	13:32:38.4	+50:32:53.2	22.08	19.99	19.24	83306.	103.
92.	59.	59.	13:32:39.4	+50:34:45.2	21.11	18.89	18.15	83187.	98.
93.	60.	61.	13:32:39.5	+50:34:32.1	20.99	18.84	18.14	87878.	62.
94.	61.	64.	13:32:39.9	+50:32:24.0	22.60	20.57	20.05	83450.	146.
95.	62.	65.	13:32:40.3	+50:34:49.7	21.30	19.34	18.59	86178.	90.
96.	63.	66.	13:32:40.4	+50:35:39.7	20.57	18.41	17.69	81678.	65.
97.	64.	68.	13:32:40.5	+50:33:15.5	21.56	19.39	18.67	80456.	103.
98.	65.	69.	13:32:40.9	+50:33:46.4	20.02	17.78	17.09	83392.	86.
99.	66.	74.	13:32:43.2	+50:29:26.1	21.11	18.85	18.19	82641.	53.
100.	67.	75.	13:32:43.4	+50:33:28.8	20.81	18.52	17.79	85425.	66.
101.	68.	76.	13:32:43.7	+50:31:14.7	21.29	19.23	18.58	83354.	118.
102.	69.	77.	13:32:44.7	+50:33:26.1	21.92	19.68	18.92	84234.	63.

Continua na próxima página

Tabela A.1 – continuação da página anterior

ID	IDm	IDb	α (J2000)	δ (J2000)	B	R_C	z'	v	σ_v
103.	70.	78.	13:32:44.9	+50:31:57.5	21.94	19.82	19.12	84302.	99.
104.	71.	80.	13:32:45.9	+50:32:04.8	21.49	19.30	18.61	79987.	63.
105.	72.	86.	13:32:48.6	+50:31:54.9	22.05	19.73	19.00	82663.	79.
106.	73.	87.	13:32:48.6	+50:31:21.8	21.44	19.18	18.49	83193.	108.
107.	74.	88.	13:32:49.2	+50:31:31.2	22.14	19.90	19.16	82121.	67.
108.	75.	89.	13:32:49.2	+50:28:50.4	22.10	20.66	20.12	82981.	295.
109.	76.	90.	13:32:49.3	+50:33:56.1	21.80	19.91	19.29	80175.	87.
110.	77.	92.	13:32:49.9	+50:32:26.0	21.89	19.89	19.26	84321.	118.
111.	78.	96.	13:32:51.0	+50:33:08.8	21.35	19.31	18.60	84445.	71.
112.	79.	97.	13:32:51.0	+50:27:46.0	21.40	19.54	18.98	81314.	82.
113.◇	80.	101.	13:32:52.0	+50:31:33.9	19.69	17.36	16.73	83843.	84.
114.	81.	102.	13:32:52.1	+50:31:22.0	22.02	19.99	19.48	83227.	165.
115.	82.	105.	13:32:52.9	+50:31:46.1	20.54	18.26	17.66	79625.	55.
116.	83.	112.	13:32:53.9	+50:32:20.7	20.68	19.00	18.47	79732.	77.
117.	84.	116.	13:32:55.1	+50:31:26.1	20.82	18.60	17.92	85010.	96.
118.	85.	117.	13:32:55.5	+50:31:28.5	21.09	18.84	18.15	85132.	100.
119.	86.	119.	13:32:56.0	+50:30:17.5	19.89	18.88	18.53	82859.	85.
120.	87.	120.	13:32:59.3	+50:30:20.0	22.62	20.55	19.99	83339.	141.
121.	88.	121.	13:32:59.5	+50:29:27.6	21.45	19.25	18.61	81969.	54.
122.	89.	124.	13:33:02.0	+50:29:28.0	20.14	17.89	17.22	83430.	91.
123.	90.	125.	13:33:02.1	+50:30:09.3	22.74	20.67	20.11	83480.	152.
124.	91.	126.	13:33:02.7	+50:31:42.3	20.52	18.90	18.25	80596.	63.
125.	92.	128.	13:33:06.6	+50:31:24.3	20.47	18.50	17.85	85489.	126.
126.	93.	129.	13:33:07.3	+50:29:19.6	22.28	20.15	19.80	82009.	456.
127.	94.	130.	13:33:07.4	+50:32:00.7	21.02	18.94	18.44	82459.	125.
128.	95.	132.	13:33:09.8	+50:29:02.3	22.07	20.12	19.43	83276.	161.
129.	96.	134.	13:33:10.6	+50:31:15.7	20.81	18.76	18.09	86297.	145.
130.	97.	137.	13:33:13.7	+50:29:55.2	22.79	20.68	20.00	83455.	165.
131.	-	1.	13:32:13.9	+50:36:23.3	23.01	21.65	21.05	125775.	71.

Continua na próxima página

Tabela A.1 – continuação da página anterior

ID	IDm	IDb	α (J2000)	δ (J2000)	B	R_C	z'	v	σ_v
132.	98.	3.	13:32:15.3	+50:35:18.2	21.92	20.23	19.54	85168.	104.
133.	99.	4.	13:32:16.8	+50:33:19.4	21.41	19.61	19.05	80993.	94.
134.	-	5.	13:32:17.6	+50:37:27.2	19.89	18.99	18.64	41801.	173.
135.	-	6.	13:32:17.8	+50:33:39.4	20.86	20.07	19.74	32788.	100.
136.	100.	7.	13:32:17.9	+50:37:39.5	21.62	20.08	19.48	88373.	128.
137.	-	8.	13:32:18.3	+50:36:47.6	22.06	20.10	19.41	98217.	93.
138.	101.	9.	13:32:18.9	+50:36:04.4	22.48	21.01	20.48	84170.	129.
139.	102.	10.	13:32:19.2	+50:36:03.9	21.86	19.96	19.24	85959.	128.
140.	-	12.	13:32:22.2	+50:35:09.1	21.63	19.64	18.93	98001.	50.
141.	-	13.	13:32:22.4	+50:34:48.8	21.67	19.82	19.02	97790.	69.
142.	-	14.	13:32:22.4	+50:37:04.7	23.51	21.81	21.11	97872.	100.
143.	103.	18.	13:32:25.9	+50:38:18.3	21.70	20.07	19.46	85091.	114.
144.	104.	19.	13:32:27.5	+50:33:31.7	21.96	20.15	19.48	84801.	98.
145.	105.	20.	13:32:27.5	+50:37:44.5	21.64	19.70	19.08	82907.	92.
146.	-	22.	13:32:29.5	+50:35:26.0	22.00	20.46	19.71	74891.	116.
147.	106.	23.	13:32:29.9	+50:37:21.6	22.04	19.86	19.17	82044.	54.
148.	107.	26.	13:32:30.6	+50:36:25.5	21.94	19.91	19.29	82111.	66.
149.	108.	28.	13:32:31.8	+50:34:50.0	22.44	20.17	19.46	83238.	123.
150.	-	29.	13:32:32.6	+50:34:28.0	20.31	18.49	17.86	53251.	53.
151.	-	33.	13:32:33.8	+50:30:50.1	21.00	19.01	18.24	112310.	75.
152.	-	34.	13:32:34.0	+50:30:39.8	21.87	20.03	19.45	113091.	116.
153.	109.	36.	13:32:34.3	+50:32:11.5	21.18	19.77	19.60	80234.	41.
154.	110.	41.	13:32:34.7	+50:31:43.4	21.96	20.36	19.81	86327.	79.
155.	111.	42.	13:32:34.9	+50:32:37.4	20.66	18.58	17.91	84194.	44.
156.	-	43.	13:32:35.0	+50:38:30.3	21.14	19.61	19.03	98294.	119.
157.	112.	44.	13:32:35.1	+50:32:36.4	19.37	17.96	17.42	81900.	71.
158.	113.	45.	13:32:35.6	+50:33:38.2	22.22	20.03	19.31	83293.	54.
159.	114.	47.	13:32:35.8	+50:33:52.1	22.39	20.36	19.67	83709.	76.
160.	-	49.	13:32:36.8	+50:30:37.7	22.21	20.48	20.06	112681.	100.

Continua na próxima página

Tabela A.1 – continuação da página anterior

ID	IDm	IDb	α (J2000)	δ (J2000)	B	R_C	z'	v	σ_v
161.	115.	50.	13:32:36.8	+50:32:59.8	21.48	19.35	18.60	83963.	63.
162.	116.	52.	13:32:38.0	+50:30:57.3	22.64	20.41	19.78	84344.	79.
163.	117.	54.	13:32:38.3	+50:33:30.5	20.88	18.64	18.04	84176.	120.
164.	118.	58.	13:32:38.5	+50:33:43.5	20.72	18.67	18.08	83791.	79.
165.	119.	60.	13:32:39.5	+50:33:45.1	22.00	19.74	19.16	83880.	76.
166.	120.	62.	13:32:39.7	+50:33:14.6	22.36	20.09	19.37	82872.	128.
167.	121.	63.	13:32:39.7	+50:32:41.2	21.05	18.98	18.30	83803.	84.
168.	122.	67.	13:32:40.5	+50:32:16.0	23.67	21.59	20.93	85932.	182.
169.	123.	70.	13:32:41.4	+50:32:10.7	21.82	20.45	20.15	80544.	57.
170.	124.	71.	13:32:42.0	+50:34:34.8	19.62	18.05	18.16	87429.	132.
171.	125.	72.	13:32:42.1	+50:32:30.2	22.48	20.29	19.54	82939.	85.
172.	126.	73.	13:32:42.3	+50:32:33.2	22.68	20.63	19.96	81072.	91.
173.	127.	79.	13:32:45.3	+50:33:24.7	21.28	19.27	18.56	85798.	82.
174.	128.	81.	13:32:46.3	+50:36:41.7	20.89	18.83	18.12	86035.	47.
175.	129.	82.	13:32:46.8	+50:31:48.6	22.07	20.34	19.61	83825.	113.
176.	130.	83.	13:32:46.9	+50:32:02.1	21.62	19.59	18.94	84249.	76.
177.	131.	84.	13:32:47.9	+50:32:09.7	21.88	19.79	19.15	82909.	82.
178.	-	85.	13:32:48.4	+50:28:06.7	21.52	19.21	18.52	109410.	85.
179.	-	91.	13:32:49.7	+50:28:41.5	20.06	18.49	17.89	55954.	60.
180.	132.	93.	13:32:50.0	+50:33:53.9	21.37	20.25	19.87	81273.	60.
181.	133.	94.	13:32:50.5	+50:27:52.3	20.85	19.42	18.93	80403.	72.
182.	134.	95.	13:32:50.7	+50:27:46.7	21.37	19.40	18.83	82691.	79.
183.	135.	98.	13:32:51.4	+50:33:04.8	19.47	17.94	17.41	85536.	57.
184.	-	99.	13:32:51.4	+50:33:10.4	21.58	19.62	18.82	130803.	148.
185.	136.	100.	13:32:51.7	+50:27:13.6	20.09	17.89	17.24	83197.	54.
186.	-	103.	13:32:52.3	+50:27:42.9	22.43	20.54	19.87	109756.	204.
187.	137.	104.	13:32:52.3	+50:31:12.9	22.30	20.15	19.50	82717.	75.
188.	138.	106.	13:32:53.0	+50:31:35.6	21.09	18.76	18.17	83648.	63.
189.	-	107.	13:32:53.2	+50:30:29.0	20.76	18.48	17.89	99000.	47.

Continua na próxima página

Tabela A.1 – continuação da página anterior

ID	IDm	IDb	α (J2000)	δ (J2000)	B	R_C	z'	v	σ_v
190.	139.	108.	13:32:53.5	+50:27:36.0	22.21	20.33	19.68	83346.	94.
191.	-	109.	13:32:53.6	+50:30:53.4	20.48	18.90	18.32	98877.	104.
192.	-	110.	13:32:53.7	+50:26:56.2	22.32	20.78	20.01	212245.	100.
193.	140.	111.	13:32:53.8	+50:29:57.8	21.87	19.75	19.12	82041.	66.
194.	-	113.	13:32:54.7	+50:30:27.4	21.57	20.51	20.39	52848.	100.
195.	141.	114.	13:32:54.9	+50:33:14.8	21.86	19.71	19.00	79373.	54.
196.	-	118.	13:32:55.6	+50:30:55.5	20.17	18.67	18.02	55708.	98.
197.	142.	122.	13:32:59.7	+50:30:05.6	21.68	20.60	20.35	86250.	100.
198.	143.	123.	13:33:02.0	+50:27:17.1	21.91	19.73	19.16	82098.	54.
199.	-	127.	13:33:03.6	+50:28:25.2	21.41	19.92	19.35	93943.	91.
200.	144.	131.	13:33:09.7	+50:28:33.7	20.84	19.71	19.34	87007.	100.
201.	145.	133.	13:33:10.1	+50:28:51.3	20.99	19.20	18.67	82496.	72.
202.	146.	135.	13:33:10.8	+50:28:53.6	21.75	19.71	19.03	82857.	91.
203.	147.	136.	13:33:12.9	+50:29:01.3	20.51	18.37	17.68	82798.	41.

Apêndice B

Catálogo de A1758S

Tabela B.1 - Catálogo das velocidades radiais no campo de A1758S. Nas primeiras duas colunas temos, respectivamente, o identificador geral das galáxias e o identificador das galáxias membro. As magnitudes B , R_C and z' são apresentadas nas colunas seguintes. Nas últimas duas colunas são apresentadas as velocidades radiais e suas incertezas em unidades de km s^{-1} . A galáxia marcada com * é a BCG de A1758S.

ID	IDm	α (J2000)	δ (J2000)	B	R_C	z'	v	σ_v
1.	1.	13:32:17.6	50:22:17.7	22.25	19.86	19.16	81542.	58.
2.	2.	13:32:33.5	50:22:13.7	21.75	19.65	19.11	81112.	72.
3.	3.	13:32:26.5	50:22:29.8	21.26	19.21	18.54	81540.	57.
4.	4.	13:32:34.6	50:22:41.0	21.99	20.06	19.54	83557.	127.
5.	5.	13:32:26.4	50:22:57.9	23.49	21.54	20.90	83865.	297.
6.	6.	13:32:26.0	50:22:47.0	21.06	18.62	17.88	84009.	75.
7.	7.	13:32:38.4	50:23:09.6	22.38	19.87	19.14	83719.	106.
9.	9.	13:32:18.9	50:23:36.4	23.36	21.14	20.45	83078.	162.
10.	-	13:32:12.8	50:23:25.3	23.14	21.47	21.01	35622.	133.
11.	10.	13:32:12.4	50:23:43.1	22.38	20.00	19.25	83316.	125.
12.	11.	13:32:12.5	50:24:11.5	22.64	20.04	19.23	83278.	141.
13.	12.	13:32:15.1	50:24:06.3	20.67	18.61	17.96	84765.	121.
14.	-	13:32:22.0	50:23:58.2	20.83	18.51	17.84	69847.	52.
15.	13.	13:32:33.2	50:24:20.6	22.75	20.41	19.84	82326.	42.
16.	-	13:32:34.0	50:24:54.5	23.94	21.62	21.60	35446.	67.
17.	14.	13:32:17.4	50:24:38.6	21.60	19.42	18.76	80053.	73.

Continua na próxima página

Tabela B.1 – continuação da página anterior

ID	IDm	α (J2000)	δ (J2000)	B	R_C	z'	v	σ_v
18.	15.	13:32:31.4	50:24:44.0	22.24	19.98	19.48	80716.	48.
19.	16.	13:32:33.7	50:24:49.9	21.90	19.93	19.46	82572.	78.
20.	17.	13:32:26.3	50:25:09.7	22.13	19.78	19.11	83064.	87.
21.	18.	13:32:36.0	50:25:23.4	22.83	20.77	20.17	81227.	50.
22.	19.	13:32:21.4	50:25:31.2	23.28	21.06	20.40	80550.	75.
23.	20.	13:32:33.7	50:25:36.3	22.93	21.14	20.67	79662.	78.
24.	21.	13:32:24.5	50:24:25.6	20.21	17.87	17.20	82655.	80.
25.	-	13:32:36.5	50:25:56.7	23.25	21.64	21.41	50151.	115.
26.	-	13:32:37.7	50:26:06.3	22.60	20.58	19.90	114113.	114.
27.	22.	13:32:41.7	50:25:15.0	21.31	19.25	18.69	82957.	50.
28.*	23.	13:32:33.0	50:25:02.4	19.52	17.21	16.76	81859.	59.
29.	24.	13:32:14.4	50:25:44.0	20.99	18.65	17.97	81205.	63.
30.	25.	13:32:35.3	50:26:23.9	21.55	19.58	19.01	80391.	42.
31.	-	13:32:36.1	50:26:46.1	22.97	20.76	20.07	114041.	227.
32.	-	13:32:34.3	50:26:51.1	21.91	20.66	20.28	55462.	81.
33.	26.	13:32:28.8	50:26:59.3	22.28	19.75	19.05	81727.	55.
34.	-	13:32:41.0	50:26:37.1	20.69	18.54	17.84	98944.	62.
35.	27.	13:32:31.0	50:27:14.0	20.45	18.60	18.15	81327.	43.

Catálogo de A2034

Tabela C.1 - Catálogo das velocidades radiais no campo de A2034. Nas primeiras duas colunas temos, respectivamente, o identificador das galáxias da nossa amostra do Gemini e o identificador das galáxias obtidas no NED. As magnitudes B , R_C and z' , medidas dentro de uma abertura de 4.6 arcsec, são apresentadas nas colunas seguintes. Nas últimas duas colunas são apresentadas as velocidades radiais e suas incertezas em unidades de km s^{-1} . As galáxias marcadas com * and \diamond são respectivamente as BCGs dos subaglomerados A2034S e A2034N.

ID	IDg	IDn	α (J2000)	δ (J2000)	B	R_C	z'	v	σ_v
1	1	–	15:09:48.8	33:25:39.1	21.16	19.93	19.48	35376.	100.
2	2	–	15:09:46.1	33:25:58.6	21.86	20.42	19.88	60918.	30.
3	3	–	15:09:55.0	33:26:11.8	21.09	19.39	18.82	34836.	30.
4	4	–	15:09:45.3	33:26:35.0	21.95	20.74	20.48	104568.	60.
5	5	–	15:09:49.2	33:26:19.0	22.02	20.15	19.51	104478.	2458.
6	6	–	15:09:49.4	33:26:26.3	20.95	19.22	18.63	34416.	30.
7	7	–	15:10:14.2	33:26:45.4	21.87	20.73	20.36	83672.	100.
8	8	–	15:10:17.3	33:26:43.0	23.03	21.31	20.34	37204.	60.
9	9	–	15:09:36.9	33:26:50.3	23.16	21.35	20.76	83552.	60.
10	10	–	15:10:15.0	33:27:03.2	21.49	19.83	19.24	34266.	30.
11	11	–	15:09:48.2	33:27:07.9	21.74	20.96	20.75	62417.	60.
12	12	–	15:09:46.0	33:27:15.8	24.46	21.61	20.13	202060.	100.
13	13	–	15:09:46.9	33:27:18.6	23.1	20.70	19.91	120577.	100.
14	14	–	15:09:41.7	33:27:03.5	20.13	18.42	17.74	32797.	30.
15	15	–	15:09:51.2	33:27:35.8	21.82	20.30	19.78	33847.	30.

Continua na próxima página

Tabela C.1 – continuação da página anterior

ID	IDm	IDn	α (J2000)	δ (J2000)	B	R_C	z'	v	σ_v
16	16	–	15:10:06.4	33:27:33.1	23.72	21.25	20.16	167674.	100.
17	17	–	15:09:38.1	33:27:28.4	23.06	21.60	21.14	36215.	30.
18	18	–	15:10:16.8	33:27:39.7	21.72	20.11	19.56	34596.	30.
19	19	–	15:10:02.4	33:27:59.9	21.31	20.16	19.77	33787.	30.
20	20	–	15:09:40.9	33:28:00.2	22.07	20.18	19.44	65385.	30.
21	21	–	15:10:17.4	33:27:48.3	20.81	19.09	18.51	35915.	30.
22	22	–	15:10:05.1	33:28:02.2	22.24	20.62	20.07	33787.	30.
23	23	–	15:09:45.0	33:27:48.6	21.15	19.50	18.93	33907.	30.
24	24	–	15:09:42.2	33:28:10.6	21.67	19.76	19.05	104508.	100.
25	25	–	15:09:48.3	33:27:55.0	21.41	19.35	18.63	72490.	30.
26	26	–	15:10:08.8	33:28:14.9	22.4	20.74	20.18	33217.	60.
27	27	–	15:10:03.7	33:27:50.8	20.34	18.67	18.10	32917.	30.
28	28	–	15:10:11.8	33:28:30.2	22.47	20.92	20.38	34626.	30.
29	29	–	15:10:11.9	33:28:24.3	21.28	19.60	19.01	33007.	30.
30	30	–	15:09:38.5	33:28:17.1	20.67	19.54	19.10	25872.	30.
31	31	–	15:09:53.5	33:28:25.1	20.95	19.27	18.72	35016.	30.
32	32	–	15:09:47.1	33:28:52.0	23.3	20.99	20.30	118688.	100.
33	33	–	15:09:43.2	33:28:39.4	22.94	20.45	19.66	120876.	100.
34	34	–	15:09:51.1	33:28:35.6	21.13	19.24	18.56	84032.	30.
35	35	–	15:10:09.2	33:28:20.1	20.13	18.47	17.94	32138.	30.
36	36	–	15:09:50.1	33:29:06.1	22.61	21.02	20.51	33427.	60.
37	37	–	15:10:05.0	33:28:54.1	19.92	18.24	17.56	33637.	30.
38	38	–	15:10:12.2	33:28:45.8	21.89	20.34	19.76	32258.	60.
39	39	–	15:09:41.3	33:29:18.1	21.39	19.66	19.07	63316.	30.
40	40	–	15:09:52.0	33:29:38.0	21.8	20.92	20.65	16279.	100.
41	41	–	15:10:10.1	33:29:12.7	20.4	18.62	17.92	34116.	30.
42	42	–	15:10:10.7	33:29:24.4	20.24	18.55	17.90	34326.	30.
43	43	–	15:09:55.3	33:30:12.2	22.01	20.51	20.14	32767.	30.
44	44	–	15:10:18.4	33:29:41.0	20.9	19.09	18.45	33996.	30.

Continua na próxima página

Tabela C.1 – continuação da página anterior

ID	IDm	IDn	α (J2000)	δ (J2000)	B	R_C	z'	v	σ_v
45	45	–	15:09:36.0	33:29:56.2	20.73	19.07	18.51	35915.	30.
46	46	–	15:10:12.7	33:29:33.0	19.15	17.51	16.66	34266.	30.
47	47	–	15:10:14.9	33:29:42.0	20.02	18.28	17.60	34476.	30.
48	48	–	15:10:07.6	33:30:27.9	22.53	21.00	20.38	160479.	100.
49	49	–	15:09:50.9	33:30:32.4	23.93	21.17	20.09	160329.	100.
50	50	–	15:09:55.4	33:30:22.9	21.08	19.40	18.82	35076.	30.
51	51	–	15:10:25.1	33:30:36.0	23.36	20.94	20.21	160329.	100.
52	52	–	15:10:15.3	33:30:18.3	20.59	18.76	18.10	34056.	30.
53	53	–	15:09:45.9	33:30:44.9	21.45	19.83	19.18	83762.	90.
54	54	–	15:10:10.7	33:30:43.6	22.88	20.98	20.23	152744.	100.
55	55	–	15:09:51.0	33:30:50.2	20.77	19.53	19.02	63466.	100.
56	56	–	15:10:23.6	33:30:52.2	24.21	21.59	20.52	167914.	100.
57	57	–	15:10:08.9	33:30:53.0	21.21	19.58	19.03	31418.	60.
58	58	–	15:10:16.4	33:31:31.2	22.45	20.79	20.24	35405.	30.
59	59	–	15:10:14.0	33:31:19.6	21.06	19.30	18.70	34506.	30.
60	60	–	15:10:17.0	33:31:35.7	22.84	21.31	20.80	33907.	60.
61	61	–	15:10:25.2	33:31:30.6	23.04	20.54	19.80	116739.	100.
62	62	–	15:10:12.9	33:31:25.3	20.87	19.04	18.42	34836.	30.
63	63	–	15:10:12.0	33:31:54.0	20.64	18.84	18.21	34746.	30.
64	64	–	15:10:24.3	33:32:32.0	22.16	20.35	19.69	63736.	30.
65	65	–	15:10:28.0	33:32:34.7	22.82	21.20	20.58	116979.	180.
66	66	–	15:10:16.0	33:32:43.6	20.74	18.96	18.34	36245.	30.
67	67	–	15:10:16.7	33:33:15.8	21.28	19.53	18.94	33307.	30.
68	68	–	15:10:18.0	33:33:04.3	20.48	18.62	17.96	35465.	30.
69	69	–	15:10:11.3	33:33:31.6	23.39	21.09	20.33	146748.	180.
70	70	–	15:10:09.1	33:33:11.6	21.42	19.33	18.62	64305.	60.
71	71	–	15:10:12.8	33:33:15.3	22.16	20.48	19.92	33667.	60.
72	72	–	15:10:31.4	33:33:18.6	22.27	19.86	18.99	83732.	60.
73	73	–	15:10:22.5	33:33:32.0	22.56	20.64	19.94	64276.	60.

Continua na próxima página

Tabela C.1 – continuação da página anterior

ID	IDm	IDn	α (J2000)	δ (J2000)	B	R_C	z'	v	σ_v
74	74	–	15:10:30.2	33:33:35.8	23.15	21.53	20.99	116979.	180.
75	75	–	15:10:17.7	33:33:59.2	20.38	19.44	19.13	21315.	100.
76	76	–	15:10:09.6	33:34:05.3	21.13	19.28	18.70	34236.	30.
77	77	–	15:10:10.7	33:34:04.0	20.33	18.49	17.92	33127.	30.
78	78	–	15:10:13.3	33:33:45.0	19.93	18.05	17.31	33757.	30.
79	79	–	15:10:25.7	33:34:01.5	22.13	20.47	19.92	49945.	90.
80	80	–	15:10:14.4	33:34:07.8	19.46	17.73	16.94	33337.	30.
81	81	–	15:10:20.	33:34:32.5	20.06	18.38	17.74	33277.	30.
82	82	–	15:10:15.0	33:34:54.6	21.02	19.16	18.50	63406.	30.
83	83	–	15:10:14.1	33:35:17.9	21.62	19.84	19.22	35286.	60.
84	84	–	15:10:08.0	33:35:29.0	24.21	21.40	20.28	161738.	180.
85	85	–	15:10:07.2	33:35:40.5	23.45	20.82	19.71	161768.	180.
86	86	–	15:10:17.4	33:35:32.4	21.44	19.76	19.17	33007.	60.
87	87	–	15:10:19.4	33:35:23.4	20.59	18.43	17.70	64006.	30.
88	88	–	15:10:16.0	33:36:03.3	20.83	19.08	18.47	34956.	30.
89	89	–	15:10:27.1	33:35:52.0	20.36	18.53	17.85	34056.	30.
90	90	–	15:10:24.3	33:36:22.3	20.86	19.12	18.52	33037.	30.
91	91	–	15:10:20.3	33:36:50.7	20.79	19.05	18.44	34056.	30.
92	–	1	15:10:11.4	33:29:54.3	19.68	18.05	17.30	32527.	100.
93	–	2	15:10:14.6	33:31:49.5	19.9	18.17	17.50	33727.	100.
94	–	4	15:10:19.2	33:30:45.4	20.28	18.57	17.97	33937.	100.
95*	–	5	15:10:11.7	33:29:10.4	19.21	17.65	16.69	33457.	100.
96	–	6	15:10:00.8	33:30:50.4	19.82	18.04	17.28	32707.	100.
97	–	7	15:10:20.3	33:29:25.4	19.56	17.90	17.12	33067.	100.
98	–	8	15:10:02.2	33:32:16.8	20.02	18.23	17.53	32677.	100.
99	–	9	15:10:20.2	33:29:09.5	18.73	17.36	16.35	32557.	100.
100	–	10	15:10:12.0	33:33:22.5	19.94	18.17	17.50	35376.	100.
101	–	11	15:10:24.8	33:30:16.6	20.40	18.36	18.02	55012.	100.
102	–	12	15:10:04.1	33:28:23.5	19.65	18.03	17.33	32707.	100.

Continua na próxima página

Tabela C.1 – continuação da página anterior

ID	IDm	IDn	α (J2000)	δ (J2000)	B	R_C	z'	v	σ_v
103 \diamond	–	13	15:10:10.2	33:34:01.5	19.18	17.47	16.64	34476.	100.
104	–	14	15:10:21.4	33:28:14.0	21.08	18.69	17.95	104088.	100.
105	–	15	15:10:12.0	33:34:15.3	20.98	19.08	18.41	64425.	100.
106	–	16	15:10:11.7	33:27:30.3	20.46	18.74	18.11	32108.	100.
107	–	17	15:09:58.6	33:28:25.1	19.81	18.12	17.54	32527.	100.
108	–	18	15:09:55.3	33:29:11.2	19.91	18.17	17.46	35196.	100.
109	–	19	15:09:59.8	33:27:46.2	19.05	17.57	16.70	33037.	100.
110	–	20	15:10:12.8	33:34:59.2	20.16	18.33	17.66	33877.	100.
111	–	21	15:10:18.4	33:26:54.2	19.55	17.94	17.21	35495.	100.
112	–	23	15:10:16.8	33:35:04.4	21.5	19.44	18.73	64246.	100.
113	–	24	15:10:07.3	33:35:16.9	20.77	18.76	18.08	64395.	100.
114	–	25	15:09:57.4	33:27:14.9	19.22	17.53	16.67	35256.	100.
115	–	27	15:09:56.3	33:27:08.0	19.71	17.98	17.23	35705.	100.
116	–	28	15:09:52.2	33:34:04.7	22.54	19.93	19.08	112422.	100.
117	–	29	15:10:27.9	33:34:51.1	19.98	18.18	17.49	34206.	100.
118	–	30	15:10:33.4	33:33:30.8	19.08	17.70	17.06	14750.	100.
119	–	31	15:10:21.3	33:26:00.5	19.51	17.83	17.08	34956.	100.
120	–	32	15:09:50.4	33:34:16.1	19.74	18.11	17.55	32378.	100.
121	–	33	15:10:21.4	33:36:08.8	20.49	18.74	18.05	64066.	100.
122	–	34	15:09:58.8	33:25:48.1	19.07	17.55	16.70	35376.	100.
123	–	36	15:09:53.7	33:26:16.7	19.77	18.11	17.40	31838.	100.
124	–	37	15:09:47.3	33:27:47.0	19.42	17.82	17.11	35825.	100.
125	–	38	15:10:41.2	33:31:04.4	21.47	18.98	18.15	83372.	100.
126	–	39	15:09:46.6	33:34:27.5	21.09	19.54	19.02	33847.	100.
127	–	40	15:09:43.2	33:28:33.0	22.73	20.10	19.21	132208.	100.
128	–	41	15:09:54.6	33:36:23.2	20.26	19.27	18.90	32677.	100.
129	–	42	15:09:40.2	33:30:40.2	19.18	17.58	16.79	35765.	100.
130	–	43	15:10:43.5	33:30:37.6	19.72	17.93	17.12	35885.	100.
131	–	44	15:10:23.3	33:24:37.6	20.07	18.36	17.78	32527.	100.

Continua na próxima página

Tabela C.1 – continuação da página anterior

ID	IDm	IDn	α (J2000)	δ (J2000)	B	R_C	z'	v	σ_v
132	–	45	15:10:00.3	33:24:14.7	20.19	18.40	17.76	35645.	100.
133	–	46	15:10:06.2	33:23:46.6	20.95	19.29	18.71	33277.	100.
134	–	47	15:10:01.6	33:23:59.3	19.71	18.00	17.27	33277.	100.
135	–	48	15:09:43.3	33:26:44.8	19.93	18.21	17.54	33607.	100.
136	–	49	15:10:00.0	33:24:02.7	20.45	18.61	17.92	35076.	100.
137	–	50	15:10:21.3	33:37:57.7	20.10	18.33	17.62	35915.	100.
138	–	51	15:10:41.1	33:35:04.9	19.33	17.67	16.78	34236.	100.
139	–	52	15:10:41.1	33:35:04.9	19.33	17.67	16.78	34236.	100.
140	–	53	15:09:52.3	33:24:38.0	20.47	18.72	18.09	34236.	100.
141	–	54	15:10:15.0	33:23:14.5	19.64	17.99	17.28	33217.	100.
142	–	55	15:10:37.5	33:36:35.3	19.55	17.81	16.99	32647.	100.
143	–	56	15:09:37.0	33:27:37.3	19.51	17.88	17.18	35855.	100.
144	–	57	15:09:38.2	33:26:54.6	19.55	18.14	17.41	31328.	100.
145	–	58	15:10:48.7	33:33:33.4	20.88	19.07	18.41	33607.	100.
146	–	59	15:10:39.7	33:36:52.3	18.98	17.64	16.87	13041.	100.
147	–	60	15:10:23.7	33:38:52.0	19.62	17.81	17.17	35735.	100.
148	–	61	15:09:29.7	33:29:09.7	20.2	18.40	17.70	34566.	100.
149	–	62	15:09:30.1	33:33:26.2	20.38	18.40	17.73	64096.	100.
150	–	63	15:09:35.3	33:25:54.2	19.92	18.16	17.46	33427.	100.
151	–	64	15:09:44.6	33:38:01.2	19.69	17.90	17.18	32378.	100.
152	–	65	15:09:32.0	33:26:51.8	20.90	18.89	18.22	59479.	100.
153	–	66	15:10:24.2	33:21:54.5	19.71	18.04	17.33	34446.	100.
154	–	67	15:09:57.3	33:22:00.6	19.70	18.03	17.33	33637.	100.
155	–	68	15:10:58.1	33:30:37.6	19.62	17.89	17.07	34086.	100.
156	–	69	15:09:41.3	33:23:17.1	20.52	18.81	18.21	33697.	100.
157	–	70	15:09:23.7	33:30:05.9	19.77	18.17	17.51	33307.	100.
158	–	71	15:09:23.5	33:30:25.7	19.99	18.16	17.47	42990.	100.
159	–	72	15:09:50.0	33:40:06.3	19.84	18.21	17.58	34926.	100.
160	–	73	15:10:52.1	33:36:57.0	20.19	18.32	17.62	34896.	100.

Continua na próxima página

Tabela C.1 – continuação da página anterior

ID	IDm	IDn	α (J2000)	δ (J2000)	B	R_C	z'	v	σ_v
161	–	74	15:09:28.3	33:25:09.5	19.87	18.16	17.45	35076.	100.
162	–	75	15:09:30.9	33:24:14.3	19.84	18.17	17.46	35256.	100.
163	–	76	15:09:20.7	33:33:52.2	19.76	18.10	17.35	32707.	100.
164	–	77	15:09:50.2	33:41:29.4	19.47	17.78	17.07	33397.	100.
165	–	78	15:09:27.2	33:23:50.0	19.18	17.84	17.11	26112.	100.
166	–	79	15:10:53.5	33:38:48.9	19.81	17.98	17.15	33427.	100.
167	–	80	15:10:35.7	33:19:57.5	21.97	19.32	18.46	117788.	100.
168	–	81	15:09:39.9	33:20:52.0	20.11	18.11	17.36	59659.	100.
169	–	82	15:10:13.9	33:18:40.6	19.92	18.22	17.54	35346.	100.
170	–	83	15:09:33.1	33:21:12.3	18.89	17.52	16.61	26082.	100.
171	–	84	15:09:46.6	33:18:10.4	19.57	17.99	17.32	31898.	100.
172	–	85	15:09:36.1	33:19:15.0	20.62	18.77	18.14	59689.	100.
173	–	86	15:11:00.4	33:40:20.0	20.10	18.21	17.44	33367.	100.
174	–	87	15:11:19.3	33:29:59.0	19.50	17.58	16.56	35825.	100.
175	–	88	15:09:11.0	33:37:39.4	19.64	18.05	17.41	34956.	100.
176	–	89	15:09:25.7	33:19:52.7	19.78	18.55	18.07	42840.	100.
177	–	90	15:09:43.4	33:16:52.8	19.41	17.77	17.03	34116.	100.
178	–	91	15:10:27.6	33:16:00.1	19.64	17.93	17.22	34836.	100.
179	–	92	15:09:10.0	33:22:19.4	19.23	17.75	17.00	33247.	100.
180	–	93	15:10:27.7	33:15:23.6	20.11	18.45	17.88	33307.	100.
181	–	94	15:09:07.6	33:22:12.4	20.05	18.94	18.40	33097.	100.
182	–	95	15:10:00.8	33:15:05.9	19.06	17.43	16.60	33097.	100.



Alice in Wonderland (Walt Disney Films, 1951)